1. تعريف:

القرض العادي هو القرض الذي يمنح من عند مقرض واحد ويسدد عن طريق دفعات تحتوي على جزء من أصل القرض يسمى الاهتلاك وكذلك الفوائد المستحقة على الجزء الباقي تسديده تسمى بخدمة الدين.في النظام الكلاسيكي، تكون الدفعات متساوية(البنوك الجزائرية تتعامل بهذا النظام).

2. الرموز المستعملة

V_0 قيمة القرض في الزمن 0

$a_1,a_2,a_3.....a_n$ الدفعات السنوية، تدفع الأولى بعد فترة من تاريخ القرض.

$D_1,D_2,D_3,.....D_n$ الإهتلاكات المتتابعة (أصل القرض)

$V_1,V_2,V_3,.....V_n$ قيمة القرض الباقي تسديده بعد تسديد الدفعات $a_1,a_2,a_3.....a_n$ i معدل الفائدة

n مدة التسديد أو عدد الدفعات.

الدفعة = الفائدة على قيمة القرض الباقي تسديده + اهتلاك القرض

3. الدفعات و أقساط الاهتلاك

في النظام الكلاسيكي تكون الدفعات متساوية، نظام التسديد يكون كما يلي:

الفترة	الإهتلاك	الدفعة	قيمة القرض الباقي تسديده
	D_1	$a_1= V_0 i + D_1$	$V_1= V_0 - D_1$
	D_2	$a_2= V_1 i + D_2$	$V_2= V_1 - D_2$
	D_3	$a_3= V_2 i + D_3$	$V_3= V_2 - D_3$
	.	.	.
	.	.	.
	.	.	.
	D_n	$a_n= V_{(n-1)} i + D_n$	$V_n= V_{(n-1)} - D_n = 0$
n+1			

ملاحظات:

1. $V_n= V_{(n-1)} - D_n = 0 \Rightarrow V_{(n-1)} = D_n \Rightarrow a_n= D_n i + D_n \Rightarrow a_n = D_n(1+i)$

الدفعة = الإهتلاك الأخير + الفوائد المحسوبة عليه

2. $a_3 - a_2 =(V_2 i + D_3)-(V_1 i + D_2)$; $V_2= V_1 - D_2$

$\Rightarrow a_3 - a_2 = (V_1 - D_2) i + D_3 - (V_1 i + D_2)$

$= V_1 i - D_2 i + D_3 - V_1 i - D_2 = -D_2 i + D_3 - D_2 = D_3 - D_2 (1+i)$

بما أن $a3 = a2$ إذن: $D3 - D2 (1+i) = 0$ ومنه $D3 = D2 (1+i)$

وبما أن الدفعات كلها متساوية إذن:

$D_2 = D_1 (1+i)$

$D_3 = D_2 (1+i) = D_1 (1+i) (1+i) = D_1 (1+i)^2$

$D_4 = D_3 (1+i) = D_1 (1+i)^2 (1+i) = D_1 (1+i)^3$

.

$D_n = D_{n-1} (1+i) = D_1 (1+i)^{n-1}$

و منه: $D_n = D_{(n-1)} (1+i) = D_1 (1+i)^{n-1}$

4. قيمة القرض وأقساط الاهتلاك

قيمة القرض تساوي إلى مجموع أقساط الإهتلاكات

$V_0= D_1 + D_2 + D_3 + ... + D_n$

$V_0= D_1 + D_1 (1+i) + D_1 (1+i)^2 + D_1 (1+i)^3 + ... + D_1 (1+i)^{n-1}$

هذه الحدود تشكل متتالية هندية حدها الأول D_1 وأساسها $(1+i)$

ومنه:

$$V_0 = D_1 \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1}$$

إذن:

$$V_0 = D_1 \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

قيمة الاهتلاك الأول هي:

$$D_1 = V_0 \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

5. قيمة القرض والدفعة الثابتة

قيمة القرض هي القيمة الحالية لمجموع الدفعات أي:

$$V_0 = a \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

قيمة الدفعة تكون إذن:

$$a = V0 \frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

6. تشكيل جدول اهتلاك القرض

جدول اهتلاك القرض يبين جميع المعطيات المهمة في تحليل عملية تسديد القرض(التاريخ، قيمة القرض في بداية المدة، الفوائد، قسط اهتلاك القرض، قيمة الدفعة وقيمة القرض في نهاية المدة). يعطى جدول اهتلاك القرض بالشكل التالي:

الفترة	القرض في بداية المدة	الفائدة	الإهتلاك	الدفعة	القرض في نهاية المدة

تطبيق:

قرض قيمته 100 000 000 دج، يسدد على 5 دفعات سنوية متساوية، تستحق الدفعة الأولى سنة بعد إمضاء العقد، معدل الفائدة المركبة 6 % سنويا. شكل جدول اهتلاك هذا القرض؟

الحل:

حساب الإهتلاكات المتتابعة

$$D_1 = V_0 \frac{i}{(1+i)^n - 1} = 100\,000\,000 \frac{0{,}06}{(1{,}06)^5 - 1} = 17\,739\,640{,}04DA$$

وللحصول على الإهتلاكات المتتابعة يتم ضرب الاهتلاك السابق في (1+i)

حساب قيمة الدفعة الثابتة

$$a = V_0 \frac{i}{1-(1+i)^{-n}} = 100\,000\,000 \frac{0{,}06}{1-(1{,}06)^{-5}} = 23\,739\,640{,}04DA$$

حساب الفائدة على قيمة القرض الباقي تسديده

$$I_1 = V_0 \, i \, n = 100\,000\,000 \times 0{,}06 \times 1 = 6\,000\,000DA.$$

وتحسب باقي الفوائد على المبلغ الباقي تسديده من القرض بداية كل فترة موالية.

حساب المبلغ الباقي تسديده بعد كل فترة

$$V_1 = V_0 - D_1 = 100\,000\,000 - 17.739.640{,}04 = 82\,260\,359{,}96DA$$

وهكذا يتم حذف اهتلاك الفترة المعنية من المبلغ الباقي تسديده في بداية هذه الفترة.

جدول اهتلاك القرض

الفترة	القرض في بداية المدة	الفائدة	الإهتلاك	الدفعة	القرض في نهاية المدة
1	100 000000	6 000 000	17 739 640,04	23 739 640,04	82 260 359,96
2	82 260 359,96	4 935 621,60	18 804 018,45	23 739 640,04	63 456 341,51
3	63 456 341,51	3 807 380,49	19 932 259,55	23 739 640,04	43 524 081,96
4	43 524 081,96	2 611 444,72	21 128 195,13	23 739 640,04	22 395 886,83
5	22 395 886,83	1 343 753,21	22 395 886,83	23 739 640,04	00
المجموع			100.000.000		

7. صيغة حساب المبلغ المسدد من القرض

مبلغ القرض المسدد في تاريخ ما هو مجموع الإهتلاكات المدفوعة إلى غاية هذا التاريخ.

$$V_P = D_1 + D_2 + D_3 + \ldots\ldots\ldots + D_P$$

$$V_P = D_1 + D_1(1+i) + D_1(1+i)^2 + \ldots\ldots\ldots + D_1(1+i)^{p-1}$$

هذه الحدود تشكل متتالية هندسية أساسها $(1+i)$ وحدها الأول D_1.

إذن: $$V_P = D_1 \frac{(1+i)^p - 1}{i}$$

8. صيغة حساب المبلغ الباقي تسديده من القرض

$$V_R = V_0 - V_P = a \frac{1-(1+i)^{-(n-p)}}{i}$$

تطبيق:

قرض بمبلغ 1 000 000 دج، يسدد بواسطة 8دفعات متساوية بمعدل فائدة مركبة 6 % سنويا.

المطلوب:

حساب المبلغ المسدد بعد الدفعة السادسة والمبلغ الباقي تسديده في نفس التاريخ؟

الحل:

$$D_1 = V_0 \frac{i}{(1+i)^n - 1} = 1\,000\,000 \frac{0{,}06}{1{,}06)^6 - 1} = 101\,035{,}94DA$$

$$V_0=D_1\frac{(1+i)^p-1}{i}\Rightarrow V_6=D_1\frac{(1{,}06)^6-1}{0{,}06}=101035{,}94\frac{(1+i)^6-1}{i}$$

$=704\,757{,}87DA$

$V_R=V_0-V_P=1\,000\,000-704\,757{,}87=295\,242{,}13DA.$

أو

$$a=V_0\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}=1\,000\,000\frac{0{,}06}{1-(1{,}06)^{-8}}=161\,035{,}94DA$$

$$V_R=a\frac{1-(1+i)^{-(n-p)}}{i}=161\,035{,}94\frac{1-(1{,}06)^{-(8-6)}}{0{,}06}=295\,242{,}11DA.$$

9. الفرق بين الفوائد المتتابعة

نعلم أن:

$$a=I_1+D_1=I_2+D_2=I_3+D_3\ldots\ldots=I_n+D_n.$$

$$\Rightarrow I_1=a-D_1,\ I_2=a-D_2,\ I_3=a-D_3\ldots\ldots I_n=a-D_n$$

$$I_1-I_2=(a-D_1)-(a-D_2)=a-D_1-a+D_2=D_2-D_1$$

$$\Rightarrow I_1-I_2=D_2-D_1=D_1(1+i)-D_1=D_1+D_1i-D_1=D_1i\Rightarrow I_1-I_2=D_1i$$

$$I_2-I_3=(a-D_2)-(a-D_3)=a-D_2-a+D_3=D_3-D_2=D_2(1+i)-D_2=$$

$$D_2+D_2i-D_2=D_2i=D_1i\,(1+i)\Rightarrow I_2-I_3=D_1i\,(1+i)$$

وهكذا نجد:

$$I_3-I_4=D_1i\,(1+i)^2\ldots\ldots I_{n-1}-I_n=D_1i\,(1+i)^{n-2}$$

إذن:

الفرق بين الفوائد المتتالية تشكل فيما بينها متتالية هندسية حدها الأول D_1i وأساسها $(1+i)$.

10. العلاقة بين الدفعة الثابتة و الاهتلاك الأول

$$a=V_0\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}=D_1\frac{(1+i)^n-1}{i}\times\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}=D_1\frac{(1+i)^n-1}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$=D_1\frac{(1+i)^n-1}{1-(1+i)^{-n}}\times\frac{1+i)^n}{1+i)^n}$$

$$\Rightarrow a=D_1\frac{1+i)^n-1}{1+i)^n-1}(1+i)^n=D_1(1+i)^n\Rightarrow a=D_1(1+i)^n$$

11. اهتلاك قرض بواسطة اهتلاكات ثابتة:

في حالة اهتلاك قرض بإهتلاكات ثابتة تكون لهذه الإهتلاكات قيمة ثابتة. أي:

$$D_1=D_2=D=\ldots..D_n$$

تطبيق:

قرض قيمته 100 000 000 دج، يهتلك عن طريق إهتلاكات ثابتة على مدى 5سنوات بمعدل فائدة 10 % سنويا.

المطلوب:

إعداد جدول اهتلاك هذا القرض.

الحل:

$$D_1=D_2=D_3=D_4=D_5=\frac{100\,000\,000}{5}=20.000.000DA$$

$$I_1=100\,000\,000\times0{,}1=10\,000\,000\ DA$$

$$a_1=I_1+D_1=20\,000\,000+10\,000\,000=30\,000\,000\ DA$$

$$V_1=V_0-D_1=100\,000\,000-20.000.000=80\,000\,000\ DA$$

إذن يكون جدول الاهتلاك كما يلي:

الفترة	القرض في بداية المدة	الفائدة	الإهتلاك	الدفعة	القرض في نهاية المدة
1	100 000000	10 000000	20 000 000	30 000 000	80 000 000
2	80 000 000	8 000000	20 000 000	28 000 000	60 000 000
3	60 000 000	6 000000	20 000 000	26 000 000	40 000 000
4	40 000 000	4 000000	20 000 000	24 000 000	20 000 000
5	20 000 000	2 000000	20 000000	22 000 000	00
			100 000000		

نلاحظ من خلال الجدول أن الدفعات غير متساوية فلنقارن بين دفعتين متتاليتين: a_j و a_{j+1}

كل اهتلاك= $\frac{\text{مبلغ القرض}}{\text{المدة}} = \frac{V_0}{n}$

لدينا:

$$a_{j+1}=(V_{j-1}-\frac{V_0}{n})i+\frac{V_0}{n}=V_{j-1}\,i-\frac{V_0}{n}i+\frac{V_0}{n}=V_{j-1}\,i+\frac{V_0}{n}\frac{V_0}{n}i=a_j-\frac{V_0}{n}i$$

$$a_j=V_{j-1}\,i+\frac{V_0}{n},\ a_{j+1}=V_j\,i+\frac{V_0}{n},\ V_j=V_{j-1}-\frac{V_0}{n}$$

إذن في نظام اهتلاكات الثابتة للقرض، الدفعات تأخذ شكل متتالية حسابية حدها الأول $V_0 i+\frac{V_0}{n}$) وأساسها ($-\frac{V_0}{n}i$).