

CHAPITRE 3

Propagation des ondes dans le sol

3.1 Définition d'une onde

L'onde est une perturbation locale temporaire qui se déplace dans un **milieu** avec **transport d'énergie** mais **sans transport de matière** (Fig.3.1).

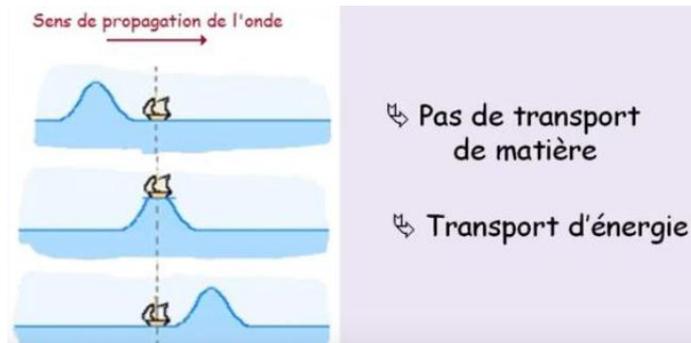


Fig.3.1- Définition d'une onde

3.2 Les ondes sismiques

Séisme : Secousses plus ou moins violentes du sol, dues à la propagation des ondes sismiques, correspondant à la libération brutale de l'énergie accumulée en un point du globe terrestre appelé foyer.

Ondes sismiques : Ondes élastiques qui, à partir d'une impulsion de départ, se propagent vers de nombreuses directions dans le globe terrestre. Ce sont elles qui font ressentir le séisme à proprement parler.

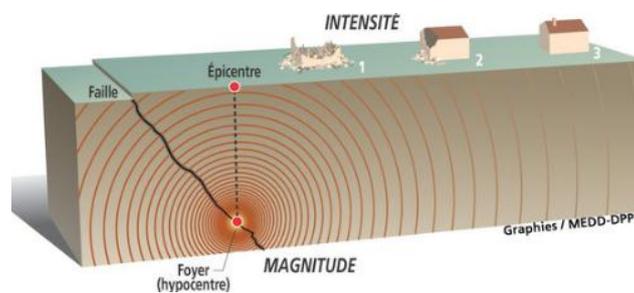


Fig.3.2 – Ondes sismiques

3.2.1 Qu'est-ce qu'une onde sismique ?

Les vibrations engendrées par un séisme se propagent dans toutes les directions : ce sont les ondes sismiques. Seule l'onde "avance", cela veut dire que la matière se déforme avant de reprendre sa forme initiale. C'est l'énergie qui se déplace vers "l'avant". Comme toutes les ondes, les ondes sismiques sont caractérisées par leur amplitude, leur période, leur fréquence et leur vitesse de propagation.

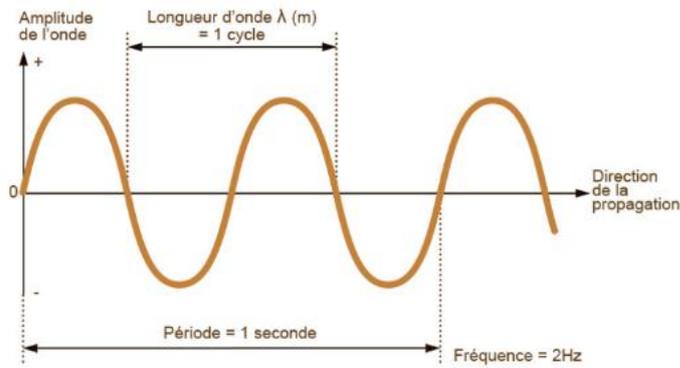


Fig. 3.3- Caractéristiques d'une onde sismique

L'onde transporte de l'énergie élastique, qui déforme le milieu qui retourne ensuite à sa forme originelle, au travers de la matière.

On peut enregistrer les ondes sismiques grâce à un sismomètre qui retranscrit les mouvements verticaux et horizontaux du sol à un endroit donné (Fig.3.4).



Fig. 3.4- Sismomètre

3.2.2 Différents types d'ondes sismiques

Un séisme produit différentes ondes qui ont une vitesse et un mode de propagation différents (Fig. 3.5).

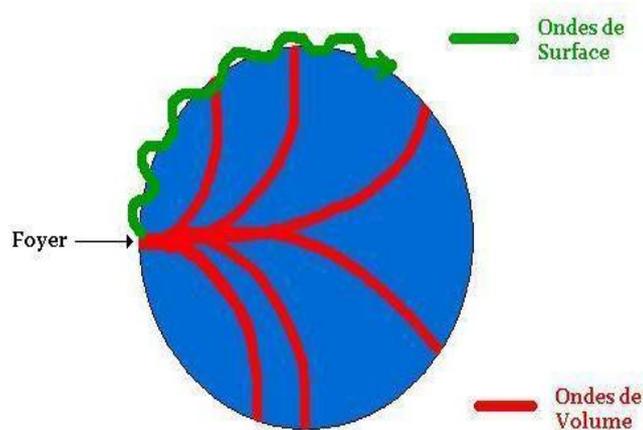


Fig. 3.5- Différents types d'ondes sismiques

3.2.2.1 Les ondes de volume

Ces ondes se propagent généralement à l'intérieur du globe à partir du foyer du séisme. Leur vitesse de propagation dépend du matériau traversé, celle-ci augmente avec la densité. Ainsi, les ondes sismiques vont en général plus rapidement en profondeur car la densité des matériaux augmente lorsqu'on descend vers le centre de la Terre (la gravité devenant plus forte).

Il existe deux types d'ondes de volume :

a) Les ondes P (primaires) ou longitudinales

Ce sont les ondes les plus rapides (elles se propagent à plus de 6 km/s dans la Terre) et sont donc celles que l'on peut ressentir ou mesurer les premières. Ainsi, le grondement sourd que l'on entend avant un tremblement de Terre vient de celles-ci. Elles se déplacent en créant successivement des zones de dilatation (où la matière s'étire) et des zones de compression (où la matière se comprime). Elles se déplacent "longitudinalement" (Fig.3.6), c'est-à-dire qu'elles ont une trajectoire rectiligne (comme une droite), ces ondes ne sont pas dangereuses, elles peuvent juste alerter d'un séisme.

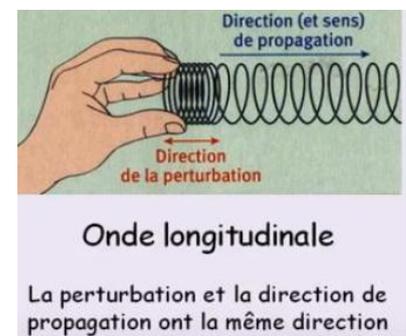
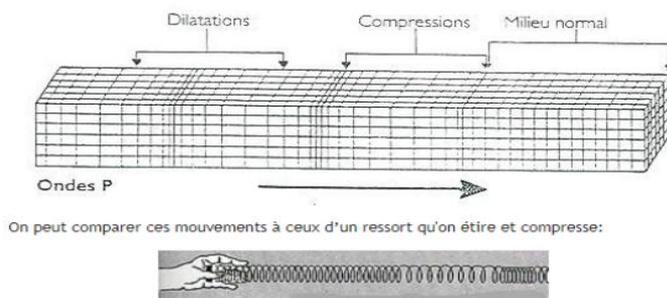


Fig. 3.6- Ondes primaires (longitudinales)

b) Les ondes S (secondaires) ou transversales

Ces ondes sont plus lentes que les ondes primaires (elles se propagent à plus de 4 km/s dans la Terre). Elles se propagent dans les roches et les autres milieux solides mais pas dans les milieux fluides, comme le noyau liquide de la Terre. Elles cisailent les roches perpendiculairement à leur direction de propagation, comme une vague ou une sinusoïde (Fig.3.7).

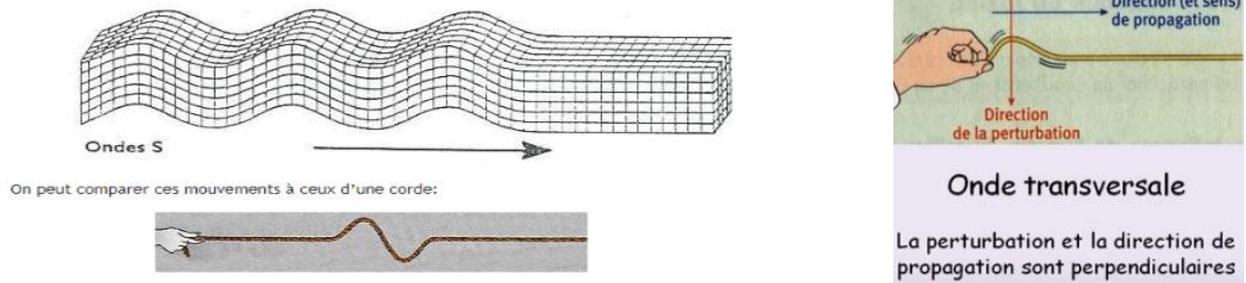


Fig.3.7- Ondes secondaires (transversales)

Les ondes de volume, se déplaçant à l'intérieur de la Terre, se propagent comme toutes les autres ondes : elles peuvent être déviées à chaque changement de milieu, au passage manteau-noyau par exemple, de sorte qu'elles suivent des trajets très complexes à l'intérieur de la Terre. Leur temps de parcours dépend donc de ce trajet, dont la distance varie et elles n'arrivent pas toutes en même temps au même endroit.

Ces ondes sont peu destructrices mais elles sont intéressantes pour les sismologues pour localiser le foyer et étudier la structure interne de la terre.

2.1.2.2 Les ondes de surface : les ondes destructrices

Les ondes de surface ne se propagent que dans la partie superficielle de l'écorce terrestre, à la surface de la Terre (comme leur nom l'indique) et sont donc à l'origine de la plupart des destructions constatées à la surface du sol. Les ondes de surface sont moins rapides que les ondes de volume et leur amplitude est plus grande, ce qui les rend plus destructrices. Ce sont principalement ces ondes qui sont la cause de la destruction des bâtiments.

On distingue deux principaux types d'ondes de surface :

a) Les ondes de Love L

Découvertes par Augustus Edward Hough Love, celles-ci déplacent le sol d'un côté à l'autre dans un plan horizontal, perpendiculaire à leur direction de propagation (Fig.3.8). Elles sont la cause de nombreux dégâts aux fondations des édifices non parasismiques.

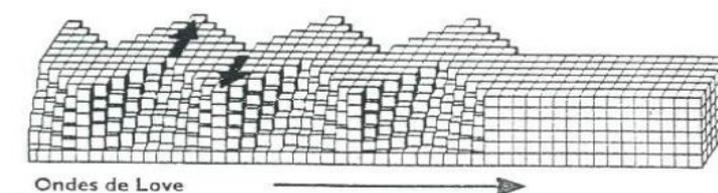


Fig.3.8- Ondes de Love

b) Les ondes de Rayleigh R

Découvertes par John William Rayleigh, elles ont une propagation très complexe à la fois avec des mouvements verticaux et horizontaux (Fig.3.9). En effet, elles ont une allure générale de vague, avec en plus un mouvement elliptique à l'intérieur, comme une poussière portée par la vague. Les vibrations engendrées par ces ondes peuvent durer plusieurs minutes.

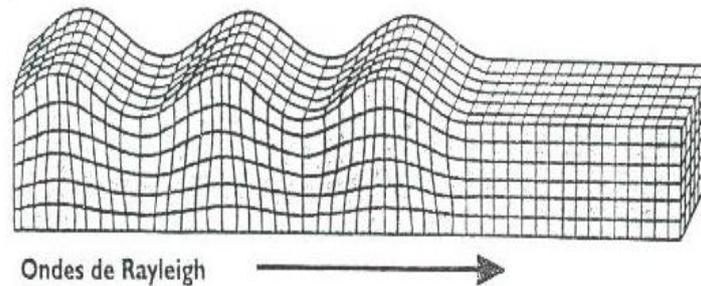


Fig.3.9- Ondes de Rayleigh

3.3 Propagation des ondes unidimensionnelles dans le sol

Dans des conditions géométriques particulières relatives au système sol/ouvrage, il arrive que la propagation des ondes s'effectue selon une seule direction.

On suppose que le sol est un matériau homogène ayant un comportement élastique linéaire, soumis à des ondes unidirectionnelles se propageant selon la direction x (Fig.3.10).

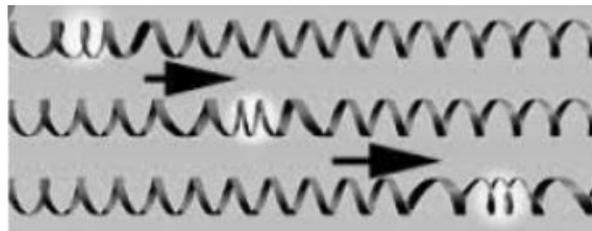


Fig.3.10- Mouvement le long d'un ressort

La vibration est décrite par l'équation de la corde vibrante ou équation des ondes unidirectionnelles :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{C_1^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.1)$$

3.2.1 La célérité (vitesse d'ondes)

La célérité d'une onde progressive est égale au quotient de la distance séparant deux points du milieu par la durée qui sépare les dates de passage de l'onde en ces points.

$$C_1 = \frac{d}{t} \quad (3.2)$$

C_1 est la **célérité** de l'onde ou **vitesse de propagation de l'onde**.

$$C_1 = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (3.3)$$

3.2.2 Impédance unidirectionnelle

La loi d'élasticité de Hooke à une dimension, combinée à l'équation (3.1) permet d'écrire en fonction de la vitesse \hat{u} d'une particule du sol :

$$\sigma = \frac{E}{C_1} \hat{u} = \rho C_1 \hat{u} = Z_s \hat{u} \quad (3.4)$$

$$Z_s = \frac{E}{C_1} = \rho C_1 = \sqrt{E\rho} \quad (3.5)$$

Le paramètre Z_s décrivant l'inertie du milieu élastique au passage des ondes de contraintes, est appelé **impédance unidirectionnelle**.

En présence éventuelle d'un état initial de contraintes, tel qu'on a $\hat{u}(0) = \hat{u}_0$ et $\sigma(0) = \sigma_0$, la relation précédente se généralise comme suit:

$$\sigma = \sigma_0 + Z_s (\hat{u} - \hat{u}_0) \quad (3.6)$$

En présence d'une onde réfléchie, la célérité est plutôt égale à $-C_1$, et la loi d'élasto-dynamique peut alors s'écrire sous la forme compacte suivante :

$$\sigma = \sigma_0 \pm Z_s (\hat{u} - \hat{u}_0) \quad (3.7)$$

Les signes (+) et (-) correspondent respectivement aux cas d'une **onde incidente** et d'une **onde réfléchie**. La figure 3.11 schématise cette relation, appelée *polaire de choc*, dans le repère (\hat{u} , s).

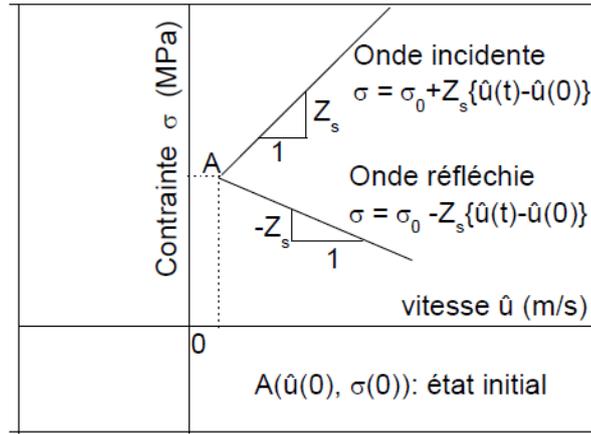


Figure 3.11- Courbe de la loi d'élastodynamique à une dimension

A l'interface de deux milieux ayant des impédances différentes, un phénomène de transfert d'énergie se manifeste sous forme de transmission/réflexion des ondes.

Considérons un milieu élastique, noté milieu 1, caractérisé par une impédance unidimensionnelle Z_{s1} , et soumis à des ondes de contraintes incidentes selon une direction donnée. Sous une contrainte normale σ_i , les particules de ce milieu vibrent avec une vitesse \hat{u}_i , telles que :

$$\sigma_i = Z_{s1} \cdot \hat{u}_i \quad (3.8)$$

Supposons que les ondes rencontrent un milieu au repos, noté milieu 2, caractérisé par une impédance Z_{s2} différente de Z_{s1} . L'onde transmise est caractérisée par une contrainte normale σ_t et une vitesse particulière \hat{u}_t , telles que :

$$\sigma_t = Z_{s2} \cdot \hat{u}_t \quad (3.9)$$

Les ondes transmises et réfléchies sont à priori inconnues, mais peuvent être déterminées en fonction des impédances des deux milieux et des données de l'onde incidente, comme suit :

$$\begin{aligned} \hat{u}_t &= \hat{u}_i \frac{2Z_{s1}}{Z_{s1} + Z_{s2}} & \sigma_t &= \sigma_i \frac{2Z_{s2}}{Z_{s1} + Z_{s2}} \\ \hat{u}_r &= \hat{u}_i \frac{Z_{s1} - Z_{s2}}{Z_{s1} + Z_{s2}} & \sigma_r &= \sigma_i \frac{Z_{s2} - Z_{s1}}{Z_{s1} + Z_{s2}} \end{aligned} \quad (3.10)$$

L'onde réfléchié se propage dans le milieu 1 en vibration sous l'onde incidente, décrite par la relation suivante :

$$\sigma_r = \sigma_i - Z_{s1} \cdot (\hat{u}_r - \hat{u}_i) \quad (3.11)$$

A l'interface des deux milieux, la continuité des vitesses et des contraintes exige que :

$$\hat{u}_t = \hat{u}_i + \hat{u}_r \quad (3.12)$$

$$\sigma_t = \sigma_i + \sigma_r \quad (3.13)$$

En combinant toutes ces équations, on aura les équations (3.10) citées précédemment.

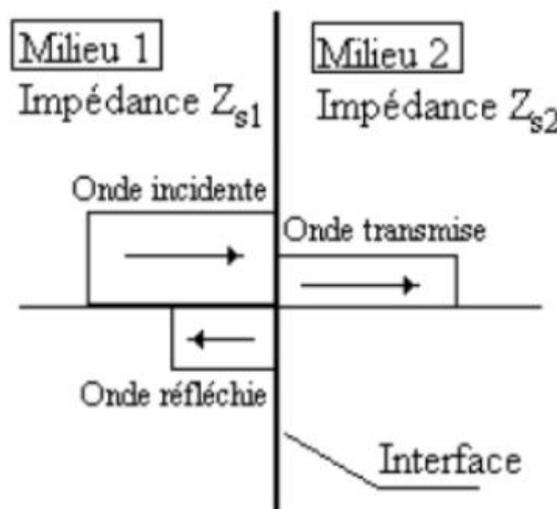


Fig.3.12- Schéma de transmission/réflexion des ondes

3.2.3 Exemple de propagation unidimensionnelle

L'opération du battage d'un pieu préfabriqué est schématisée à la figure 3.13. l'énergie de battage MgH_0 est fournie par la chute libre du mouton sur le casque, ce qui induit, du fait de l'élancement élevé du pieu, des ondes verticales se propageant le long du pieu.

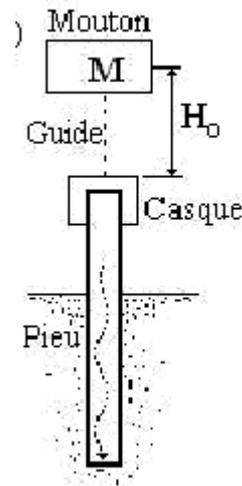


Fig.3.13- Battage d'un pieu préfabriqué

3.3 Propagation des ondes en trois dimensions

3.3.1 Propagation des ondes dans un massif continu

On suppose que le sol est un milieu solide continu (porosité du squelette des grains négligeable), homogène, isotrope, non pesant, et ayant un comportement élastique linéaire.

Il est caractérisé par un module de cisaillement dynamique G , un coefficient de Poisson ν et une masse volumique ρ .

L'équation générale du mouvement s'écrit sous la forme vectorielle suivante :

$$(\lambda + \mu).grad(\text{div } \vec{u}) + \mu.\Delta \vec{u} = \rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} \quad (3.14)$$

λ et μ sont les coefficients de Lamé, tels que :

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1-2\nu)(1+\nu)} \quad (3.15)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3.16)$$

Le coefficient μ est le module de cisaillement G pour un milieu solide.

On montre que l'équation du mouvement peut ainsi être réduite en deux équations découplées en u_1 et u_2 telles que :

$$\nabla^2 U_l = \frac{1}{V_p^2} \frac{\partial^2 U_l}{\partial t^2} \quad (3.17)$$

$$\nabla^2 U_t = \frac{1}{V_s^2} \frac{\partial^2 U_t}{\partial t^2} \quad (3.18)$$

Ces deux équations, découplées en termes de déplacements, présentent une généralisation de l'équation (3.1) des ondes unidimensionnelles, et les grandeurs V_p et V_s ont ainsi, la dimension d'une célérité d'onde.

L'équation (3.17) décrit la propagation des ondes dites *primaires* ou ondes P, avec une célérité V_p telle que

$$V_p = \sqrt{\frac{E}{\rho} \frac{(1-\nu)}{(1-2\nu)(1+\nu)}} \quad (3.19)$$

Il s'agit des ondes causant un déplacement u_l résultant d'une déformation avec variation du volume et sans rotation de facettes, ce qui correspond à des sollicitations de compression/traction.

L'équation (3.18) décrit un autre type d'ondes dites *secondaires* ou de *cisaillement*, et adoptées ondes S, se propageant avec une célérité V_s telle que :

$$V_s = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}} = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (3.20)$$

Le déplacement u_t causé par ce type d'ondes résulte d'une déformation à volume constant et avec rotation des facettes, ce qui correspond à un état de cisaillement pur dans le cadre de l'élasticité linéaire.

Puisque les valeurs de ν varient entre 0 et 0.5, le rapport des célérités est tel que :

$$\frac{V_p}{V_s} = \sqrt{2 \frac{1-\nu}{1-2\nu}} = \sqrt{1 + \frac{1}{1-2\nu}} \geq 1 \quad (3.21)$$

Les ondes P sont ainsi plus rapides que les ondes S, ce qui explique l'appellation onde primaire et onde secondaire.

On montre que le vecteur de déplacement u_l est parallèle à la direction de l'onde P, alors que le vecteur de déplacement u_t est plutôt perpendiculaire à la direction des ondes S.

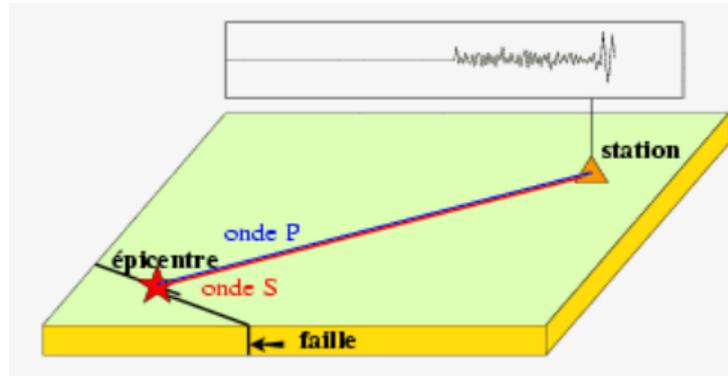


Fig.3.14 – Ondes primaire et secondaire

3.3.2 Propagation des ondes dans un massif semi-infini

3.3.2.1 Ondes de surface de Rayleigh

En tenant compte des conditions aux limites en surface du sol, l'intégration des équations (3.17) et (3.18) des ondes fait dégager une onde particulière, dite onde R ou onde de Rayleigh, décrite par l'équation suivante permettant de déterminer la célérité V_s :

$$\alpha^6 - 8\alpha^4 + 8\alpha^2 \left[3 - 2 \frac{V_s^2}{V_p^2} \right] - 16 \left[1 - \frac{V_s^2}{V_p^2} \right] = 0 \quad (3.22)$$

$$\alpha = \frac{V_r}{V_s} \quad (3.22)$$

Le paramètre α , solution de cette équation, peut être estimé à partir de la formule approchée de Victorov :

$$\alpha \approx \frac{0.872 + 1.128\nu}{1 + \nu} \quad (3.23)$$

3.3.2.2 Ondes de surface de Love

Ce type d'onde se manifeste dans un milieu stratifié formé d'une couche surmontant un massif semi-infini.

Le champ de déplacements, résultant uniquement des déformations de cisaillement, est perpendiculaire au plan de propagation de l'onde.

Cette onde ne peut se manifester que si la célérité V_{S1} de la couche superficielle est inférieure à V_{S2} du massif semi-infini.

En considérant une onde de Love ayant une célérité V_L se propageant selon l'axe x , les particules de la première couche, épaisse de H , se déplaceront seulement selon l'axe y , avec un déplacement $u(x,z,t)$, tel que:

$$u(x, z, t) = 2A_1 \cos[\phi.z] \exp((i(k_L x - \omega t)) \quad (3.24)$$

Ceux dans le massif semi-infini se déplaceront de :

$$u(x, z, t) = 2A_1 \cos[H\phi] \exp((H - z)i\phi) \exp(i(k_L x - \omega t)) \quad (3.25)$$

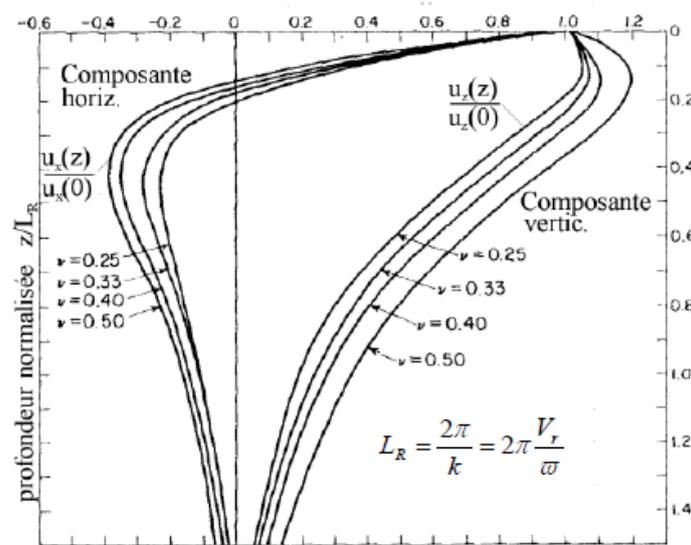


Fig.3.15 – Profils normalisés de déplacements causés par une onde R
 (L_R est la longueur d'onde R)

$$\phi = \omega \sqrt{\left(\frac{1}{V_{s1}^2} - \frac{1}{V_L^2} \right)} \quad (3.26)$$

$$k_L = \frac{\omega}{V_L} \quad (3.27)$$

K_L est le nombre d'onde de Love. V_{S1} et V_{S2} sont respectivement les célérités des ondes S de la couche superficielle et du massif. A_1 est une constante d'intégration dépendant des conditions aux limites.

L'onde de Love est une onde SH enfermée dans la couche superficielle, se propageant avec une célérité vérifiant l'équation suivante :

$$\operatorname{tg}(H\phi) = \frac{G_2 \sqrt{\left(\frac{1}{V_L^2} - \frac{1}{V_{s2}^2}\right)}}{G_1 \sqrt{\left(\frac{1}{V_{s1}^2} - \frac{1}{V_L^2}\right)}} \quad (3.28)$$

3.3.3 Propagation des ondes dans un massif élastique poreux

On se limitera ci-après à étudier le cas de propagation unidimensionnelle des ondes planes dans un massif poro-élastique saturé caractérisé par une porosité n , un coefficient de perméabilité k_w . Les grains sont supposés incompressibles et de masse volumique ρ_s constante.

On donne ci-après les équations décrivant respectivement la conservation de la masse totale, la loi de comportement élastique du squelette solide, la conservation des forces totales d'impulsion et la loi de Darcy généralisée :

$$\begin{aligned} n \frac{\partial v}{\partial x} + (1-n) \frac{\partial w}{\partial x} &= -n \chi_w \frac{\partial u}{\partial t} \\ \frac{\partial \sigma'}{\partial t} &= -E_{\text{eod}} \frac{\partial w}{\partial x} \\ n \rho_w \frac{\partial v}{\partial t} + (1-n) \rho_s \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial \sigma'}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} &= 0 \\ n \rho_w \frac{\partial v}{\partial t} + \alpha n \rho_w \frac{\partial (v-w)}{\partial t} + n \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{n^2 \mu_w}{k_w} (v-w) &= 0 \end{aligned} \quad (3.29)$$

Les équations (3.29) sont les équations de base de propagation des ondes unidimensionnelles dans un milieu poroélastique saturé. Ces équations forment un système de 4 équations aux dérivées partielles à 4 inconnues.

Avec : v les vitesses d'écoulement de l'eau interstitielle et w celle des grains, σ' la contrainte effective et u la pression interstitielle.

χ_w est la compressibilité de l'eau (de l'ordre de $0.5 \times 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$), ρ_w est sa masse volumique ($\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$) et μ_w est sa viscosité.

Le coefficient α est un facteur de couplage de masse, décrivant l'effet de masse ajoutée. En fait, si les grains et l'eau ont la même vitesse, le terme de couplage disparaît.