حل السلسلة رقم 03: الطريقة المبسطة السمبلكس

01- ليكن لدينا البرنامج الرياضي التالي:

$$MAXZ= 180X_1+400X_2$$

$$\begin{cases} 2X_1+5X_2 \leq 160 \\ 4X_1+6X_2 \leq 240 \\ X_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

لحل هذا االنموذج والوصول الى الحل الأمثل، نقوم بإتباع الخطوات التالية:

- **كتابة النموذج على الشكل المعياري:**

يتم تحويل قيود النموذج الى معادلات وذلك بإضافة متغيرات الفجوة (الفرق) حتى يتوافق وشروط الشكل المعياري لنموذج البرمجة الخطية، وعليه يصبح النموذج كالتالي:

$$MAXZ= 180X_1+400X_2+ 0S_1+0S_2$$

$$\begin{cases} 2X_1+5X_2 + S_1 = 160 \\ 4X_1+6X_2 +S_2 = 240 \\ X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \\ S1 \geq 0 \quad S2 \geq 0 \end{cases}$$

بتحويل دالة الهدف الى معادلة صفرية تصبح:

$$Z-CJ= -180X_1-400X_2=0$$

للشروع في عملية تحسين الحل يتم اولا ترتيب معطيات النموذج في جدول كالتالي:

- **جدول الحل الاساسي الأول**

VHB / VB	X_1	X_2	S_1	S_2	bi	bi/aij
S_1	2	5	1	0	160	160/5=32 ←
S_2	4	6	0	1	240	240/6=40
Z-CJ	-180	-400	0	0	0	

↑

تحسين الحل:

أ- **تحديد المتغيرة الداخلة:** هي المتغيرة التي تقابل اقل قيمة سالبة في سطر z-cj (حالة التعظيم MAX) والتي تقابل القيمة (-400) في جدول الحل الأساسي الأول أي أن X_2 هي المتغيرة الداخلة.

حل السلسلة رقم 03: الطريقة المبسطة السمبلكس

ب-**تحديد المتغيرة الخارجة:** وهذا بقسمة عناصر العمود bi على المقابلة له في عمود المتغيرة الداخلة aij ثم نختار أقل قيمة موجبة بين النتائج المتحصل عليها من حاصل قسمة (bi/aij) سواء في حالة التعظيم أو التدنئة. وبالتالي فالمتغيرة الخارجة في هذا المثال هي المثابلة لاقل حاصل قسمة (32) والذي يقابل المتغيرة S_1

ت-**تحديد العنصر المحوري او عنصر الارتكاز" pivot"**

هو المعامل الذي يتقاطع سطر المتغيرة الخارجة مع عمود المتغيرة الداخلة ويقابل المعامل a_{12}=05

السطر المحور الجديد:

$$\frac{(2 \quad 5 \quad 1 \quad 0 \quad 160)}{5} = (2/5 \quad 1 \quad 1/5 \quad 0 \quad 32)$$

باقي قيم الجدول فيمكن تحديدهابالعلاقة:

قسمة العنصر الجديد= قيمة العنصر القديم - $\frac{\text{قيمة عنصر الارتكاز * قيمة عنصر سطر المحور}}{\text{قيمة العنصر المحوري}}$

وبعد الحساب يصبح الحل الجديد كمايلي:

VHB / VB	X_1	X_2	S_1	S_2	bi	bi/aij
X_2	2/5	1	1/5	0	32	32*5/2=80
S_2	8/5	0	-6/5	1	48	48*5/8=30 ←
Z-CJ	-20	0	80	0	12800	

↑

من خلال الجدول نلاحظ ان هناك فيمة سالبة في السطر Z-CJ وبالتالي يمكن ايضا تحسين الحل. ويتم التوقف عن تحسين الحل في الحالة التي يكون فيها جميع قيم Z-CJ اكبر او تساوي الصفر.

الان وبعد الشيام بعملية تحسين الحل بنفس الطرق السابقة (تحديد المتغيرة الداخلة وهي X_1 (-20)، تحديد المتغيرة الخارجة وهي S_2 (bi/aij=30)، تحديد العنصر المحوري a21=8/5، وايجاد السطر المحوري الجديد وحساب باقي العناصر) نصل الى الحل التالي:

حل السلسلة رقم 03: الطريقة المبسطة السمبلكس

VHB / VB	X_1	X_2	S_1	S_2	bi
X_2	0	1	½	−1/4	20
X_1	1	0	−3/4	5/8	30
Z−CJ	0	0	65	25/2	13400

نلاحظ من خلال هذا الجدول ان جميع فيم Z−CJ اكبر من او تساوي الصفر ومنه تحقق شرط الامثلية ويعتبر هذا الحل الامثل حيث

$X_1=30$ $X_2=20$ $S_1=0$ $S_2=0$ $Z=13400$

02- ليكن لدينا البرنامج الرياضي التالي:

$$MAXZ= 4X_1+5X_2+3X_3$$

$$\begin{cases} 2X_1-3X_2+X_3 \le 04 \\ 3X_1+X_2+X_3 \le 06 \\ X_1+X_2+X_3 \le 10 \end{cases}$$

$$X_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0,\ x3 \ge 0$$

لحل هذا االنموذج والوصول الى الحل الامثل، نقوم باتباع الخطوات التالية:

- **كتابة النموذج على الشكل المعياري:**

يتم تحويل قيود النموذج الى معادلات وذلك باضافة متغيرات الفجوة (الفرق) حتى يتوافق وشروط الشكل المعياري لنموذج البرمجة الخطية، وعليه يصبح النموذج كالتالي:

$$MAXZ= 4X_1+5X_2+3X_3+ 0S_1+0S_2+0S_3$$

$$\begin{cases} 2X_1-3X_2+X_3+ S_1 = 04 \\ 3X_1+2X_2+X_3+S_2 = 06 \\ X_1+X_2+X_3+S_3 = 10 \\ X_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0,\ x3 \ge 0 \\ S_1 \ge 0,\ S_2 \ge 0,\ S_3 \ge 0 \end{cases}$$

بتحويل دالة الهدف الى معادلة صفرية تصبح:

$$Z-CJ=-4X_1-5X_2-3X_3=0$$

للشروع في عملية تحسين الحل يتم اولا ترتيب معطيات النموذج في جدول كالتالي:

حل السلسلة رقم 03: الطريقة المبسطة السمبلكس

- جدول الحل الاساسي الأول

VHB / VB	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	bi	bi/aij
S_1	2	−3	1	1	0	0	04	−4/3
S_2	3	2	1	0	1	0	06	6/1=6
S_3	1	1	1	0	0	1	10	10/1=10
Z−CJ	−4	−5	−3	0	0	0	0	

تحسين الحل:

سيتم اتباع نفس الطرق السابقة المستعملة في المثال السابق للوصول الى الحل الامثل.

VHB / VB	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	bi	bi/aij
S_1	13/2	0	5/2	1	3/2	0	13	13*2/5=26/5
X_2	3/2	1	1/2	0	1/2	0	3	3/0.5=6
S_3	3/2	0	1/2	0	1/2	1	7	7/0.2=14
Z−CJ	7/2	0	−1/2	0	5/2	0	15	

VHB / VB	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	Bi
X_3	13/5	0	1	2/5	3/5	0	26/5
X_2	1/5	1	0	−1/5	1/5	0	2/5
S_3	−9/5	0	0	−1/5	−4/5	1	22/5
Z−CJ	24/5	0	0	1/5	14/5	0	88/5

نلاحظ من خلال هذا الجدول ان جميع فيم Z−CJ اكبر من او تساوي الصفر ومنه تحقق شرط الامثلية ويعتبر هذا الحل الامثل حيث

$X_1=0$ $X_2= 2/5$ $X_3= 26/5$ $S_1= 0$ $S_2= 0$ $S_3=22/5$

$Z= 88/5$