Corrigé de l'Évaluation Finale

$N_A = 6.022 \times 10^{23}\frac{atom}{mol}$; $1\ année = 31557600\ secondes$; $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}, \rho_{eau} = 1[\frac{g}{cm^3}], \rho_{air} = 0.0012[\frac{g}{cm^3}]$

Exercice n°01 (04 pts) :

Compléter le tableau suivant, en connaissant les masses molaires de chaque élément sa proportion dans un corps humain.

Element	*Masse molaire [g/mol]*	*Proportion dans le corps humain*	*Nombre d'atomes par gramme*	*Nombre d'atomes dans un corps de 70kg*
Hydrogène (H)	1.00794	09.5%	$\mathbf{6 \times 10^{23}}$	$\mathbf{3.99 \times 10^{27}}$
Carbone (C)	12.0107	18.5%	$\mathbf{5 \times 10^{22}}$	$\mathbf{6.47 \times 10^{26}}$
Nitrogène (N)	14.0067	03.3%	$\mathbf{3.76 \times 10^{22}}$	$\mathbf{8.68 \times 10^{26}}$
Oxygène (O)	15.9994	65.0%	$\mathbf{4.3 \times 10^{22}}$	$\mathbf{1.95 \times 10^{27}}$
Soufre (S)	32.065	00.3%	$\mathbf{1.88 \times 10^{22}}$	$\mathbf{3.95 \times 10^{24}}$
Phosphore (P)	30.9737	01.0%	$\mathbf{1.94 \times 10^{22}}$	$\mathbf{1.36 \times 10^{25}}$
Total				$\mathbf{7.47 \times 10^{27}}$

Exercice n°02 (05 pts) :

Lorsqu'un noyau radioactif se désintègre, la variation de l'ensemble $N_1(t)$ du même noyau suit une loi exponentielle en fonction du temps :

$$dN_1 = -\lambda_1 N_1 dt$$

Avec : $\lambda_i[s^{-1}]$ est la constante de désintégration radioactive caractéristique du noyau i.

1. Montrer que la solution d'une telle évolution, est-une loi exponentielle. Avec la condition initiale $N_1(t=0) = N_{10}$.

$$dN_1 = -\lambda_1 N_1 dt \rightarrow \frac{dN_1}{N_1} = -\lambda_1 dt \leftrightarrow \int \frac{dN_1}{N_1} = \int -\lambda_1 dt \leftrightarrow \ln N_1 = -\lambda_1 t + C$$

Avec : $N_1(t=0) = N_{10} \rightarrow \ln N_{10} = C \rightarrow \ln N_1 - \ln N_{10} = -\lambda_1 t \rightarrow \ln\left({N_1}/{N_{10}}\right) = -\lambda_1 t$

Ceci donne finalement : $N_1(t) = N_{10}.e^{-\lambda_1 t}$

1pts

Le produit de la désintégration radioactive est un nouveau noyau qu'on appelle « noyau fils », dont la population est désignée par l'ensemble $N_2(t)$. Dans le cas général, le noyau fils est radioactif et la variation de sa population suit une loi qui décrit la création et la disparition de ces noyaux fils :

$$dN_2 = (\lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2)dt$$

2. On admet que la solution de cette équation est une exponentielle combinée du type :

$$N_2(t) = Ae^{-\lambda_1 t} + Be^{-\lambda_2 t}$$

Trouver les deux coefficients A et B en fonction de λ_1; λ_2 et N_{10} et écrire l'expression de $N_2(t)$. Avec la condition initiale : $N_2(t=0) = 0$

$$dN_2 = (\lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2)dt \leftrightarrow \frac{dN_2}{dt} = (\lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2)$$

Avec la supposition : $N_2(t) = Ae^{-\lambda_1 t} + Be^{-\lambda_2 t}$ **et en remplaçant dans l'équation précédente :**

$$\frac{dN_2}{dt} = -\lambda_1 Ae^{-\lambda_1 t} - \lambda_2 Be^{-\lambda_2 t} = \lambda_1 N_{10} e^{-\lambda_1 t} - \lambda_2 Ae^{-\lambda_1 t} - \lambda_2 Be^{-\lambda_2 t}$$

En comparant les coefficients des termes en $e^{-\lambda_1 t}$ **et** $e^{-\lambda_2 t}$ **on obtient déjà :**

$$-\lambda_1 A = \lambda_1 N_{10} - \lambda_2 A \rightarrow A = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{10}$$

2pts

Avec la condition $N_2(t=0) = 0$ **; on obtient :** $0 = A + B \rightarrow B = -A = \frac{-\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{10}$

Donc on peut écrire : $N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{10}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)$

3. À partir de la solution de la question précédente et en considérant le cas $\lambda_1 \gg \lambda_2$, pour un temps $\frac{\ln 2}{\lambda_1} < t \ll \frac{\ln 2}{\lambda_2} (ou\ T_1 < t \ll T_2)$; montrer que la population du noyau fils évolue selon la loi :

$$N_2(t) = N_{10}\left(1 - e^{-\lambda_1 t}\right)$$

Si $\lambda_1 \gg \lambda_2$ **alors on peut effectuer les considérations suivantes :** $\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \ll 1$ **et** $\lambda_1 \pm \lambda_2 \cong \lambda_1$**, ainsi :**

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{10}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right) = \frac{1}{\lambda_2/\lambda_1 - 1} N_{10} e^{-\lambda_2 t}\left(e^{-(\lambda_1 - \lambda_2)t} - 1\right) \approx N_{10}\left(1 - e^{-\lambda_1 t}\right)$$

Avec : $\frac{1}{\lambda_2/\lambda_1 - 1} \approx -1;\ e^{-(\lambda_1 - \lambda_2)t} \approx e^{-\lambda_1 t};\ e^{-\lambda_2 t} \approx 1$

1pts

4. Que signifie ce cas considéré dans la question 3 ?

Le cas précédent, signifie que le noyau fils N_2 **est plus stable que le noyau père** N_1**.**

1pts

Exercice n°03 (06 pts) :

On donne la loi qui décrit le transfert linéique d'énergie pour les rayonnements chargés :

$$TEL = k.\frac{q^2}{v^2} n.Z$$

Avec : k **: une constante ;** $q[C]$ **:la charge de la particule incidente ;** $v[^m/_s]$ **: la vitesse de la particule chargée ;** $n\left[^{atom.}/_{cm^3}\right]$ **: la densité atomique de la cible ;** Z **: nombre atomique de la cible**

On donne pour les rayonnements chargés :

Particule	Électron (β)	Proton (p)	Noyau hélium (α)
Charge [C]	-1.6×10^{-19}	1.6×10^{-19}	3.2×10^{-19}
Masse [kg]	9.109×10^{-31}	1.672×10^{-27}	6.644×10^{-27}

1. Pour montrer l'effet de chaque rayonnement, écrire le TEL en fonction de l'énergie cinétique et la masse d'un rayonnement chargé de masse m_i , de charge q_i et d'énergie T_i

Comme : $T_i = \frac{1}{2} m_i v_i^2 \rightarrow v_i^2 = {2T_i}/{m_i} \rightarrow TEL_i = k.\frac{m_i q_i^2}{2T_i} n.Z$ *0.5pts*

2. Calculer les rapports de masses suivants : ${m_p}/{m_\beta}$; ${m_\alpha}/{m_\beta}$ et ; ${m_\alpha}/{m_p}$

${m_p}/{m_\beta} \cong 1835$; ${m_\alpha}/{m_\beta} \cong 7294$; ${m_\alpha}/{m_p} \cong 4$ *1.5pts*

3. Calculer les rapports : ${TEL_p}/{TEL_\beta}$; ${TEL_\alpha}/{TEL_\beta}$ et ${TEL_\alpha}/{TEL_p}$ pour des rayonnements de même énergie cinétique.

Comme $T_\beta = T_p = T_\alpha$ alors on peut écrire :

$${TEL_p}/{TEL_\beta} = {m_p q_p^2}/{m_\beta q_\beta^2} = \left(\frac{m_p}{m_\beta}\right) \times \left(\frac{q_p^2}{q_\beta^2}\right) \cong 1835$$

$${TEL_\alpha}/{TEL_\beta} = {m_\alpha q_\alpha^2}/{m_\beta q_\beta^2} = \left(\frac{m_\alpha}{m_\beta}\right) \times \left(\frac{q_\alpha^2}{q_\beta^2}\right) = \left(\frac{m_\alpha}{m_\beta}\right) \times \left(\frac{q_\alpha^2}{q_\beta^2}\right) \cong 7294 \times 4 = 29176$$

$${TEL_\alpha}/{TEL_p} = {m_\alpha q_\alpha^2}/{m_p q_\beta^2} = \left(\frac{m_\alpha}{m_p}\right) \times \left(\frac{q_\alpha^2}{q_p^2}\right) = \left(\frac{m_\alpha}{m_p}\right) \times \left(\frac{q_\alpha^2}{q_\beta^2}\right) \cong 4 \times 4 = 16$$

1.5pts

La densité linéique d'ionisation (DLI) s'écrit en fonction du TEL du rayonnement chargé incident et l'énergie d'ionisation moyenne de la cible W_i ; comme suit :

$$DLI = {TEL}/{W_i}$$

4. Comparer les DLI des trois rayonnements cités plus haut pour la même énergie et pour le même milieu cible. Commenter.

Comme $DLI = {TEL}/{W_i}$, alors pour le même milieu (*le même* W_i) et la même énergie du rayonnement incident, on peut déduire que :

$${DLI_p}/{DLI_\beta} = {TEL_p}/{TEL_\beta} \cong 1835\,;\ {DLI_\alpha}/{DLI_\beta} \cong 29176\,;\ {DLI_\alpha}/{DLI_p} \cong 16$$

2.5pts

On peut dire que les particules α sont les plus ionisantes, ensuite les protons. Les électrons sont beaucoup moins ionisants que les deux rayonnements précédents. Ils perdent leurs énergies moins rapidement et parcourent par conséquence une distance plus longue aux α et p.

Exercice 04 (05 pts) :

- Définir la valeur de 1 eV en $Joules$ $[J]$

$1\ eV = q.\Delta U = 1.6 \times 10^{-19} C.1V = 1.6 \times 10^{-19} J$ *01 pts*

- Calculer la valeur numérique de "$h.c$" en $[eV.m]$. (avec une précision de 11 chiffres après la virgule)

$h.c = 6.62 \times 10^{-34}.3 \times 10^{8} J.m = 1.986 \times 10^{-25} J.m = 1.24125 \times 10^{-6} eV.m$ *0.5*

- On donne les rayonnements suivants caractérisés par leur longueur d'onde λ, déduire l'énergie de chaque rayonnement en remplissant le tableau ci-dessous. ($E(eV) = h\nu = {hc}/{\lambda}$)
- Comment Définit-on un rayonnement ionisant ?

On définit un rayonnement ionisant, comme tout rayonnement qui peut ioniser un atome d'hydrogène, ou qui possède une énergie au moins égale à $13.6eV$ 01

- Compléter le tableau en différenciant les rayonnements ionisants par la mention « RI » dans la case « nature ». (0.25 pts par case)

λ (m)	10^{0}	10^{-2}	10^{-4}	10^{-6}	10^{-8}	10^{-10}	10^{-12}
E (eV)	1.24×10^{-6}	1.24×10^{-4}	1.24×10^{-2}	1.24125	124.125	12412.5	1.241250
Nature	/	/	/	/	RI	RI	RI