جامعة الجيلالي بونعامة - خميس مليانة

معهد العلوم الاقتصادية السنة الأولى جذع مشترك LMD المجموعتان : 1 وَ 3 (2022/2021)

الرياضيات 1 سلسلة تمارين رقم 3

تمرين رقم 1

أحسب التكاملات الآتية :

$$\int (3x^5+x^4+5x-3)dx \text{ ، } \int \frac{2x^3+x^2+1}{x^2}dx \text{ ، } \int (3x-1)^4 dx \text{ ، } \int \frac{1}{(x-1)^5}dx \text{ ، }$$

$$\int \frac{5}{4x+3}dx \text{ ، } \int \frac{9x^2}{(x^3+2)^3}dx \text{ ، } \int 3x\sqrt{1-2x^2}dx \text{ ، } \int e^x(e^x+2)^3 dx \text{ ، } \int \frac{1}{x}(\ln x)^2 dx \, .$$

تمرين رقم 2

باستعمال طريقة تبديل المتغير، أحسب الدوال الأصلية التالية :

$$\int \frac{1}{(2x-3)}dx \text{ ، } \int \frac{1}{x\ln x}dx \text{ ، } \int \frac{3}{(2x-3)^5}dx \text{ ، } \int \frac{1}{x(\ln x)^2}dx \text{ ، } \int \frac{e^x}{(1+e^x)^2}dx \text{ ، } \int \frac{\sin x}{\cos^3 x}dx \text{ ، }$$

$$\int \frac{2x}{\sqrt{(x^2-1)}}dx \text{ ، } \int \frac{e^x}{e^x+1}dx \text{ ، } \int \frac{\sin 2x}{1+\cos 2x}dx \text{ ، } \int \frac{2}{(x+1)^2}e^{\frac{x-1}{x+1}}dx \text{ ، } \int \frac{x^2+3x-4}{x^2-2x-8}dx \, .$$

تمرين رقم 3

باستعمال التكامل بالتجزئة، أحسب ما يلي :

$$\int \ln(x-1)dx \text{ ، } \int_2^3 \frac{x}{\sqrt{2x-3}}dx \text{ ، } \int x\sin x\, dx \text{ ، } \int x\cdot\ln^2 x\, dx \text{ ، } \int x^2\cdot e^{3x}dx \text{ ، } \int \frac{dx}{x\ln x^2}\, .$$

تمرين رقم 4

أحسب قيم التكاملات الآتية:

$$\int_1^{\ln 2} e^{\frac{e}{2}}dx \text{ ، } \int_1^{\pi} \frac{x+1}{\sqrt{x}}dx \text{ ، } \int_1^3 \sqrt[4]{x^3}\,dx \text{ ، } \int_1^3 x(x^2+1)^3 dx \text{ ، } \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2\cdot\sin x\, dx$$

تمرين رقم 5

عين الأعداد الحقيقية A ، B ، C بحيث تكون من أجل كل x من $\mathbb{R}_+^*$:

$$f(x)=\frac{A}{x}+\frac{Bx+C}{x^2+1}=\frac{x-1}{x(x^2+1)}$$

عين دالة أصلية لـ$f(x)$، والتي تنعدم من أجل $x=1$.

تمرين رقم 6

بتبديل المتغير: $u=\sqrt{1+t}$، أحسب التكامل $\int_0^x \frac{dt}{\sqrt{1+t^2}}$. $(0<x)$

تمرين رقم 7

باستعمال التكامل بالتجزئة، أحسب، من أجل كل x و m من $\mathbb{R}_+^*$: $G(x)=\int_m^x t^3\ln t\, dt$

ثم احسب $\lim_{m\to 0} G(x)$ ، واستنتج دالة أصلية لـ f على $]0,+\infty[$.

تمرين رقم 8

أدرس تغيرات الدالة $f(x)=\frac{1+\ln x}{x}$، ثم أحسب $\int_{1/e}^x f(t)\,dt$ ومثّله بيانيا.

تمرين رقم 9

شكل المعادلات التفاضلية المرفقة بالدوال الآتية :

$y = Ae^{2x} + Be^{x} + C$ ، $y = Ax^2 + Bx + C$ ، $\ln y = Ax^2 + B$ ، $y = e^{x+A}$

تمرين رقم 10

كامل المعادلة : $(E) \qquad x\,y' + 2y = \dfrac{x}{1+x^2}$

ثم بين أن (E) تقبل حلا f يكون معرفا على $\mathbb{R}$. أحسب $I = \int_0^x f(t)\,dt$.

تمرين رقم 11

- حل المعادلة التفاضلية: $\dfrac{1}{x}\,y'(x) + y(x) = x^2 \quad \ldots\ldots\ldots (1)$

  واستنتج الحل الخاص لها الذي يحقق الشرط الابتدائي: $y_0(0) = -1$

- أحسب التكامل $\int x^3 \cdot e^{\frac{1}{2}x^2}\,dx$. ثم شكل المعادلة التفاضلية التي تقبل الدالة $z(x) = x^2 + c\cdot e^{-\frac{1}{2}x^2} - 2$ حلا لها ، (c ثابت اختياري حقيقي)

تمرين رقم 12

حل المعادلتين التفاضليتين الآتيتين:

$$x\frac{dy}{dx} = y + x^3 + 3x^2 \quad ، \quad -2x\frac{dy}{dx} + 2x\,y = 4x$$

تمرين رقم 13

- حل المعادلة التفاضلية : $x\,y'(x) + y(x) = \dfrac{1}{x}\ln x \quad \ldots\ldots\ldots (1)$

  واستنتج الحل الخاص لها الذي يحقق الشرط الابتدائي: $y_0(1) = 1$

- أحسب التكامل $z(x) = -\dfrac{1}{2}\displaystyle\int \dfrac{2 - 2\ln x + \ln^2 x}{x^2}\,dx$. ثم شكل المعادلة التفاضلية التي تقبل الدالة $z(x) = \dfrac{c}{x} + \dfrac{1}{2x}\ln^2 x$ حلا لها ، (c ثابت اختياري حقيقي)

تمرين رقم 14

عين الحل العام للمعادلات التفاضلية الآتية :

$$y' = \frac{1}{e^x} - y \quad ، \quad y' - \frac{2y}{x+1} = (x+1)^3 \quad ، \quad y' - \frac{2y}{x+1} = 0 \quad ، \quad y' + 2e^x\,y = 4e^x$$

تمرين رقم 15

حل المعادلات التفاضلية الآتية :

$$y' + \frac{y}{x} = -x\,y^2 \; ، \; x\,y' - y = y^2\ln x \; ، \; y' - (x+y)^2 = 0 \; ، \; y' - 2x + 5y - 1 = 0 \; ،$$

$$y' - e^{2x} = e^x\sin x - 3y \; ، \; y' - \frac{1+y}{1-x} = 0 \; ، \; y' = \frac{1}{2}(y^2 - 1) \; ، \; y' - e^{-x} - y = 0 \,.$$

تمرين رقم 16

لتكن المعادلة التفاضلية: $(E) \quad y' + y^2 - \dfrac{y}{x} + \dfrac{1}{x} = 0$

بإجراء التحويل $y = t + \dfrac{1}{x}$ ، ثم إجراء التحويل $t = \dfrac{1}{s}$ في المعادلة التفاضلية (E) استنتج حلول (E) .