Université Djilali Bounaâma de Khemis-Miliana
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Mathématiques et d'Informatique

2 ième Année Informatique
Module : La théorie des graphes

Série d'exercices N^o 1

Exercice 1 *Problème des ponts de Königsberg :*
Au 18 ^{e} siècle, la ville de Koenisberg comprenait 2 îles et 7 ponts suivant le plan ci-dessous : Les habitants souhaitaient faire une promenade passant

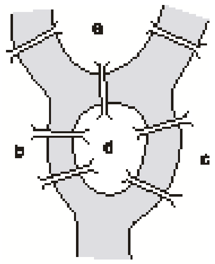
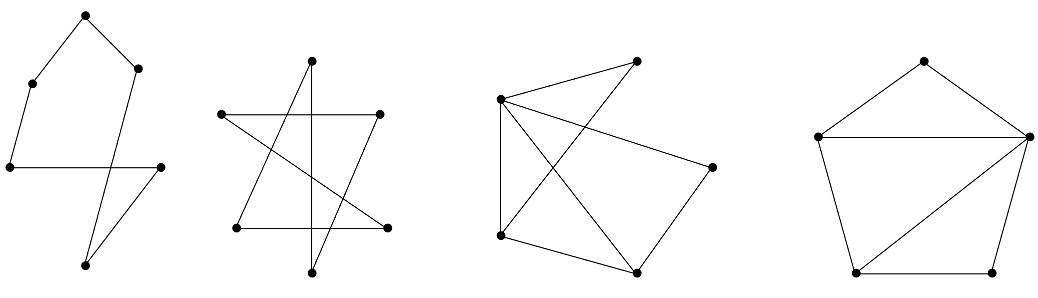


Figure 1: Ponts de Königsberg

une et une seule fois sur chaque pont. Tracer le graphe associé au plan de la ville.

Exercice 2 *Décider si les dessins suivants représentent les mêmes graphes.*



G_1 G_2 G_3 G_4

Exercice 3 *Dessiner les graphes suivants :*

- *Les sommets sont les faces d'un cube, deux sommets sont reliés si les faces correspondantes ont une arête du cube en commun.*

- *Les sommets du graphe sont tous les sous ensembles à deux éléments de $\{1, 2, 3, 4\}$ deux sommets sont reliés si leur intersection est non vide.*

- *Graphe associé à la situation : Trois pays envoient chacun à une conférence deux espions qui ne se connaissent pas, chaque espion doit entrer en contact avec tous les espions des autres pays.*

Exercice 4 *Dessiner les graphes complets K_n, pour $n = 2, 3, 4, 5$. Combien ont ils d'arêtes ?*

Exercice 5 *Dessiner les graphes simples d'ordre 3, 4, 5, 6 dont tous les sommets sont de degré 2.*

Exercice 6 *Une ligue de football contient 7 clubs. Pour des raisons de temps, on décide que chaque club ne jouera que la moitié des matchs possibles. Comment organiser le tournoi ?*

Exercice 7 *Comment tracer 5 segments sur une feuille, de telle manière que chaque segment en coupe exactement 3 autres ?*

Exercice 8 *Peut-on construire un graphe $G = (S, A)$ simple ayant 4 sommets et 7 arêtes?*

Exercice 9 *Soit G un graphe r-régulier. Montrer que: $||G|| = \dfrac{r|G]}{2}$.*

Exercice 10 *Le conseil municipal d'une ville comprend 7 commissions, qui obéissent aux règles suivantes :*

Régle 1 : tout conseiller municipal fait partie de 2 commissions exactement.

Régle 2 : deux commissions quelconques ont exactement un conseiller en commun ;

Combien y a-t-il de membres dans le conseil municipal ?

Exercice 11 *Dans un groupe de vingt enfants, est-il possible que sept d'entre eux aient chacun exactement trois amis, neuf d'entre eux en aient exactement quatre, et quatre d'entre eux exactement cinq ?*

Exercice 12 *Un graphe simple d'ordre 2p est tel que chacun de ses sommets est de degré au moins p. Montrer que ce graphe est connexe. A-t-on le même résultat pour un graphe simple d'ordre n tel que chacun de ses sommets soit de degré supérieur ou égal à (n-1)/2 ?*