المحاضرة الخامسة

تقويم العبارات عن طريق جداول الصدق المختصرة

تمهيد:

انتبه المناطقة إلى آلية إحصائية متميّزة انفردت بها طريقة الجداول الكلاسيكية في تقويم العبارات المنطقية،وهي الطريقة التي ركبت الحساب لتحل محّل البرهان المنطقي، لكن المناطقة وجدوا أنفسهم أمام عمل متعب فيه احتمال الخطأ بدرجة كبيرة، فإذا وقع خلل في ترتيب أو إحصاء الذرات والقضايا و الروابط الثانوية، فكل هذا يؤثر على نتيجة الرابط الرئيسي. كما أنّ الاعتماد على الحالات الممكنة 2 قوة ن قد يكون غير صائب أمام عبارات منطقية مركبة من عدد كبير من الذرات. لهذا ابتكر المناطقة طريقة أخرى أقل جهدا عوضا أن تفحص كل الممكنات، وهذا متعب، تفحص فقط الحالة التي يكذب فيها الرابط فقط ، " تستخدم نفس قواعد التقويم الخاصة بكل رابط منطقي و بمداه.[1] وستتضح الطريقة بالتطبيقات:

1 – التدريب على أساسيات الإختصار:

كشفت الطريقة الديداكتيكية أنّ تحصيل طريقة التقويم بالمختصرات فيها نوعا من الصعوبة التي تكتنف الدارس في هذا الباب، لهذا اقترحنا تحضيرا أوليّا نستبق به التعامل مع العبارة المنطقية، وهو تناول احتمالات و ممكنات كل رابط منطقي والتي لخصناها فيما يلي: – **الحالات الممكنة لرابط الوصل :**

(ق ∧ 0) ، (1 ∧ ق) ، (0 ∧ ق) ، (ق ∧ 1)

ـــــــــ ـــــــــ ـــــــــ ـــــــــ

0 ق 0 ق

– **الحالات الممكنة لرابط الفصل :**

(ق ∨ 1) ، (1∨ ق) ، (0 ∨ ق) ، (ق ∨ 0)

[1] - أحمد موساوي، مدخل جديد الى المنطق المعاصر، مرجع سابق، ص 127

ق	ق	1	1

الحالات الممكنة لرابط الاستلزام :

(0 ⊂ ق) ،	(ق ⊂ 0) ،	(1 ⊂ ق) ،	(ق ⊂ 1)
1	ق	ق	1

- **الحالات الممكنة لرابط التشارط (التكافؤ) :**

(ق ≡ 0) ،	(0 ≡ ق) ،	(1 ≡ ق) ،	(ق ≡ 1)
ق	ق	ق	ق

نقوم العبارة المنطقية: ((ق ⊂ ك) ⊂ ق)) ≡ ~ ق

يوجد لـ ق احتمالين: ق:1 ق :0

نفحص العبارة في حالتين:

الحالة الأولى : ق: 1

نعوّض ق بـ 1 فنجد : ((1 ⊂ ك) ⊂ 1) ≡ 0

من خلال قاعدة الاستلزام نعلم أنّ قيمة العبارة : (1 ⊂ ك) تابعة لقيمة (ك)

إذا كانت ك : 1 تصبح: ((1 ⊂ 1) ⊂ 1) ≡ 0

0 ≡ ---------

1

0

العبارة المنطقية : 0 ، في حالة ق: 1 ، ك : 1

ك : 0 تصبح : ((1 ⊂ 0) ⊂ 1) ≡ 0

مهما كانت قيمة ك إذا كانت ق : 1، فإنّ العبارة المنطقية تكون كاذبة ، لأنّ تالي الطرف الأول صادق ، و بالتالي فكل الشروط يصدق الاستلزام. و إذا كان الطرف الثاني ~ ق: 0 فإنّ التكافؤ يكون فاسدا . و في حال ق: 0 يصبح:

$$1 \equiv (0 \subset (ك \subset 0))$$

$$1 \equiv 0 \subset \text{-----}$$

$$1$$

$$1 \equiv \text{----------}$$

$$0$$

$$\text{--------------}$$

$$0$$

مهما كانت قيمة (ك) فإنّ الطرف الأول يكون كاذب لأن تالي الطرف الأوّل كاذب.وبالتالي العبارة المنطقية مادام كذبت في الحالتين **فهي متناقضة.**

- **المثال الثاني:**

(ق ≡ (ك ∧ ل)) ⊂ (~ ك ⊂ ~ ق)

ق = 1

(1 ≡ (ك ∧ ل)) ⊂ (~ ك ⊂ 0) يمكن اختصار العبارة إلى :

(ك ∧ ل) ⊂ ~ ك

لا نستطيع أن نستمر دون افتراض قيمة ك

ق: 0

(0 ≡ (ك ∧ ل)) ⊂ (~ ك ⊂ 1)

$$1 \text{ -----} \subset$$

$$\text{--------------------}$$

$$1$$

مهما كانت قيمة الطرف الأول مادام الطرف الثاني صادق دوما **(~ ك ⊂ 1)**

في حالة: ق = 1 و ك = 1

(1 ≡ (1 ∧ ل)) ⊂ (0 ⊂ 0)

1 ⊂ ----------

1

في حالة : ق = 1 و ك = 0

(1 ≡ (0 ∧ ل)) ⊂ (1 ⊂ 0)

0 ⊂ 0 ≡ 1

---

0 ⊂ 0

1

في كل الحالات التي تكون فيها القيم : ق ، ك ، ل ، تكون صادقة و بالتالي العبارة المنطقية **(ق ≡ (ك ∧ ل)) ⊂ (~ ك ⊂ ~ ق) تكرارية تحصيل حاصل.**

المثال الثالث:

قوّم العبارة المنطقية التالية عن طرقة جداول الصدق المختصرة و بيّن صيغتها

((ق ∧ ل) ≡ ك) ∧ (ك ∧ ~ ق)) الرابط الرئيسي هو الوصل الثاني

ق=1

((1 ∧ ل) ≡ ك) ∧ **(ك ∧ 0)** يمكن اختزال الطرف الأوّل في : ل ≡ ك

-------- ∧ 0 مهما كانت قيمة ك لانها وصل

---

0 عبارة كاذبة في حالة : ق = 1

- في حالة : ق = 0

((0 ∧ ل) ≡ ك) ∧ (ك ∧ 1))

------ ≡ ك) ∧ **ك**

0 ≡ ك) ∧ **ك**

0

هنا، مهما كانت قيمة " ك " تكون العبارة المنطقية كاذبة، لأن الرابط الرئيسي وصل.

إذا ك =1 المقدم كاذب و التالي صادق وبالتالي العبارة كاذبة

إذا ك = 0 المقدم صادق نستخلص أن العبارة المنطقية بما أنها وردت في جميع الحالات كاذبة، فإذن فإنّها ذات **صيغة متناقضة** .

- **المثال الرابع**[2] **:**

قوّم العبارة المنطقية التالية بواسطة طريقة جداول الصدق المختصرة:

((ق ∨ ك) ∧ ((ك ⊂ ل) ∨ م)) ⊂ ((ق ⊂ ل) ∨ م)

الاحتمال الأول:

ق = 1

((1 ∨ ك) ∧ ((ك ⊂ ل) ∨ م)) ⊂ ((1 ⊂ ل) ∨ م)

لا نستطيع أن نتقدم في التحليل إلاّ إذا افترضنا قيمة لـ " ك " و " ل "

ك =1، ل =1 فبالتعويض نحصل على :

((1 ∨ 1) ∧ ((1 ⊂ 1) ∨ م)) ⊂ ((1 ⊂ 1) ∨ م)

------ ∧ ------ ∨ م ⊂ ((1 ⊂ 1) ∨ م)

1 1 ----------

1 ----------

1

1

النتيجة الجزئية الأولى: عندما تكون ق=1، ك=1، ل=1 العبارة صادقة مهما تكون م.

- **<u>الإحتمال الثاني:</u>**

ق = 0 ، ك =1 ، ل =1 ، م = 1 بالتعويض نحصل على :

((1 ∨ 0) ∧ ((1 ⊂ 1) ∨ 1)) ⊂ ((0 ⊂ 1) ∨ 1)

---

[2] - أحمد موساوي، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر ، ص 132

```
  ---------        ----------      -----
     1               1              1
  ----------   ⊂  ----------------
     1                  1
  ------------------------------------
                1
```

مادام الرابط الرئيسي هو الاستلزام، و تالي العبارة صادق فمهما كانت قيمة المقدم يكون الاستلزام صادق حسب القاعدة المنطقية. و بالتالي العبارة المنطقية صادقة"[3] في الاحتمال الثاني .

- **الاحتمال الثالث:**

ق = 1 ، ك = 0 ، ل = 0 ، م =0 بالتعويض نحصل على :

$$((1 \vee 0) \wedge ((0 \subset 0) \vee 0)) \subset ((1 \subset 0) \vee 0)$$

```
  --   -----     --   ------    ------
  0    ∨   0     0      1         1
  ----------  ⊂  ----------------
     0               1
  ------------------------------------
                0
```

العبارة منطقية كاذبة

النتيجة النهائية: تصدق العبارة المنطقية في الاحتمالين الأوليين و تكذب في الاحتمال الثالث. إذن العبارة المنطقية عرضية contingent . يكفي ظهور حالة واحدة من الكذب لكي تكون العبارة عرضية حتى لو كانت الحالات الباقية كلها صادقة."[4]

استنتاج: يتضح لنا من خلال المقاربة بين الطريقتين ، طريقة الجداول المطوّلة الكلاسيكية و طريقة المختصرات المتبعة في تقويم العبارات المنطقية؛ بأن الطريقة الثانية أقصر مسلكا و أقل تكلفة من الأولى. ولكن نريد أنّ ننبه الدارسين أن الاشتغال على طريقة المختصرات يكسب مهارة الاختصار أكثر مما فعلنا ، و نستطيع أن نتجنب كثيرا من الخطوات و

---

[3] - ، المرجع السابق، ص 133

[4] - أحمد موساوي، المرجع السابق ، ص 134

الحالات، و التمارين هي التي تنمي المهارات، خاصة إذا علمنا أن المنطق الرمزي رسم و ليس قراءة ، بل هو تصوير يعتمد على البصر.

- **تمارين**

قوّم العبارات المنطقية بواسطة جداول الصدق المختصرة و بين صيغتها.

1/ (ق ⊂ ك) ⊂ ((ق ⊂ ~ ك) ⊂ ~ ق)

2/ ((ق ∧ ك) ⊂ ل) ≡ (~ (~ ل ∨ ك) ⊂ (~ ل ⊂ ~ ق))

3/ ((ق ∧ ك) ⊂ ل) ≡ (ق ⊂ (~ ل ⊂ ~ ك))

4/ ~((ق ∧ ~ ك) ∧ ل) ∨ (م ⊂ ~ ك) ≡ ((~(ق ∧ ~ ك) ∨ ~ ل)) ∨(م∧ ~ق)

5/ ((ق⊂ ك) ∧ (ك ⊂ ل) ⊂ (~ق ∨ ل)

6/ (((ق⊂ ك) ∧ (ق ⊂ ~ ك) ⊂ ~ ق

9/ (ق w ك) ≡ ((ق ∧ ~ ك) ∨ (~ ق ∧ ك)