
Examen de Rattrapage-Mathématiques II

Exercice n°1(12 points) : Soit a un réel. On considère les matrices :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & a \\ -3 & -4a & -3 \\ a & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

1. Calculer A^2 et $A^2 - 3A + 2I$.
2. (a) Trouver la valeur de a pour que la matrice $A^2 - 3A + 2I$ soit nulle.
(b) Pour cette valeur de a , déduire A^{-1} la matrice inverse de A .
3. Résoudre le système (S) en utilisant la méthode de la matrice inverse où :

$$\begin{cases} y - z & = 2 \\ -3x + 4y - 3z & = 4 \\ -x + y & = 6 \end{cases} \quad (S).$$

4. En utilisant la méthode de Cramer, vérifier la solution trouvée du système (S) .

Exercice n°2 (8 points) :

1. Calculer :

$$\int \frac{\arctan x}{1+x^2} dx.$$

2. Calculer : $\int x \ln x dx$ et déduire la valeur de $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \ln(\sin x) dx$.

3. Soient a et b deux réels positifs. Déterminer a et b pour que la fonction

$$G(x) = \frac{1}{1+a^2} e^{\arcsin(\frac{b}{\sqrt{a}}x)}$$

soit une primitive de la fonction

$$g(x) = \frac{e^{\arcsin(2x)}}{\sqrt{1-4x^2}}.$$

— Bon Courage —