

Série de TD N^o 3

Exercice 1

Déterminer si les fonctions suivantes sont des densités de probabilité et si oui, déterminer la fonction de répartition associée à cette densité.

$$1. f(x) = \begin{cases} 4xe^{-2x}, & \text{si } x \geq 0, \\ 0, & \text{si } x < 0. \end{cases}$$

$$2. g(x) = \begin{cases} \frac{4 \ln(x)}{x^3}, & \text{si } x \geq 1, \\ 0, & \text{si } x < 1. \end{cases}$$

Exercice 2

On considère la fonction définie par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{3}(1-x)^{\frac{1}{3}}, & \text{si } 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases}$$

1. Montrer que f est bien une densité de probabilité.
2. Déterminer sa fonction de répartition F .
3. Calculer $\mathbb{P}(0,488 < X \leq 1,2)$.

Exercice 3

La durée de vie en années d'un ordinateur est une v.a. notée X suivant la loi exponentielle de paramètre λ .

1. Sachant que $\mathbb{P}(X > 10) = 0,286$, déterminer la valeur de λ .
2. Calculer la probabilité qu'un ordinateur ait une durée de vie inférieure à 6 mois.
3. Sachant qu'un ordinateur a déjà fonctionné huit années, quelle est la probabilité qu'il ait une durée de vie supérieure à 10 ans.

Exercice 4

La distance (en mètres) parcourue par un projectile suit une loi normale. Au cours d'un entraînement, on constate que :

- La probabilité qu'un projectile dépasse 60 mètres est 0,0869.
- La probabilité qu'un projectile parcoure une distance inférieure à 45 mètres est 0,6406.

Calculer la distance moyenne parcourue par un projectile, ainsi que l'écart-type de celle-ci.