

السنة الدراسية: 2018/2017 المجموعة: 01-02-03	مقياس الرياضيات II سنة أولى	جامعة حسبية بن بوعلي - الشلف - كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التسيير LMD
---	--------------------------------	---

امتحان الثاني في مقياس الرياضيات II

التمرين الأول (06ن):

1- في الفضاء الشعاعي R^3 على الحقل R $v_1 = (2, 1, 4), v_2 = (1, -1, 2), v_3 = (3, 3, 6)$

- أحسب العلاقة التالية: $-2v_1 + v_2 + v_3$ وماذا تستنتج؟

2- المجموعة A التي تشكل فضاء شعاعي جزئي من الفضاء الشعاعي E على R

$$1) A = \{(x, y, z, t) \in R^4, x + 4y + 3t = 0, z + y = 0\}$$

- اوجد الاساس والبعاد؟

التمرين الثاني (08):

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & \alpha & 1 \\ 0 & 1 & \alpha \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

1- ما هي قيم العدد الحقيقي α التي تجعل المصفوفة A قابلة للقلب؟

2- احسب $B.C$ ، C^2

3- أحسب مقلوب المصفوفة B ؟

$$X . B = C$$

4- اوجد المصفوفة X ، بحيث:

التمرين الثالث (06ن):

لتكن لدينا المصفوفة A معرفة كمايلي:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & \alpha \\ \alpha & 1 \end{pmatrix}$$

1- أوجد الكثير الحدود المميز $P_A(\lambda)$

2- ماهي قيمة α التي تجعل A مصفوفة قطرية

(بدون حساب الاشعة الذاتية ومصفوفة الانتقال)

بالتوفيق

حل امتحان الثاني في مقياس الرياضيات II

التمرين الأول (06ن):

1- في الفضاء الشعاعي R^3 على الحقل R $v_1 = (2, 1, 4), v_2 = (1, -1, 2), v_3 = (3, 3, 6)$
أحسب العلاقة التالية: $-2v_1 + v_2 + v_3$

$$\begin{aligned} -2v_1 + v_2 + v_3 &= \\ &= -2(2, 1, 4) + (1, -1, 2) + (3, 3, 6) \\ &= (-4, -2, -8) + (1, -1, 2) + (3, 3, 6) \\ &= (-4+1+3, -2-1+3, -8+2+6) \\ &= (0, 0, 0) \end{aligned}$$

$-2v_1 + v_2 + v_3 = 0_{R^3}$ نستنتج ان الاشعة مرتبطة خطيا

المجموعة A التي تشكل فضاء شعاعي جزئي من الفضاء الشعاعي E على R

$$1) A = \{(x, y, z, t) \in R^4, x+4y+3t=0, z+y=0\}$$

- ايجاد الاساس

$$\begin{aligned} \begin{cases} x+4y+3t=0 \\ z+y=0 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} x=-4y-3t \\ z=-y \end{cases} \\ (x, y, z, t) &= (-4y-3t, y, -y, t) \\ &= (-4y, y, -y, 0) + (-3t, 0, 0, t) \\ &= y(-4, 1, -1, 0) + t(-3, 0, 0, 1) \end{aligned}$$

الشعاعان يشكلان جملة مولدة ومستقلان خطيا فهو اساس ل v والبعد

هو 2 اي $\dim(v) = 2$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & \alpha & 1 \\ 0 & 1 & \alpha \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

1- ما هي قيم العدد الحقيقي α التي تجعل المصفوفة A قابلة للقلب

A قابلة للقلب يجب ان يكون $\det(A) \neq 0$

$$\det(B) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & \alpha & 1 \\ 0 & 1 & \alpha \end{vmatrix} = 1\Delta_{11} - 0\Delta_{21} + 0\Delta_{31}$$

$$= 1 \begin{vmatrix} \alpha & 1 \\ 1 & \alpha \end{vmatrix} = \alpha^2 - 1$$

$$\det(A) \neq 0 \Rightarrow \alpha^2 - 1 \neq 0$$

$$\alpha \neq -1, \alpha \neq 1 \Rightarrow R - \{-1, 1\}$$

اذن :

2- احسب $B.C$ ، C^2

$$, BC = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 7 & 12 \end{pmatrix}$$

$$, C^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{pmatrix}$$

3- أحسب مقلوب المصفوفة B ؟

$$\det(B) = \det \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = 6$$

بما ان المحدد لا يساوي الصفر المصفوفة قابلة للقلب اي يوجد B^{-1}

$$B^{-1} = \frac{1}{\det(B)} (C_B^T)$$

بحيث C_B^T المصفوفة المرافقة للمصفوفة B

$$C_A = \begin{pmatrix} +\Delta_{11} & -\Delta_{12} \\ -\Delta_{21} & +\Delta_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +1 & -4 \\ 1 & +2 \end{pmatrix}$$

$$C_A^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} \text{ ومنه مقلوب المصفوفة هو}$$

لتحقق من النتيجة نحسب $B^{-1} B = I_2 = B B^{-1}$

$$X . B = C$$

$$X B B^{-1} = C B^{-1}$$

$$X = C B^{-1}$$

4- اوجد المصفوفة X ، بحيث:

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-7}{6} & \frac{5}{6} \\ -\frac{13}{6} & \frac{11}{6} \end{pmatrix}$$

التمرين الثالث (ن06):

لتكن لدينا المصفوفة A معرفة كمايلي:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & \alpha \\ \alpha & 1 \end{pmatrix}$$

-1 ايجاد الكثير حدود المميز

$$\begin{aligned} \det(A - \lambda I_2) &= \begin{vmatrix} 2 - \lambda & \alpha \\ \alpha & 1 - \lambda \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} 2 - \lambda & \alpha \\ \alpha & 1 - \lambda \end{vmatrix} \\ &= (2 - \lambda)(1 - \lambda) - \alpha^2 \\ &= \lambda^2 - 3\lambda + 2 - \alpha^2 \end{aligned}$$

-2 ماهي قيمة α التي تجعل A مصفوفة قطر

(بدون حساب الاشعة الذاتية ومصفوفة الانتقال)

تكون المصفوفة A قابلة للتقطير اذا كان :

-1 $\alpha = 0$ تصبح المصفوفة A هي مصفوفة قطرية

-2 $\alpha \neq 0$ لنحسب حلول الكثير الحدود المميز نجد

$$\begin{aligned} \Delta &= 9 - 4(1)(2 - \alpha^2) \\ &= 1 + 4\alpha^2 \end{aligned}$$

$\Delta \neq 0$ ذوما موجبة هذا يعني يوجد قيم ذاتية ومنه المصفوفة قابلة للتقطير