
Examen Final –Mathématiques 2

Exercice n°1 (6 points) Soient les matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ et $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1. Calculer $2A$, A^2 , A^3 et $A^3 - 2A - 4I$.
2. Trouver la matrice B telle que : $AB = A^3 - 2A$.
3. Déduire des questions précédentes que A est inversible et donner son inverse A^{-1} .
4. Trouver la matrice D telle que : $DA = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$.

Exercice n°2 (7 points) Soit m un paramètre réel. On considère le système d'équations suivant où x, y et z sont les inconnues :

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x + my + z = 4 \\ x + y + mz = 6 \end{cases} \quad (S_m).$$

1. Donner la forme matricielle (écriture matricielle) du système (S_m) .
2. Déterminer les valeurs de m pour que le système (S_m) admet une solution unique.
3. Posons $m = 3$. Résoudre le système (S_3) par la **méthode de Cramer**.

Exercice n°3 (7 points)

I) Soit $x \in]0, +\infty[$. Montrer que la fonction $g(x) = x(\ln x)^2 - x \ln x + x$ est une primitive de la fonction $f(x) = (\ln x)^2 + \ln x$ et calculer $\int_1^e f(x) dx$.

II) En utilisant une intégration par parties calculer l'intégrale suivante :

$$\int x \cos(2x) dx.$$

III) En utilisant un changement de variable calculer l'intégrale suivante :

$$\int \frac{1}{\sqrt{x}(1+x)} dx.$$