TD N°2(Solution) : Opérations arithmétiques

Exercice N°1 :

Les opérations: 1- Addition :

$$
\begin{array}{r}
{}^{1}\,{}^{1}1\;{}^{1}0\;{}^{1}0\;1\;0\;0 \\
+\;\;0\;1\;1\;1\;0\;1 \\
\hline
1\;0\;0\;0\;0\;0\;1
\end{array}
$$

0+1=1 pas de retenue,

0+0=0 pas de retenue,

1+1=0 retenue =1,

(0+1)+ 1 =0 retenue 1,

(0 +1)+1=0 retenue 1

1+0+1=0 retenue 1

$$
\begin{array}{r}
{}^{1}\,{}^{1}1\;{}^{1}0\;{}^{1}1\;{}^{1}0\;1\;{}^{1}0\;1\;0 \\
+\;1\;1\;0\;1\;1\;0\;1\;1 \\
\hline
1\;1\;0\;0\;0\;0\;1\;0\;1
\end{array}
$$

Rappel :

0+0=0 ; 0+1=1 ; 1+0=1 ,

1+1=1 retenue 1

- 100100 + 011101= 1000001
- 10101010 + 11011011= 110000101

2- Soustraction : 1010 – 0111 et 01000110 – 00111001

$$
\begin{array}{r}
{}^{1}1\;{}^{1}0\;\;{}^{1}1\;\;0 \\
-\;\;0\;\;1\;\;1\;\;1 \\
\hline
0\;\;0\;\;1\;\;1
\end{array}
$$

0-1 =1 Retenue 1

(1-1)-1=1 retenue 1

(0-1)-1= 0

(1-0)-1=0

$$
\begin{array}{r}
0\,{}^{1}1\,{}^{1}0\,{}^{1}0\,0\,1\,{}^{1}1\,0 \\
-\;0\;0\;1\;1\;1\;0\;0\;1 \\
\hline
0\;0\;0\;0\;1\;1\;0\;1
\end{array}
$$

Rappel :

0-0=0 ; 0-1=1 retenue 1 ;

1-0=1 ; 1-1=0

- 1010 – 0111= 0011
- 01000110 – 00111001= 00001101

3- Division : 100011/111 ; 1110101/1101 et 101100111/1100

$$
\begin{array}{r|l}
{}^{1}1\,{}^{1}0\,{}^{1}0011 & 111 \\
\cline{2-2}
111 & 101 \\
00011 & \\
00 & \\
111 & \\
-\;\;111 & \\
000 &
\end{array}
$$

100011/111= 101

De la même méthode on trouve pour : 1110101/1101=1001

101100111/1100 = 1 1101 reste 01011

```
101100111 | 1100
1100      |------
010100    | 11101
  1100
  010001
    1100
  001011
     0000
     10111
      1100
     01011
```

4- *Multiplication* : 1011x1101 et 11011 x 01001

```
       1011
    x  1101
   ---------
       1011
      0000 .
+    1011 . .
    1011 . . .
 ------------
    10001111
```

```
      11011
  x   01001
  ---------
      11011
     00000 .
+   00000 . .
   11011 . . .
  -----------
   11110011
```

1011x1101=10001111

11011 x 01001= 1111 0011

Exercice N°2 :

Le complément à 1(CR) et le complément à 2(CV) des nombres représentés en signe + valeur absolue sur 8bits :

10010101 ; 11110000 ; 10000001 ; 10000000 ; 00001111

Rappel : La représentation des nombres positifs ne change pas, il s'agit toujours d'un bit de signe égale à 0 suivi de la valeur absolue, par contre, pour les nombres négatifs le bit de signe est toujours 1 mais la valeur absolue change (n'apparait plus)

signe + valeur absolue	complément à 1(CR)	complément à 2(CV)
10010101	11101010	11101011
11110000	10001111	10010000
10000001	11111110	11111111
10000000	11111111	Depasse 8 bits
00001111	00001111	00001111

Rappel : Les nombres positifs ont exactement la même représentation binaire que les deux représentations vues précédemment (signe +valeur / CR). Par contre les nombres négatifs sont obtenus comme suit : ***CV(N) = CR(N) + 1***

Exercice N°3 :

Faite l'addition et la soustraction des nombres signé en CV et vérifier les résultats en base 10.

a) +5 + (+3)= ?

CV (+5)= 0101
CV (+3)= 0011

CV (+5) +CV (+3) =

$$\begin{array}{r} {}^{1}0{}^{1}1{}^{1}01 \\ +\ 0011 \\ \hline =1000 \end{array}$$

En décimale (base 10) :

+5 + (+3)= 5+3= 8

CV (+8) = 1000 alors CV (+5) +CV (+3) = CV (+8)

- ***Le résultat trouvé est correct : l'addition des nombres positive s'effectue correctement en utilisant le complément à 2.***

Débordement

a) (-4)-(-3) = ?

CV (-4)= 1100
CV (-3)= 1101

CV (-4) - CV (-3) =

$$\begin{array}{r} {}^{11}1\,{}^{1}1{}^{1}00 \\ -\ 1\,1\,01 \\ \hline =\ 1\,1\,11 \end{array}$$

En décimale (base 10) :

-4 - (-3)= -4+3= -1

Le nombre (1111) correspond au CV (-1)

- ***Le résultat trouvé est correct : la soustraction des nombres negatif s'effectue correctement en utilisant le complément à 2.***

c) -3 + 4= ?

Débordement

CV (-3) = 1101
CV (4) = 0100

CV (-3) + CV (4)=

$$\begin{array}{r} {}^{1}\,{}^{1}1101 \\ +\ 0100 \\ \hline 0001 \end{array}$$

En décimale (base 10) :

-3 +4= -3+4= 1

Le nombre (0001) correspond au CV (1)

- ***Le résultat trouvé est correct : l'addition entre un nombre négatif et un nombre positif s'effectue correctement en utilisant le complément à 2.***

d) -2 + (+5)= ? a vous de le faire §

Exercice N°4 :

En utilisant la technique de complément a 2 (cv) trouver les opposés des nombres suivant :

+3 ;-5 ; +2 ; -1 ; +6 ; -4 ; +7 ;

Soit A un nombre sont opposé,

en complément a 2 est ?

Rappel : Nombre opposé = $\overline{CV(A)} + 1$,
(sachant que : Si A =1, $\overline{A}$=0)

Nombre (N)	CV(A)	$\overline{CV(A)}$	$\overline{CV(A)}$ +1	Opposé (N)
+3	0011	1100	1100 + 1 = 1101	-3
-5	1011	0100	0100 + 1 = 0101	+ 5
+2	0010	1101	1101 + 1= 1110	-2
-1	1111	0000	0000 + 1=0001	+ 1
+6	0110	1001	1001+1 = 1010	-6
-4	1100	0011	0011 + 1 = 0100	+4
+7	0111	1000	1000 + 1 = 1001	-7

Rappel *: La table suivante donne les trois représentations des entiers de -7 à +7 ;*

N	Signe+val.absolue(N)	CR(N)	CV(N)
+7	0 111	0 111	0 111
+6	0 110	0 110	0 110
+5	0 101	0 101	0 101
+4	0 100	0 100	0 100
+3	0 011	0 011	0 011
+2	0 010	0 010	0 010
+1	0 001	0 001	0 001
+0	0 000	0 000	0 000
-0	1 000	1111	
-1	1 001	1110	1111
-2	1 010	1101	1110
-3	1 011	1100	1101
-4	1 100	1011	1100
-5	1 101	1010	1011
-6	1 110	1001	1010
-7	1 111	1000	1001