3.1 Introduction

La cinématique des fluides étudie le mouvement d'un fluide en utilisant les notions de ligne de courant et de champ des vitesses (donc, le fluide n'est plus en équilibre). C'est une description du mouvement des particules du fluide en termes de déplacement, de vitesse et d'accélération, sans tenir compte des forces qui lui donnent naissance.

La cinématique des fluides est l'étude, l'observation, la description d'un écoulement sans en considérer les causes.

3.2 Description des écoulements

Dans l'étude du mouvement d'un fluide, on définit généralement en chaque point M :
la vitesse « V », d'accélération « a », la masse volumique « ρ » et la pression « P » (et éventuellement la température T).

On peut observer différents types de régimes d'écoulement d'un fluide. Donc, le mouvement d'un fluide peut être permanent ou non permanent, uniforme ou non uniforme, laminaire ou turbulent, unidimensionnel, bidimensionnel ou tridimensionnel.

3.2.1 Ecoulement permanent ou non permanent

Un écoulement permanent, c'est celui auquel les caractéristiques de l'écoulement et les propriétés du fluide ne varient pas dans le temps (densité, pression, vitesse, accélération,…).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0\ ; \quad \frac{\partial P}{\partial t} = 0\ ; \quad \frac{\partial V}{\partial t} = 0\ ; \quad \frac{\partial a}{\partial t} = 0\ ; \ldots.$$

Un écoulement est dit non permanent quand les propriétés de fluide et les caractéristiques de l'écoulement en un point donné du fluide varient dans le temps (densité, pression, vitesse, accélération,…).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} \neq 0\ ; \quad \frac{\partial P}{\partial t} \neq 0\ ; \quad \frac{\partial V}{\partial t} \neq 0\ ; \quad \frac{\partial a}{\partial t} \neq 0\ ; \ldots.$$

L'écoulement non permanent est observé par exemple en mouvement de l'eau dans une rivière,

3.2.2 Ecoulement uniforme ou non uniforme

L'écoulement est dit uniforme, quand les propriétés du fluide et les caractéristiques de l'écoulement restent constante (ne changent pas) d'un point à un autre sur le parcours du fluide.

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = 0\ ; \quad \frac{\partial P}{\partial x} = 0\ ; \quad \frac{\partial V}{\partial x} = 0\ ; \quad \frac{\partial a}{\partial x} = 0\ ; \ldots.$$

L'écoulement est dit non uniforme, quand les propriétés du fluide et les caractéristiques de l'écoulement varient d'un point à un autre sur le parcours du fluide.

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} \neq 0\ ; \quad \frac{\partial P}{\partial x} \neq 0\ ; \quad \frac{\partial V}{\partial x} \neq 0\ ; \quad \frac{\partial a}{\partial x} \neq 0\ ; \ldots.$$

3.2.3 Ecoulement tridimensionnel, bidimensionnel et unidimensionnel

En général, l'écoulement d'un fluide est tridimensionnel si les caractéristiques de l'écoulement (vitesse, accélération, pression,…) varient dans les trois dimensions (x, y et z) et en fonction du temps.

Un écoulement d'un fluide est considéré comme bidimensionnel si les caractéristiques de l'écoulement (vitesse, accélération, pression,…) varient dans deux dimensions et en fonction du temps.

Un écoulement d'un fluide est considéré comme unidimensionnel si les caractéristiques de l'écoulement (vitesse, accélération, pression,…) varient dans le temps et dans une seule dimension.

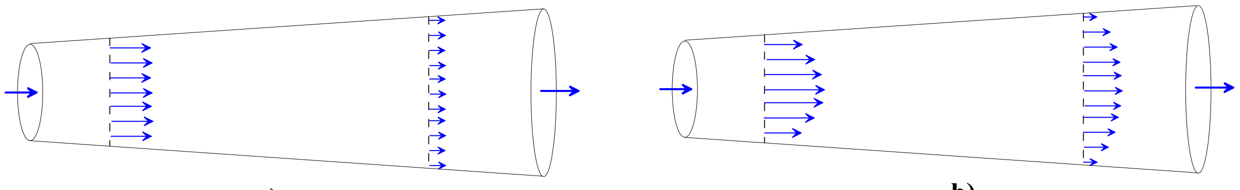

Fig. 3.1 : *Variation de la vitesse pour un écoulement a) Unidimensionnel & b) bidimensionnel*

3.3 Description du mouvement d'une particule

En mécanique des fluides, le mouvement d'un fluide est repérable au moyen de variables adéquates, et cela pour décrire la trajectoire de chaque particule du système considéré. Il est ici nécessaire de faire intervenir une autre description (macroscopique) du mouvement.

Deux méthodes différentes peuvent être utilisées, qui diffèrent par le choix des variables adoptées.

- La méthode de Lagrange : consiste à suivre une particule fluide dans son mouvement,
- La méthode d'Euler : consiste à observer la vitesse des particules passant en un point déterminé de l'espace.

3.3.1 Description de Lagrange

La description lagrangienne consiste à suivre dans l'espace la position d'une particule en fonction du temps. On étudie les vecteurs de position, vitesse et accélération, et éventuellement la trajectoire ou le chemin suivi par la particule dans son mouvement en fonction du temps.

Compte tenu du nombre de particules fluides, cette description n'est pas souvent envisageable.

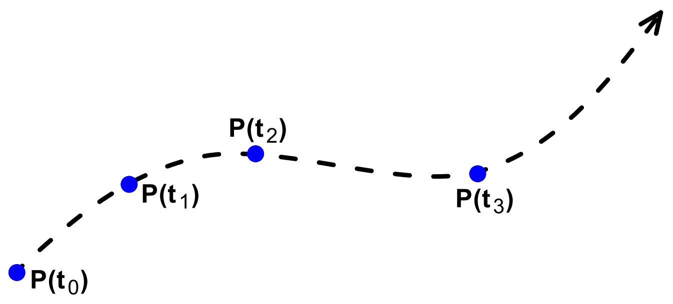

Fig. 3.2 : *Trajectoire d'une particule « P » en fonction du temps*

Le mouvement de chaque particule est connu si on a les vecteurs de position, vitesse et accélération.
Soient (x_0, y_0, z_0) les coordonnées initiales de la position d'une particule à l'instant t_0. Le mouvement de la particule liquide est connu si on connait les coordonnées (x, y, z) de la particule en fonction de (x_0, y_0, z_0) et du temps « t »

On peut déterminer la trajectoire de la particule liquide si l'on connaît :

$$\begin{cases} x = x(x_0\,, y_0,\ z_0, t) \\ y = y(x_0\,, y_0,\ z_0, t) \\ z = z(x_0\,, y_0,\ z_0, t) \end{cases}$$

On définit alors la vitesse de la particule fluide par : $\vec{V} = \begin{cases} v_x = \frac{\partial x}{\partial t} \\ v_y = \frac{\partial y}{\partial t} \\ v_z = \frac{\partial z}{\partial t} \end{cases}$

L'accélération de la particule est déterminée par : $\vec{a} = \begin{cases} a_x = \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \\ a_y = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \\ a_z = \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \end{cases}$

3.3.2 Description d'Euler

La description eulérienne consiste à établir à chaque instant t donné, l'ensemble des vitesses associées à chacun des points de l'espace fluide. Donc, on s'intéresse cette fois au mouvement de toutes les particules fluides à un instant donné t. Le mouvement est défini par le champ des vitesses qui mesure la vitesse de chaque particule en fonction de sa position à l'instant t. La représentation d'Euler est simple que celle de Lagrange, elle est plus fréquemment utilisée.

A chaque point M(x, y, z) est associée une vitesse $\overrightarrow{V_M}(u, v, w)$ susceptible d'évoluer dans le temps.

$$\vec{V} = \begin{cases} u = \frac{\partial x}{\partial t} \\ v = \frac{\partial y}{\partial t} \\ w = \frac{\partial z}{\partial t} \end{cases}$$

On détermine alors en fonction du temps, la vitesse « V » des particules fluides qui passent successivement par ce point « M ».

La variation totale de vitesse selon « x » est donnée par :

$$du = \frac{\partial u}{\partial t}dt + \frac{\partial u}{\partial x}dx + \frac{\partial u}{\partial y}dy + \frac{\partial u}{\partial z}dz$$

Avec, $dx = u\,dt$, $dy = v\,dt$, $dz = w\,dt$, La variation de l'accélération selon « x » est obtenue de la façon suivante :

$$a_x = \frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}$$

De façon analogue, on peut écrire les composantes de l'accélération dans les autres directions y et z :

$$\begin{cases} a_x = \frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} \\ a_y = \frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} \\ a_z = \frac{dw}{dt} = \frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z} \end{cases} \Rightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v}\, grad\vec{v}$$

L'accélération totale se trouve ainsi être la somme d'une accélération locale et d'une accélération convective.

3.4 Lignes de courant, trajectoire, tube de courant

On appelle une *ligne de courant*, une ligne est tracée par une série de points d'un liquide en mouvement de façon que les vecteurs de vitesse soient tangentiels à la courbe dans chaque point à l'instant donnée. On peut dire que la ligne de courant représente le parcours d'une masse élémentaire de fluide. C'est une courbe qui dérive de la description eulérienne.

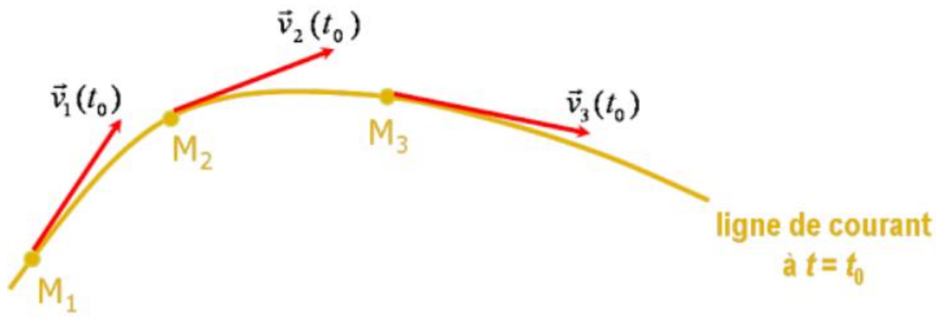

Fig. 3.3 : *Ligne de courant*

Les lignes de courant sont des lignes imaginaires tracées pour indiquer la direction du mouvement du liquide. C'est une courbe qui dérive de la description eulérienne.

L'équation différentielle d'une ligne de courant, pour un écoulement tridimensionnel est :

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w}$$

Pour obtenir l'équation de la ligne de courant dans sa forme analytique, il faut intégrer ce équation.

On appelle *trajectoire* la voie que passe une particule donnée du liquide dans l'espace par un certain laps de temps. Donc, c'est l'ensemble des positions occupées au cours du temps par un même élément de fluide. Les trajectoires découlent de la description lagrangienne.

En cas d'écoulement permanent, les lignes de courant coïncident avec les trajectoires des particules du liquide. Si le mouvement est non permanent, elles ne coïncident pas, par ce que

chaque particule du liquide ne se trouve qu'un instant sur la ligne de courant qui elle-même n'existe qu'un instant sur la ligne de courant qui elle-même n'existe qu'un instant.
On appelle un *filet liquide*, un faisceau tridimensionnel de lignes de courant passant à l'intérieur d'un tube de courant. Le courant liquide est constitué d'un ensemble de filets liquide.

On appelle *tube de courant*, une surface tubulaire de section transversale infiniment petite formé par un système de ligne de courant passant par les points de contour fermé infiniment petit.

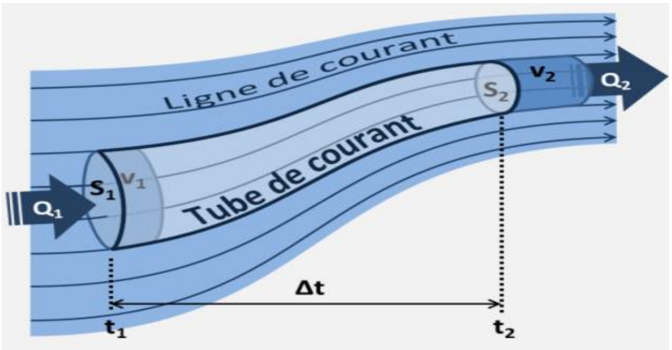

Fig. 3.4 : *Ligne et tube de courant pour un écoulement*

3.5 Conservation de la masse - Equation de continuité en mouvement permanent
Examinons un filet liquide d'un liquide incompressible en écoulement permanent.

dS_1 et dS_2 sont respectivement les aires des sections 1 et 2 du tube de courant liquide à l'instant t_0 ;
dS'_1 et dS'_2 sont respectivement les aires des sections 1' et 2' du tube de courant liquide à l'instant t_1, avec $t_1 = t_0 + dt$;
dm_1, c'est une masse élémentaire du liquide, comprise entre les sections 1 et 1' ;
m, c'est une masse du liquide, comprise entre les sections 1' et 2 ;
dm_2, c'est une masse élémentaire du liquide, comprise entre les sections 2 et 2' ;
dl_1, c'est une distance entre les sections 1 et 1' ;
dl_2, c'est une distance entre les sections 2 et 2' ;
V_1 et V_2 sont des vitesses moyennes au niveau des sections 1 et 2 respectivement ;

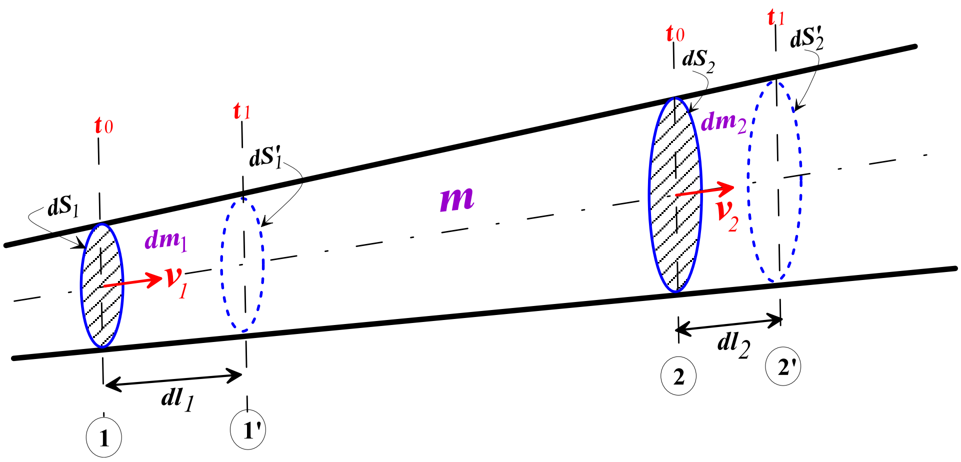

Fig. 3.2 : *Principe de conservation de masse*

A l'instant t_0, la masse du liquide comprise entre les sections 1 et 2, est : $dm_1 + m$;
A l'instant t_1, la masse du liquide comprise entre les sections 1 et 2, est : $m + dm_2$;

Si on considère qu'il y a une conservation de masse le long de déplacement du liquide de t_0 à t_1 (selon l'approche du volume de contrôle), ce qui donne :

$$dm_1 + \cancel{m} = \cancel{m} + dm_2 \Rightarrow dm_1 = dm_2$$

Donc, $\rho_1 . dS_1 . dl_1 = \rho_2 . dS_2 . dl_2$, avec $dm = \rho . dS . dl$,

En divisant l'équation sur dt => $\rho_1 . dS_1 . \frac{dl_1}{dt} = \rho_2 . dS_2 . \frac{dl_2}{dt}$

=> $\rho_1 . dS_1 . \boldsymbol{v_1} = \rho_2 . dS_2 . \boldsymbol{v_2}$ => $\dot{\boldsymbol{m}}_1 = \dot{\boldsymbol{m}}_2$ [kg/s]

$\dot{\boldsymbol{m}}_1$ ***et*** $\dot{\boldsymbol{m}}_2$ (ou $q_{m1} = q_{m2}$) sont des débits massiques dans les sections 1 et 2,

Dans le cas d'un liquide incompressible :
$\rho_1 = \rho_2$, ce qui donne $S_1 V_1 = S_2 V_2$ => $\boldsymbol{Q_1 = Q_2}$ (ou $q_{v1} = q_{v2}$) [m^3/s] c'est le débit volumique

donc $q_m = \rho . q_v$

Ce résultat s'applique notamment à l'écoulement d'un liquide dans un tuyau de section variable. C'est *l'équation de continuité d'un filet liquide incompressible*.

En hydraulique, en utilise souvent la notion de débit et la vitesse moyenne d'écoulement. Le *débit du liquide* est la quantité du liquide passant par unité de temps par une section d'écoulement donnée du courant. On distingue :

- Le débit volumique « Q ou q_v» est mesuré en m^3/s ou en l/s : étant le volume de liquide qui traverse une section par unité de temps

Q = volume /temps = vitesse moyenne x section

La vitesse moyenne dans une section donnée est une vitesse fictive imaginaire du courant égale pour tous les points dans la section d'écoulement donnée qui assure un débit par la section d'écoulement, égal à celui réel.

- Le débit massique « ṁ ou q_m» mesuré en Kg/s : étant la masse de liquide qui traverse une section par unité de temps.

ṁ = masse volumique / temps (ṁ = m/t = ρ x volume/temps = ρ x Q)

Avec
V : vitesse moyenne en m/s ;
S : section transversale de la conduite en m^2 ;
ρ : masse volumique du liquide en Kg/m^3 ;