# سلسلة تمارين رقم (03): المتغيرات العشوائية المنفصلة
# Les Variables Aléatoires

1- نقوم برمي حجر نرد مرتين، ما هي القيم الممكن للمتغيرات العشوائية التالية: X: جداء العددين الظاهرين، Y: مجموع العددين الظاهرين، Z: الفرق بين رقم الرمية الأولى ورقم الرمية الثانية.

2- ليكن X متغير عشوائي يمثل الفرق بين عدد مرات ظهور الصورة والكتابة عند رمي قطعة نقدية n مرة، ما هي القيم الممكنة لـ x، - أعطي التوزيع الاحتمالي لما n=5.

3- نختار كرتين من كيس به 8 كرات بيضاء، 4 سوداء و2 حمراء، بفرض أننا نحصل على 2 دينار إذا كانت هناك كرة سوداء مسحوبة، ونخسر 1 دينار إذا كانت هناك كرة بيضاء مسحوبة، X متغير عشوائي يمثل المبالغ المتحصل عليها، أعطي دالة التوزيع الاحتمالية لـ X.

4- نختار عشوائيا قطعتين نقديتين معا من بين قطعتين ذات 5 دنانير و3 قطع ذات 10 دينار، X متغير عشوائي يمثل مجموع المبالغ المتحصل عليها، أوجد دالة التوزيع الاحتمالي والتوقع الرياضي والتباين لـ X.

5- في دراسة اجتماعية، نختار عشوائيا عائلة ذات 04 أطفال ونسجل جنس الأطفال (ذكر M أو أنثى F)، حيث نبدأ بالطفل الأكبر. – أعطي المجموعة الأساسية . Tمتغير عشوائي يعين عدد البنات في العائلة المختارة. أعطي دالة التوزيع الاحتمالية ودالة التوزيع التراكمية مع رسم تمثيلهما البيانيين. – أحسب الاحتمالات: $P(1 \le X < 4); P(1 < X \le 4); P(X \ge 2); P(X > 1)$

6- F(x) دالة التوزيع التراكمية للمتغير العشوائي المتقطع X معرفة كما يلي:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad x < 0 \\ 0.1 & \text{si} \quad 0 \le x < 1 \\ 0.3 & \text{si} \quad 1 \le x < 2 \\ 0.6 & \text{si} \quad 2 \le x < 3 \\ 0.9 & \text{si} \quad 3 \le x < 4 \\ 1 & \text{si} \quad x \ge 4 \end{cases}$$

- أعطي جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X ثم مثل كل من F(x) و f(x) بيانيا.

7- X متغير عشوائي له التوزيع الاحتمالي التالي:

| X | -1 | 0 | 1 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| P(X=xi) | 0.2 | 0.2 | 0.5 | 0.1 |

أحسب: E(X) , E(3X-1) , E(XX) , Var(X)

8- احتمال إنتاج وحدة معيبة في مصنع ما يساوي 0.02، في عينة من 1000 وحدة أحسب العدد المتوسط للوحدات المعيبة وتباينها.

9- صندوق به 3 كرات مرقمة: 1،2،3، نقوم بسحب كرة عشوائيا لنسجل رقمها ثم نرجعها، نقوم بتكرار هذه العملية حتى الحصول على كرة كنا قد تحصلنا عليها من قبل، X يمثل عدد مرات السحب. أعطي التوزيع الاحتمالي لـ X.

10- X و Y متغيران عشوائيان مستقلان لهما التوزيع الاحتمالي التالي:

| X | 0 | 1 | Y | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| P(X=xi) | 0.5 | 0.5 | P(Y=yi) | 0.25 | 0.25 | 0.5 |

أحسب E(X) و E(Y) - أعطي جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي Z=X+Y ثم أحسب E(Z).

11- قررت أنت وصديقك القيام بلعبة لها القواعد التالية: - اللعبة تتمثل في رمي خمسة قطع نقدية متزنة - إذا تحصلنا على الصورة 5 مرات أو الكتابة 5 مرات، سوف تربح 30 دينارا - في جميع الحالات الأخرى ستخسر 2 دينار. هل تقرر اللعب أم لا؟ برر إجابتك.

12- لعبة تتضمن رمي قطعة نقدية متزنة 14 مرة، إذا لم نحصل على الكتابة في أي رمية سوف نربح 1600 دينار، وفي الحالة العكسية سوف ندفع 1 دينار. هل توافق اللعب؟ برر إجابتك.

13- X متغير عشوائي له قانون التوزيع الاحتمالي التالي: $P(X=k)=Ak \text{ pour } k=1,2,3,\ldots,n$ - أحسب قيمة الثابت A - أوجد دالة التوزيع التراكمية لـ X ومثلها بيانيا لما n=4.

14- F الدالة المعرفة كما يلي: $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad x < 0 \\ \frac{x}{x+1} & \text{si} \quad x \ge 0 \end{cases}$ ، أثبت أن F دالة توزيع تراكمية - أعطي دالة التوزيع الاحتمالية – أحسب الاحتمال P(2<X<3).

15- لتكن دالة التوزيع الاحتمالية التالية:

$$f(x)=\begin{cases} cx^{2}(1-x) & si \quad 0<x<1 \\ 0 & \text{sinon;} \quad c>0 \end{cases}$$

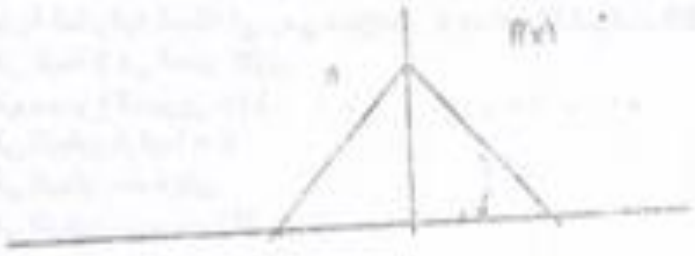
- أوجد قيمة الثابت c - ارسم المنحنى الممثل للدالة f - أحسب الاحتمال P(0,5<X<1).

16- X متغير عشوائي له دالة الكثافة الاحتمالية التالية:

$$f(x)=\begin{cases} ke^{x} si & x<0 \\ 1-x^{2} si & 0\le x\le 1 \\ 0 \quad si & x>1 \end{cases}$$

أوجد قيمة k - أعطي دالة التوزيع التراكمية ومثلها بيانيا - Y متغير عشوائي معرف بـ: Y=φ(-X)، أوجد دالة التوزيع الاحتمالية والتراكمية لـ Y.

17- X متغير عشوائي مستمر له دالة الكثافة الاحتمالية الممثلة بيانيا:




- أوجد قيمة a - أحسب P(x<0,5).

18- أوجد قيمة a و b حتى تكون f دالة كثافة احتمالية :

$$f(x)=\begin{cases} ae^{-bx} si & x\ge 0 \\ 0 \quad \text{sinon} \end{cases}$$

19- أوجد قيمة r حتى تكون الدوال التالية دوال كثافة احتمالية، ثم احسب E(X) إن أمكن:

$$a(x)=re^{-\alpha x} sur \quad R^{+} \quad et \quad \alpha>0$$

$$b(x)=\frac{r}{\sqrt{1-x^{2}}} \quad sur \quad [0,1]$$

$$c(x)=rxe^{-x} sur \quad R^{+}$$

$$d(x)=r\left(\frac{\beta}{x}\right)^{\alpha+1} sur \quad [\beta,+\infty[ \quad et \quad \alpha,\beta>0$$

20- a و b عددان حقيقيان موجبان، اثبت أن الدالة: $f(x)=ab^{a}x^{-(a+1)}; x\ge b$ دالة كثافة احتمالية، ثم احسب التوقع الرياضي والتباين.

21- زمن الانتظار في إحدى الشبابيك هو متغير عشوائي T له دالة الكثافة الاحتمالية التالية:

$$f(t)=\begin{cases} 0 & si \quad t<0 \\ \frac{1}{2} & si \quad 0\le t<1 \\ \frac{3}{\dots} & si \quad t\ge 1 \end{cases}$$