

CHAPITRE II

ÉCOULEMENT PERMANANT UNIFORME

2.1 Propriétés

Par définition du régime uniforme, Q , V et h sont constants tout au long de l'écoulement considéré. Si Z_F désigne la cote du fond, la cote de la surface libre Z est égale à : $Z = Z_F + h$.

L'expression de la perte de charge linéaire donne alors :

$$j = -\frac{dZ_F}{dx} + \frac{dh}{dx} = -\frac{dZ_F}{dx} = i$$

Si le régime est uniforme, la perte de charge linéaire est donc égale à la pente du cours d'eau. Et inversement, si la perte de charge linéaire est égale à la pente du cours d'eau ($j = i$), alors h est constante, et donc, à débit constant, V l'est également, et le régime est uniforme.

Le régime uniforme est donc caractérisé par une hauteur, un débit et une vitesse moyenne constants, ou encore, ce qui équivaut à la propriété de parallélisme entre le profil en long du fil d'eau et le profil en long du fond.

2.2 Formules empiriques

Dans les conditions du régime uniforme, faciles à obtenir en laboratoire ou en nature dans un canal de géométrie fixée assez long pour ne pas être perturbé par les effets de bord, un pas décisif dans la connaissance empirique de l'hydraulique a été franchi par les hydrauliciens qui ont tenté d'établir une relation entre les paramètres géométriques du canal et la vitesse moyenne de l'écoulement.

On doit à Chézy la première tentative retentissante, avec sa formule :

$$V = C\sqrt{R_h i}$$

Où V est la vitesse moyenne (m/s), R_h le rayon hydraulique (m), i la pente du fond (m/m) et C un coefficient empirique (m^{1/2}/s), dit de Chézy, dépendant de la forme de la section et des parois.

Pourtant, c'est Bazin qui établit une relation plus explicite du coefficient de Chézy :

$$C = \frac{87}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R_h}}}$$

Où γ est un paramètre représentatif de la rugosité du lit, variant de 0.06 pour un lit lisse (ciment) à 1.75 pour un lit de terre enherbée et de galets. Cette formulation donne l'impression de faire reculer simplement un cran plus loin le moment de décider du choix apparemment arbitraire du paramètre représentatif du lit du cours d'eau et pourtant, elle a le mérite de mettre en évidence la faiblesse de la formule de Chézy, dans laquelle le rayon hydraulique intervient dans plusieurs facteurs, ce qui rend malaisée l'interprétation de son influence sur la sensibilité du calcul de la vitesse moyenne.

L'hydraulicien Manning, à qui cette faiblesse n'avait pas échappé, proposa une autre expression du coefficient de Chézy :

$$C = \frac{1}{n} R_h^{\frac{1}{6}}$$

Ce qui permet une décomposition plus lisible de l'expression de la vitesse moyenne :

$$V = \frac{1}{n} \left(R_h^{\frac{2}{3}} \right) \left(i^{\frac{1}{2}} \right)$$

Où le paramètre n peut être décliné en abaque de rugosité selon une typologie exhaustive des lits de cours d'eau.

Cette formule est également connue sous le nom de formule de Strickler, du nom de l'hydraulicien qui proposa le coefficient dit de Strickler, K , plus maniable que son inverse n dû à Manning, et donc, plus couramment utilisée :

$$V = K \left(R_h^{\frac{2}{3}} \right) \left(i^{\frac{1}{2}} \right)$$

i ou S représente la pente (m/m) ou l'équation de Manning s'écrit :

$$Q = K.S.R^{2/3} i^{1/2} \quad Q = \frac{A}{n} R_H^{2/3} S_f^{1/2}$$

Voici quelques ordres de grandeur du coefficient de Strickler.

Nature des parois	Valeur de K en $m^{1/3} / s$
Béton lisse	75
Canal en terre, non enherbé	60
Canal en terre, enherbé	50
Rivière de plaine, sans végétation arbustive	35-40
Rivière de plaine, large, végétation peu dense	30
Rivière à berges étroites très végétalisées	10-15
Lit majeur en prairie	20-30
Lit majeur en vigne ou taillis	10-15
Lit majeur urbanisé	10-15
Lit majeur en forêt	<10

Le coefficient de rugosité "n" est influencé par plusieurs facteurs dont voici une description sommaire :

Rugosité du lit et des parois : La granulométrie du lit du cours d'eau ou de son périmètre mouillé influence le coefficient de rugosité. Plus la granulométrie est grossière, plus la rugosité est élevée.

Irrégularités dans le lit : Les irrégularités dans le fond du cours d'eau telles que les dépressions, les lames de sable occasionnées par l'envasement, l'ensablement ou de l'affouillement dans le cours d'eau. Le matériel transporté dans le fond du cours d'eau par l'écoulement contribue à augmenter la rugosité.

Changement dans la section : Des changements graduels et peu fréquents dans la section du cours d'eau ont peu d'influence sur la rugosité générale du cours d'eau. Par contre, des changements fréquents et brusques influent sur l'écoulement d'une façon équivalente à une augmentation de la rugosité du cours d'eau.

Obstacles : La présence d'obstacles, tels que les grosses pierres, ponceaux, freinent l'écoulement et amènent une augmentation équivalente de la rugosité.

Végétation : La présence de végétation sur les berges (talus) et dans le fond du cours d'eau accroît la rugosité. Lorsque cette végétation est plus basse que la demi hauteur de l'écoulement, les crues couchent la végétation et ramènent le coefficient de rugosité à un

ordre de grandeur de 0,05 à 0,06. Les plantes en période végétative sont plus fortes et résistent mieux à l'écoulement. En période morte, elles sont moins résistantes; en hiver et au printemps, le coefficient de rugosité peut être plus faible qu'en été.

Rectitude ou sinuosité du cours d'eau : Les méandres et les courbes augmentent la résistance à l'écoulement et amènent une augmentation équivalente de la rugosité. Une courbe raide offre une plus grande résistance à l'écoulement qu'une courbe longue et régulière. Pour une seule courbe, l'accroissement équivalent est inférieur à 0,003.

2.3 Calcul de la profondeur normale

Lorsque l'écoulement est uniforme, la profondeur d'écoulement est appelée *profondeur normale*. Cette appellation se justifie comme suit : *normalement*, si on ne perturbe pas l'écoulement par l'introduction d'une singularité quelconque, l'écoulement sera uniforme et la profondeur sera la profondeur *normale*. L'équation de Manning, sous la forme peut être utilisée directement pour calculer la profondeur normale. Cette profondeur sera comparée à la profondeur de conception pour qualifier l'adéquation de l'ouvrage. La profondeur des écoulements uniformes peut être calculée à l'aide de la figure suivante.

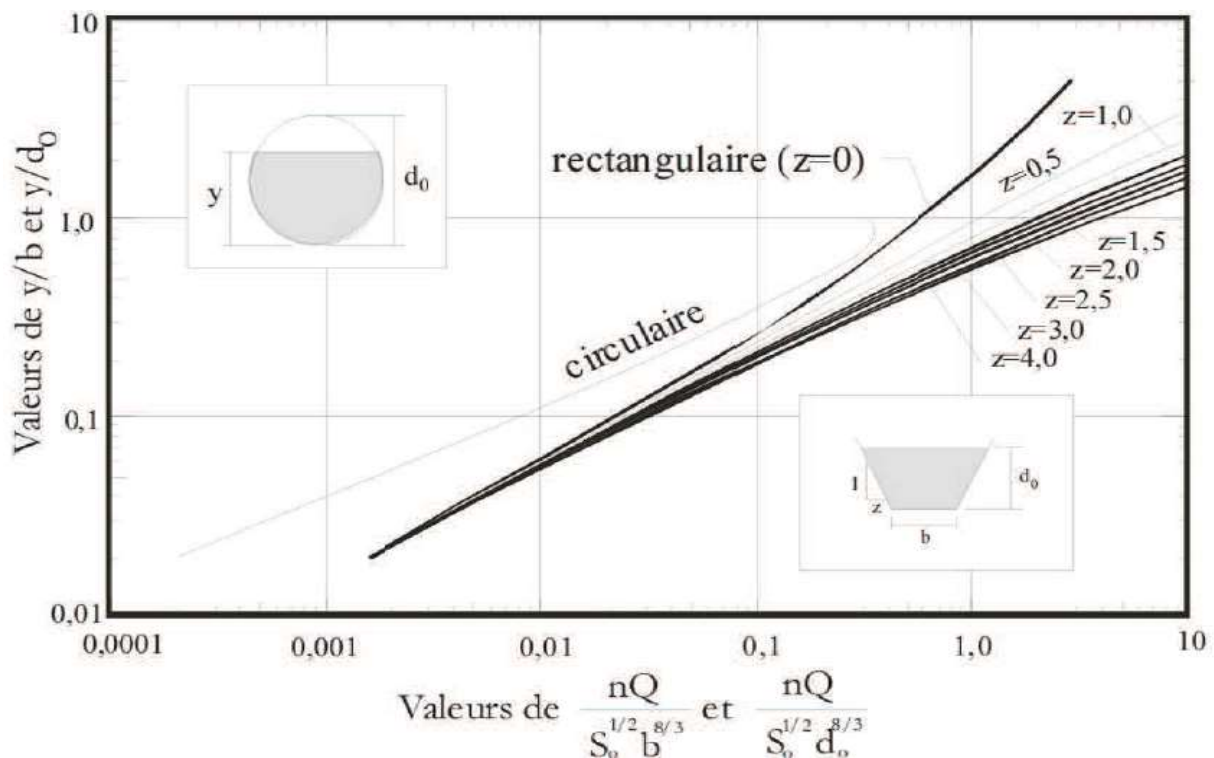


Figure 1. Profondeur normale pour écoulements uniformes

2.4 Calcul du débit et de la vitesse d'écoulement

Dans ce type de problèmes, on désire connaître la capacité hydraulique d'une conduite ou d'un canal dans des conditions préétablies. Le débit calculé est comparé au débit de

conception pour vérifier l'adéquation de l'ouvrage face au refoulement et aux besoins en eau. Le calcul de la vitesse est nécessaire pour vérifier si cette dernière est assez élevée pour éviter la sédimentation de matières en suspension et n'est pas trop forte pour causer l'érosion.

2.5 Calcul des dimensions d'un canal

Il s'agit d'un problème de conception proprement dit. En effet, le plus souvent le débit est fixé par les besoins et la disponibilité de la ressource. La pente est imposée car elle égale a priori la pente du terrain de pose. La rugosité de la conduite est dictée par le choix du matériau relié au type de projet. En utilisant toutes ces données, l'ingénieur doit trouver les dimensions économiques de l'ouvrage qui respectent certaines contraintes de fonctionnement.

2.6 Calcul du coefficient de Manning

Plusieurs paramètres ont été introduits pour caractériser le frottement de l'eau contre les parois et par conséquent les pertes de charge. Pour les écoulements à surface libre, l'équation de Manning qui permet de calculer la vitesse ou le débit fait intervenir le coefficient de Manning n pour caractériser la rugosité des parois. Tous ces coefficients ne sont pas directement accessibles à la mesure, même pour des conduites neuves.

Des expériences en laboratoire ou des mesures in situ permettent de calculer la valeur de ces paramètres en mesurant simultanément toutes les propriétés hydrauliques qui apparaissent dans les équations impliquées. Ceci est aussi le cas pour une conduite existante dont le vieillissement modifie la rugosité. On sait que généralement la rugosité d'une conduite augmente avec l'âge mais il est impossible de connaître, autrement que par la mesure, le coefficient de Manning actuel.

Utilisant l'équation de Manning, le coefficient de Manning est:

$$n = \frac{A}{Q} R_h^{2/3} S^{1/2}$$

Dans le cas d'une conduite circulaire pleine, on a :

$$A = \pi D^2/4 \text{ et } R_h = D/4$$

Le coefficient de Manning s'exprime alors

$$n = \frac{\pi D^2}{4} \left(\frac{D}{4} \right)^{2/3} \frac{S^{1/2}}{Q} = 0,3117 \frac{D^{8/3}}{Q} S^{1/2}$$

2.7 Règles pratiques de dimensionnement des canaux

Pour choisir les dimensions et la pente d'un canal ou d'une galerie en fonction de conditions d'écoulement spécifiées, on admet que l'écoulement est uniforme. Pour effectuer les calculs, on dispose de deux équations :

- l'équation de calcul du débit $Q = V \cdot A$,
- l'équation de Manning.

Avant d'accepter le choix final des dimensions d'un canal, il faut vérifier si la vitesse normale d'écoulement n'est ni trop petite pour produire la sédimentation des matières en suspension, ni trop grande pour causer l'érosion des parois. Les vitesses d'écoulement recommandées dépendent de la nature des parois et du fond, ainsi que de la charge solide éventuelle que l'eau doit transporter sans déposition.

2.8 Notion d'énergie spécifique

L'énergie spécifique (figure 2) est définie par : $E = y + V^2/2g$

Il s'agit donc de l'énergie totale amputée de l'énergie potentielle ($z = 0$). Compte tenu que

$V = Q/A$, l'énergie spécifique s'écrit aussi : $E = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$

Comme A est fonction de la profondeur, on peut dire que $E = E(y)$ pour un débit fixe donnée (canal prismatique).

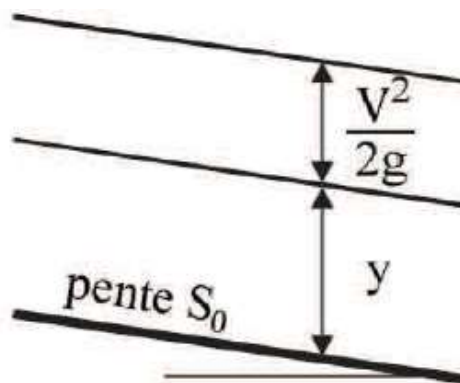


Figure 2. Energie spécifique

2.9 Divers régimes d'écoulement

D'après la figure 3, on voit que pour une énergie spécifique donnée E , il existe deux profondeurs possibles, y_1 et y_2 , pour transporter un même débit Q . L'écoulement se fait avec l'une ou l'autre des profondeurs, y_1 ou y_2 , selon la rugosité et la pente du canal.

On voit aussi sur la figure 3 que pour assurer un débit donné Q , l'écoulement requiert une énergie minimale E_{minimale} à laquelle correspond une profondeur critique y_c et une vitesse critique V_c .

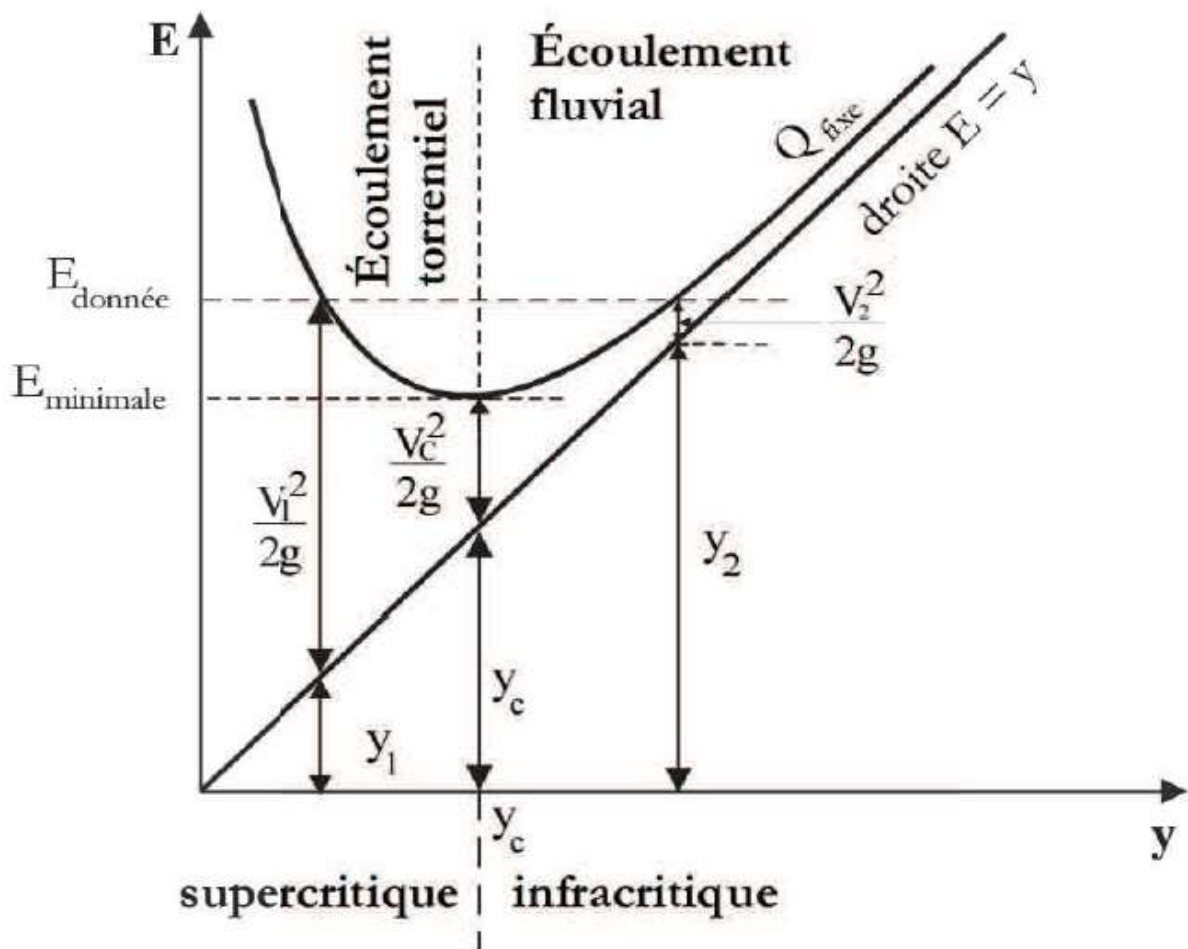


Figure 3. Régimes d'écoulement dans les canaux

L'énergie spécifique E est minimale lorsque $\frac{dE}{dy} = 0$

En remplaçant l'énergie par son expression, on obtient :

$$\frac{dE}{dy} = 1 + \frac{Q^2}{2g} \frac{d}{dy} (A^{-2}) = 0$$

Ou encore :

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{Q^2}{gA^3} \frac{dA}{dy} = 0$$

Comme par définition $dA/dy = B$, B étant la largeur au plan d'eau du canal ; on obtient la

relation suivante : $\frac{Q^2 B}{g A^3} = 1$

Le nombre de Froude « Fr » est un nombre sans dimensions défini par :

$$(Fr)^2 = \frac{Q^2 B}{g A^3}$$

Comme $dE/dy = 1 - Fr^2$, trois cas peuvent se présenter :

- L'écoulement est fluvial quand $Fr < 1$; $dE/dy > 0$;
Ce cas se trouve dans la branche où $V < V_c$, $y_n > y_c$ à la figure 3; les positions relatives de y_n et y_c sont illustrées sur la figure 4.
- l'écoulement est critique quand $Fr = 1$, $V = V_c$, $y = y_c$;
Ce cas se trouve au point le plus bas de la courbe ou la pente est nulle à la figure 3; les positions relatives de y_n , et y_c sont illustrées sur la figure 5.
- l'écoulement est torrentiel quand $Fr > 1$, $dE/dy < 0$;
Ce cas se trouve dans la branche où $V > V_c$, $y < y_c$ à la figure 3; les positions relatives de y_n , et y_c sont illustrées sur la figure 6.

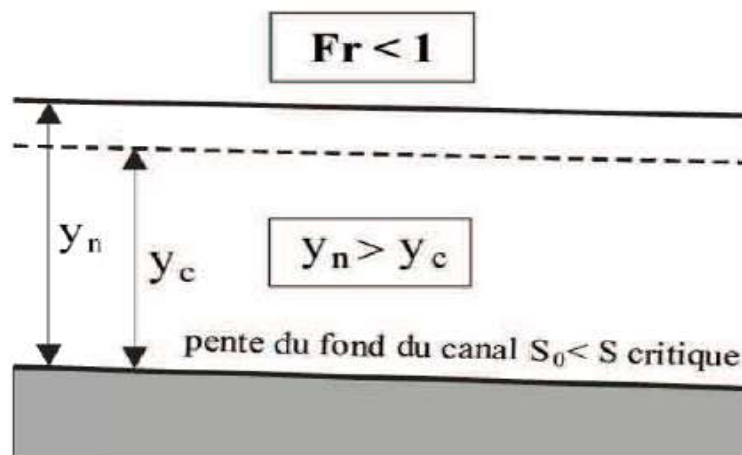


Figure 4. Ecoulement fluvial

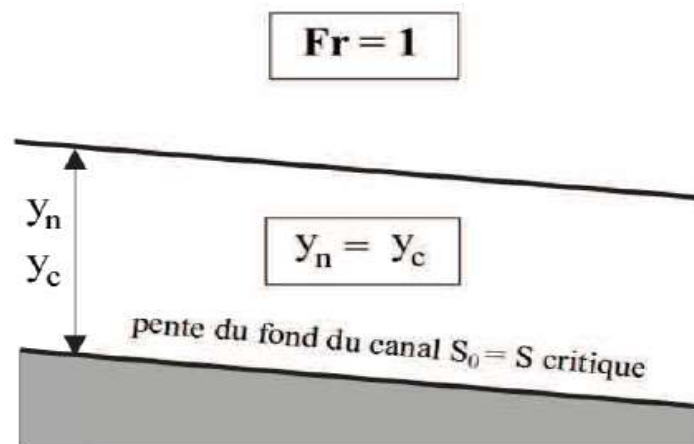


Figure 5. Ecoulement critique

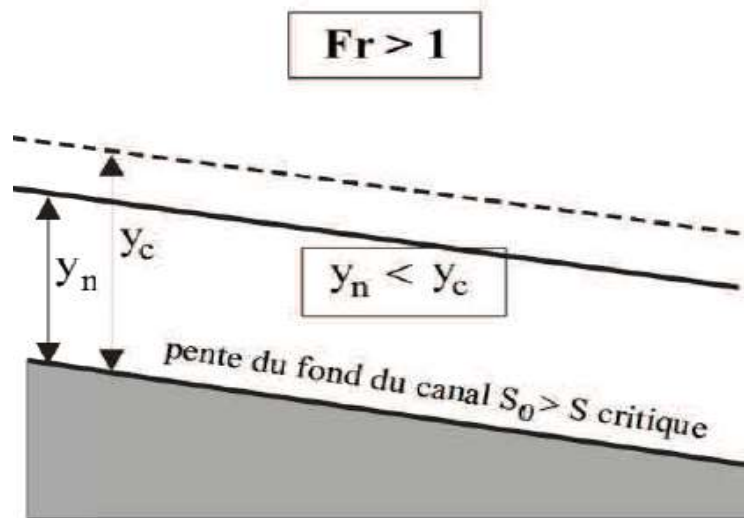


Figure 6. Ecoulement torrentiel

2.10 Cas particulier de la section rectangulaire

Le calcul des propriétés hydrauliques critiques (y_c , V_c , E_c , S_c) requiert généralement des calculs itératifs ou l'utilisation d'abaques. La section rectangulaire est une des rares exceptions où les calculs sont explicites.

Quand l'écoulement est critique, la section d'écoulement A_c se calcule par la relation suivante : $A_c = B y_c$

En substituant cette valeur de A_c dans la relation précédente on obtient :

$$y_c = \left(\frac{Q^2}{B^2 g} \right)^{1/3}$$

Soit encore

$$y_c = \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/3}$$

Où q est le débit par unité de largeur du canal, appelé débit unitaire : $q = \frac{Q}{B}$

On peut calculer l'énergie spécifique critique par :

$$E_c = \frac{3}{2} y_c$$

La vitesse critique peut alors se calculer par :

$$V_c = \frac{q}{y_c} = \sqrt{g y_c}$$

On peut aussi démontrer que la hauteur critique y_c a comme valeur le double de la hauteur d'énergie cinétique. En effet, $y_c = (2/3)E_c$, donc $V_c^2/2g = (1/3)E_c$ et

$$y_c = 2 \left(\frac{V_c^2}{2g} \right)$$

2.11 Écoulement critique : cas général

De façon générale, faisant référence à l'équation $((Fr)^2 = \frac{Q^2 B}{g A^3})$, la profondeur critique y_c se

calcule par la solution de l'équation $\frac{Q^2 B}{g A^3} = 1$

Dans cette équation, A et B dépendent de y et la solution doit être obtenue à l'aide d'une procédure itérative. Par exemple, pour le cas trapézoïdal, $A = y (b + zy_c)$ et $B = b + 2zy_c$ et l'équation devient :

$$\frac{(b + 2zy_c) Q^2}{gy^3 (b + zy_c)^3} = 1$$

Il est impossible de trouver une relation explicite pour calculer la profondeur critique y_c en fonction des autres variables. En plus des procédures informatisées qui calculent y_c à l'aide d'une calculatrice programmable, on peut utiliser aussi les courbes de la figure 7 pour calculer la profondeur critique pour les sections géométriques courantes.

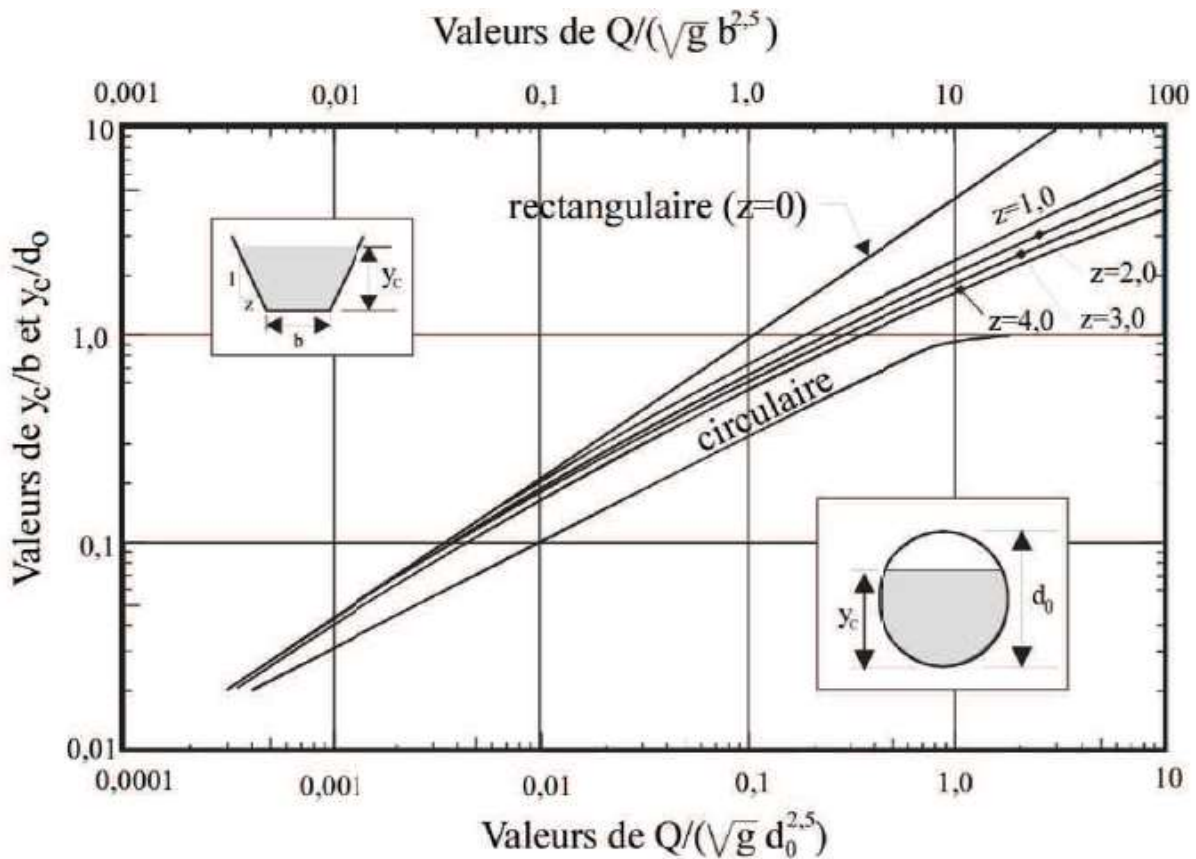


Figure 7 Profondeur critique pour les canaux à ciel ouvert

2.12 Notion de pente critique

Pour une certaine valeur de la pente, la profondeur normale y_n est égale à la profondeur critique y_c . Cette valeur particulière de la pente du fond du canal est appelée pente critique S_c .

Quelle valeur doit prendre la pente du canal pour que la profondeur normale du courant considéré soit égale à la profondeur critique, c'est-à-dire pour que le régime y soit à la fois uniforme et critique? On recherche S_c en utilisant l'équation de Manning pour le débit :

$$S_c = \left(\frac{nQ}{A_c R_{Hc}^{2/3}} \right)^2$$

La section critique A_c et le rayon hydraulique R_{Hc} , sont calculés à l'aide de la profondeur y_c .

Cette profondeur critique y_c est calculée à l'aide de l'équation ($\frac{Q^2 B}{g A^3} = 1$).

Il est utile d'obtenir une relation explicite simple pour les canaux et rivières très larges par rapport à leur profondeur. Dans ce cas, le périmètre mouillé est $P = b + 2y \approx B$

L'équation de Manning s'écrit :

$$Q = \frac{A}{n} R_H^{2/3} S^{1/2} = \frac{A^{5/3}}{n} \frac{S^{1/2}}{P^{2/3}}$$

En écoulement critique :

$$Q = \frac{1}{n} \frac{(By_c)^{5/3}}{B^{2/3}} S_c^{1/2}$$

D'un autre côté, l'équation $Fr = 1$ ou $\frac{Q^2 B}{g A^3} = 1$ fournit :

$$Q = \sqrt{\frac{g A^3}{B}} = g^{1/2} \frac{(By_c)^{3/2}}{B^{1/2}}$$

Les équations étant égales, on obtient :

$$\frac{1}{n} \frac{(By_c)^{5/3}}{B^{2/3}} S_c^{1/2} = g^{1/2} \frac{(By_c)^{3/2}}{B^{1/2}}$$

et

$$S_c = \frac{g n^2}{y_c^{1/3}}$$

En remplaçant y_c par sa valeur en fonction du débit, la relation devient :

$$S_c = \frac{g^{10/9} n^2}{q^{10/9}}$$

Comme S_c varie en fonction inverse du débit, un même cours d'eau peut présenter le caractère fluvial à l'étiage et le caractère torrentiel en période de crue. Associant ces définitions à celles données précédemment, on peut résumer :

Pente faible - régime fluvial : $S_o < S_c$; $y_o > y_c$; $V < V_c$; $Fr < 1$

Pente forte - régime torrentiel: $S_o > S_c$; $y_o < y_c$; $V > V_c$; $Fr > 1$

Pente critique - régime critique: $S_o = S_c$; $y_o = y_c$; $V = V_c$; $Fr = 1$