

## تسعير الخيارات باستخدام نموذج Black & Scholes

### تمهيد: لمحة عن النموذج:

-تطرق الباحثان بلاك وشولز لقضية تسعير الخيارات حيث شكلا فريق عمل في سبيل الوصول إلى طريقة أو تقنية أو نموذج لتقييم الخيارات تقييما عادلا.

-طور الباحثان نموذجا رياضيا لتقدير العلاوة "سعر الخيار"، وقد استخدم هذا النموذج على نطاق واسع في تسعير الخيارات وأسهم بقوة في إحداث طفرة في تداول الخيارات، حيث كانت هناك مجموعة من الدراسات التجريبية لاختبار مدى جودة هذا النموذج حيث وجد بأنه نموذج ذو مستوى جودة مرتفع، هذا النموذج لتسعير الخيارات ركز على تسعير الخيارات من النمط الأوروبي.

-تاريخ هذا النموذج بدأ في مقالة نشرت سنة 1973 في مجلة من أقوى المجلات الاقتصادية "مجلة الاقتصاد السياسي" "political Economy"، حيث تعرض له الباحثان في مقالة بعنوان: "تسعير الخيارات والتزامات الشركات".

-اشتق الباحثان معادلة تسعير خيار الشراء Call option، قام هذا النموذج على أن الخيار أداة لإدارة المخاطر.

-اعتمد بلاك وشولز على قواعد علم التفاضل (التكامل) في اشتقاق نموذج تسعير الخيارات "دراسة السلوك الرياضي لمتغير معين والتنبؤ به" دراسة السلوك الرياضي لسعر السهم مثالا.

يرى الباحثان أن تسعير الخيارات ذلك المتغير وسعر السهم هو الأصل محل العقد، وأن قيمة الخيار هي دالة تتغير بتغير التقلبات المتوقعة في سعر السهم.

### فرضيات النموذج:

- 1-السهم موضوع الخيار هو أصل ينطوي على مخاطرة.
- 2-السوق فيه أصول أخرى خالية من المخاطرة والعائد على تلك الأصول هو معدل العائد الخالي من المخاطرة (ثابت).
- 3-أسعار الأسهم تتبع في تقلباتها نظرية الحركة العشوائية (تتغير عشوائيا).
- 4-عدم إجراء أية توزيعات نقدية خلال فترة صلاحية عقد الخيار.
- 5-يفترض أن السوق المالية تتمتع بالكفاءة.
- 6-لا توجد فرصة لتحقيق ربح خالي من المخاطرة من خلال المراجعة.
- 7-إمكانية اقراض واقتراض أية مبالغ مالية بمعدل العائد الخالي من المخاطرة.
- 8-صفقات التداول لا تتحمل أية عمولات أو تكاليف.

### اشتقاق النموذج :

عند اشتقاق النموذج بدأ الباحثان في ترجمة المتغيرات إلى رموز رياضية:

- خيار الشراء Call Option CO

- سعر السهم Stock Price S

- سعر التنفيذ (سعر الممارسة) Exercise Price X

- معدل العائد الخالي من المخاطرة  $r$  أو  $r_f$

- التقلبات في سعر الأصل محل عقد الخيار  $\sigma$  (الانحراف المعياري) (مقياس لمخاطرة السهم)

-المدة حتى تاريخ انتهاء صلاحية الخيار:  $t$  مدة صلاحية الخيار

حيث يمكن عرض النموذج كما يلي:

$d_1$  دالة الكثافة الاحتمالية الأولى، احتمال أن يقل سعر السهم خلال مدة الخيار عن سعره الحالي .

$d_2$  دالة الكثافة الاحتمالية الثانية، احتمال أن يقل سعر السهم خلال مدة الخيار عن سعر التنفيذ.

$N_d$  عوائد الخيار متغير عشوائي له توزيع طبيعي. جدول الاحتمالات المتراكمة لقيمة  $Z$  الموجبة

$$d_1 = \frac{\ln \left[ \frac{\text{سعر السهم}}{\text{سعر التنفيذ}} \right] + \left[ \text{معدل العائد الحالي من المخاطرة} + \frac{\sigma^2}{2} \right] \times \text{مدة الخيار}}{\sigma \times \sqrt{\text{الفترة الزمنية}}}$$

$$d_1 = \frac{\ln \left[ \frac{S}{X} \right] + \left[ r_f + \frac{\sigma^2}{2} \right] \times t}{\sigma \times \sqrt{t}}$$

$$d_2 = \frac{\ln \left[ \frac{S}{X} \right] + \left[ r_f - \frac{\sigma^2}{2} \right] \times t}{\sigma \times \sqrt{t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \times \sqrt{t}$$

$$CO = S \cdot N(d_1) - X e^{-r \cdot t} \cdot N(d_2)$$

$$PO = CO - S + X \cdot e^{-r \cdot t}$$

مثال:

إذا كنت بصدد اتخاذ قرار الاستثمار في أحد الخيارات في بورصة الأوراق المالية السعودية: لديك المعلومات التالية.

-سعر السهم الحالي 62 ريال ، سعر التنفيذ في عقد الخيار 60 ريال ، معدل العائد الحالي من المخاطرة 4% .

-مدة صلاحية الخيار 40 يوم -مخاطرة السهم (التقلبات التي تحدث في سعر السهم)  $\sigma = 32\%$

المطلوب : حساب ال Call Option وال Put Option .

الحل:

$$d_1 = \frac{\ln \left[ \frac{S}{X} \right] + \left[ r_f + \frac{\sigma^2}{2} \right] \times t}{\sigma \times \sqrt{t}}$$

$$d_1 = \frac{\ln \left[ \frac{62}{60} \right] + \left[ 0.04 + \frac{0.32^2}{2} \right] \times \frac{40}{365}}{0.32 \times \sqrt{\frac{40}{365}}} = 0.4038. \quad , d_1 = 0.4038$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \times \sqrt{t} = 0.438 - 0.32 \cdot \sqrt{\frac{40}{365}} = 0.2979, \quad d_2 = 0.2979$$

ثم نبحت في الجدول عن قيمة  $d_1$  و  $d_2$

$d_1$  احتمال أن يقل سعر السهم عن سعره الحالي.

$d_2$  احتمال أن يقل سعر السهم عن سعر التنفيذ

$$d_1 = 0.4038 \cong 0.4, \quad d_2 = 0.2979 \cong 0.3$$

من جدول الكثافة الاحتمالية نجد:

$$N_{d1} = 0.6554 \quad (65.54\%) \quad \text{احتمال أن يقل سعر السهم عن سعره الحالي } 56.54\%$$

$$N_{d2} = 0.6179 \quad (61.79\%) \quad \text{احتمال أن يقل سعر السهم عن سعر التنفيذ } 61.79\%$$

$$CO = S \cdot N(d_1) - X e^{-r \cdot t} \cdot N(d_2) = 26.06554 - 60 e^{-0.04 \cdot \frac{40}{365}} \cdot 0.6179 = 3.72$$

$$Co = 3.72 \times 100 = 372$$

سعر خيار الشراء 3.72 ريال

$$PO = CO - S + X \cdot e^{-r \cdot t}$$

$$PO = 1.46 \times 100 = 146 \quad \text{ريال}$$