

Chapitre II : Optimisation

I.1. Introduction

L'optimisation est l'action et l'effet d'optimiser. Ce verbe veut dire chercher la meilleure manière de réaliser une activité.

Au niveau général, l'optimisation peut se réaliser dans de différents domaines, toujours avec le même objectif : améliorer le fonctionnement de quelque chose au moyen d'une gestion perfectionnée des ressources. L'optimisation peut avoir lieu à n'importe quelle étape quoiqu'il est conseillé de la mener à bien jusqu'à la fin du processus visé.

Une personne qui souhaite optimiser son temps de travail, par exemple, peut changer l'organisation de ses activités, faire appel à la technologie ou bien travailler avec quelqu'un qui puisse l'aider. Si l'optimisation est plutôt réussie, la personne pourra travailler ou produire davantage en moins de temps.

Aujourd'hui, le concept d'*optimisation* est bien dégagé. Il s'agit de prendre la meilleure décision possible compte tenu de contraintes imposées du dehors. La modélisation mathématique suppose que l'on définisse a priori l'ensemble de toutes les décisions possibles, et qu'à chacune d'elles on attribue une note chiffrée. Cette note cote la performance au regard d'un certain cri [...]

Définitions:

Optimiser : Rendre optimal, donner à quelque chose les meilleures conditions d'utilisation, de fonctionnement, de donner le meilleur rendement possible;

Optimiser la production. Nous n'avons cessé d'accroître sa rentabilité ; résultat de cette action, d'organiser le travail pour en accroître le rendement.

Optimise : Devenir meilleur.

Synonymes de optimisation **amélioration, maximalisation, rationalisation**, taylorisation

maximalisation تعظيم	importance أهمية	viabilité
amélioration تحسين	utile مفيدة	profit
optimisation	progrès	rentabilité • الربحية
rationalisation ترشيد	précieux قيمة	efficacité
maximisation تعظيم	augmentation زيادة	montant كمية
valorisation تقييم	accentuation	performance
perfectionnement تطوير	amplification التضخيم	productivité الإنتاجية
renforcement تعزيز	stimulation التحفيز	recyclage التدوير
mise en valeur اظهار القيمة	reprise	affinement • تصفية
accroissement زيادة	gain	mise au point التنمية
rehaussement تعزيز	intensification تكثيف	mise à niveau ترقية
améliorant تحسين	facilitation تسهيل	développement التنمية الفرعية
utilité	majoration زيادة	promotion ترقية وظيفية
enrichissement تخصيب	raffinement	exploitation
modernisation التحديث	efficience	élaboration
approfondissement تعميق	rendement	
valeur القيمة		
intérêt الاهتمام		

L'optimisation des logiciels a pour but d'adapter les programmes informatiques pour qu'ils accomplissent leurs tâches, le plus rapidement possible. Grâce à l'optimisation des logiciels, par exemple, les programmes n'ont pas besoin d'autant de mémoire pour fonctionner car ils utilisent leurs ressources d'une façon plus efficace.

Optimisation (mathématiques)

Qu'est-ce que l'optimisation numérique « d'optimisation mathématique ».

L'optimisation joue un rôle important en recherche opérationnelle, dans les mathématiques appliquées (fondamentales pour l'industrie et l'ingénierie), en analyse et en analyse numérique, en statistique pour l'estimation du maximum de vraisemblance d'une distribution, pour la recherche de stratégies dans le cadre de la théorie des jeux, ou encore en théorie du contrôle et de la commande.

L'**optimisation mathématique** consiste à minimiser ou maximiser une fonction sur un ensemble. En pratique, la résolution d'un problème d'optimisation mathématique consiste à trouver **la meilleure solution** à un problème qu'on a su préalablement exprimer sous une forme mathématique particulière qui fait intervenir un ou plusieurs critères. Ce ou ces critères sont exprimés sous la forme d'une fonction mathématique, appelée souvent **fonction objectif**. La solution optimale ou meilleure solution du correspond à trouver une valeur extrême, appelée aussi extremum – c'est à dire un maximum ou un minimum – à cette fonction objectif. L'optimisation se rapproche donc des calculs d'extremum de fonctions.

Soit un système (industriel, de laboratoire, économique, social, ...etc.) dont l'état dépend de variables opératoires, le terme **optimisation désigne une action visant à trouver l'ensemble des valeurs de ces variables opératoires qui entraîne un état souhaité pour le système.**

Cependant, dans tout problème d'optimisation il intervient toujours les concepts de variables opératoires et de réponse.

- Un problème d'optimisation peut par exemple consister à chercher le maximum du rendement d'une unité de production industrielle, la distance maximale parcourue par un véhicule pour une quantité de carburant donnée, le nombre maximal de clients servis à un guichet dans un intervalle de temps fixé, la résistance mécanique maximale d'une pièce produite, etc. Un problème d'optimisation peut également consister à chercher le minimum des coûts de production d'une usine, à minimiser les pertes thermiques d'un procédé industriel, à identifier le temps de fabrication minimal, etc.

Les variables opératoires x (les facteurs) peuvent être de nature très diverses : le pH, la température, la concentration d'un réactif, le débit d'introduction d'un constituant dans un réacteur, ...etc. Mais il est impératif que ces facteurs soient quantitatifs et que l'on puisse faire varier à volonté leur valeur (dans des limites permises par l'expérimentation).

La réponse appelée fonction de réponse y peut par exemple être le rendement d'une réaction (on recherchera alors un maximum), un critère de qualité comme par exemple la pureté d'un produit (maximum), la résolution de pics chromatographiques (maximum), etc ; ce peut aussi être le coût d'une opération (minimum) ; on utilise même parfois des fonctions objectifs qui font intervenir plusieurs réponses. Dans tous les cas, il doit s'agir d'une grandeur quantitative. La dénomination fonction de réponse indique que y doit dépendre de la valeur x des variables

opérateurs étudiés ; et la dénomination fonction objectif rappelle que c'est cette variable qui est optimisée.

remarquons aussi que la qualification « état souhaité pour le système » n'implique pas nécessairement la recherche exacte d'un maximum ou d'un minimum : il est des cas où il suffit en pratique que la réponse soit supérieure à une valeur donnée à l'avance, d'autres pour lesquels on peut considérer que la réponse est satisfaisante si celle-ci est inférieure à une valeur donnée à

l'avance. Le plus souvent cependant, il s'agit de trouver l'optimum vrai de la réponse, ce qui correspond du point de vue mathématique à rechercher l'extremum (maximum ou minimum) d'une fonction y de plusieurs variables : $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$

Dans la pratique, le cas le plus simple est d'avoir à optimiser une réponse y vis à vis d'une seule variable ; le plus fréquent est celui où il intervient plusieurs variables opératoires, 2, 3, voire 4 ou 5.

Donc : dans tous ces exemples, il est nécessaire d'avoir modélisé (c'est à dire mis en équations) la grandeur qu'on cherche à minimiser ou maximiser.

Face à un problème d'optimisation compliqué, soit en raison du grand nombre d'inconnues et/ou soit en raison de la formulation mathématique complexe, il est rare de pouvoir trouver une solution analytique exacte. Il est alors nécessaire de résoudre « numériquement » le problème. La plupart des algorithmes numériques d'optimisation sont itératifs et permettent de s'approcher pas à pas vers la solution.

Selon le problème d'optimisation à résoudre, des algorithmes peuvent être efficaces ou au contraire complètement inopérants.

Les objectifs vont être :

- d'apprendre à formuler un problème d'optimisation,
- de caractériser ce problème,
- d'identifier l'algorithme numérique le mieux à même pour le résoudre,
- de vérifier et d'analyser les résultats obtenus.

Classification des problèmes d'optimisation

Face à la résolution d'un problème d'optimisation, il est important de bien identifier à quelle catégorie ce problème appartient. En effet, les algorithmes développés sont conçus pour résoudre un type de problème donné et sont peu efficaces pour un type différent. La classification des problèmes d'optimisation change d'un auteur à l'autre. Par exemple, on distingue :

Les problèmes d'optimisation continue versus les problèmes d'optimisation discrète

Dans certains cas, les variables de décision sont discrètes, le plus souvent sous la forme d'entiers ou de binaires. Le problème d'optimisation est dit discret. Au contraire, dans les problèmes d'optimisation continue, les variables peuvent prendre n'importe quelle valeur, ce sont des réels. Les problèmes d'optimisation continue sont généralement plus simples à résoudre. Un problème d'optimisation mêlant variable continue et variable discrètes est dit mixte.

Les problèmes d'optimisation avec et sans contrainte

Il est important de bien distinguer les problèmes où des contraintes existent sur les variables de décision. Ces contraintes peuvent être simplement des bornes et aller jusqu'à un ensemble d'équations de type égalité et de type inégalité. Naturellement, les problèmes avec contraintes sont plus compliqués à résoudre et utilisent des algorithmes dédiés (spécifiques).

Les problèmes d'optimisation mono-objectif ou multi-objectif

Les problèmes mono-objectif sont définis par une unique fonction objectif. Les problèmes multi-objectifs existent quand un compromis est à rechercher entre plusieurs objectifs contradictoires. Il est éventuellement possible (mais pas nécessairement efficace) de reformuler un problème multi-objectif avec une seule fonction objectif sous forme d'une combinaison des différents objectifs ou en transformant des objectifs sous forme de contraintes.

Les problèmes d'optimisation déterministe ou stochastique

Les problèmes d'optimisation déterministe considèrent que les données sont connues parfaitement, alors que dans les problèmes d'optimisation stochastique, ce n'est pas le cas ; par exemple une approche stochastique peut être pertinente dans le cas où les variables d'un problème sont les ventes futures d'un produit. Dans ce cas, l'incertitude peut être introduite dans le modèle.

Présentation. Dans un problème d'optimisation déterministe, les valeurs de tous les paramètres sont supposées connues. Comment formuler un problème d'optimisation dans lequel les données sont incertaines (par exemple, les prix des énergies) ? Et quand certaines valeurs des données sont révélées au cours des étapes de décision (par exemple, les demandes en énergie) ? L'optimisation stochastique est un cadre pour répondre à de telles questions et pour formuler des problèmes sous incertitude. C'est également un ensemble de méthodes de résolution.

Dans le cadre de ce cours, on définira un problème d'optimisation comme la *détermination mathématique d'un ensemble de paramètres (ou variables de contrôle) afin d'optimiser (c'est-à-dire minimiser ou maximiser) une quantité mathématique donnée, appelée fonction objectif (ou critère). Cette fonction objective peut être sujette à des contraintes.*