Université Djilali Bounaama –Khemis Miliana **Semestre 1- 2020/2021**

Faculté des Sciences et de la Technologie **28/03/2021**

LMD_L1_ST_SM **Durée : 01h**

Examen de Mathématiques 1

Exercice n°1 (08 points):

1. Soientt $x, y \in \mathbb{R}$. Utiliser le raisonnement par contraposée pour montrer que :
   « si $x \neq y$ alors $(x+1)(y-1) \neq (x-1)(y+1)$ »
2. Soit $\mathcal{R}$ une relation définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\forall x, y \in \mathbb{R}\,,\ \ x\mathcal{R}y \iff \sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y} = x - y.$$

   Est-ce que $\mathcal{R}$ est transitive ? Justifier votre réponse.

3. Considérons l'application $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par : $f(x) = \ln(e^x + 1)$.
   a) Est-ce que l'application f est surjective? Justifier votre réponse.
   b) Trouver l'ensemble F pour que f soit surjective de $\mathbb{R}$ vers F.

Exercice n°2 (12 points):

I) On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\arcsin(x+1)}{a^2+b^2}, & -1 \leq x < 0, \\ \frac{\pi}{4}, & x = 0\ , \\ \sqrt{x^2 + b^2}, & x > 0 \end{cases}$$

où a et b sont des réels **positifs**. Trouver les nombres a et b pour que la fonction f soit continue en $x = 0$.

II) Calculer les limites suivantes :

a) $\lim_{x \to 0^+} \frac{x + \cos\left(\sqrt{x} + \frac{\pi}{2}\right)}{\sin x}$ b) $\lim_{n \to +\infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^x$.

III) Calculer les dérivées $g'(x)$ et $h'(x)$ où :

$g(x) = \arctan\left(\sqrt{x^2+1}\right)$ et $h(x) = \ln(arcos(2x+1))$.