سلسلة 01: إحصاء 03 (نظرية المعاينة)

تمرين01:

لدينا مجتمع يتكون من المفردات التالية: 2، 1، 3

المطلوب:

1. أوجد متوسط وتباين المجتمع
2. حدد عدد العينات العشوائية البسيطة ذات الحجم 2 التي يمكن سحبها من هذا المجتمع في حالتي:

- السحب مع الارجاع؛ - السحب بدون ارجاع

3- أوجد توزيع المعاينة للوسط الحسابي في الحالات التالية:

- اذا كان السحب بالإرجاع؛ - اذا كان السحب بدون ارجاع

4- أوجد متوسط وتباين الوسط الحسابي للعينات باستخدام توزيع المعاينة في الحالتين السابقتين (السؤال 3) مع التحقق من الاجابة.

تمرين 02:

ليكن عدد عمال مجموعة من المصانع مبين كما يلي:

$x_1=40$; $x_2=42$; $x_3=48$; $x_4=56$; $x_5=64$

المطلوب:

1- أوجد توزيع المجتمع (توزيعx)

2- أحسبالوسط الحسابيللمجتمعμوتباين المجتمع δ^2

3- أوجد العينات من أجل n=2 الممكن سحبها في حالة السحب مع الارجاع

4- اوجد توزيع المعاينة للوسط الحسابي للعينة، ثم احسب وسطه الحسابي وتباينه

التمرين 03:

نفس التمرين السابق مع طريقة السحب بدون ارجاع

تمرين 04:

في دراسة لمستوى نفقات المواطنين (مصاريف الخضر والفواكه) تبين أنها تتبع التوزيع الطبيعي بـ $\mu =$ $13600DA$ و $\delta = 600\ DA$؛ اذا قمنا بسحب 60 عينة حجم كل منها 9 أفراد من مجموع 6000 مواطن مستجوب.

المطلوب:

1- أحسب $\mu_{\bar{X}}$ و $\sigma_{\bar{X}}$ في حالة السحب بالإرجاع

2- أحسب $\mu_{\bar{X}}$ و $\sigma_{\bar{X}}$ في حالة السحب بدون ارجاع

3- ما هي نسبة وعدد العينات التي يكون فيها $\bar{}$ محصورا بين 13600 و13800؟ أقل من 13800؟

تمرين 05:

ليك المتغير العشوائي X يتبع التوزيع الطبيعي بـ $\mu_X = 80$ و $\delta_X^2 = 49$؛

- أوجد توزيع المعاينة لمتوسط العينة من الحجم 25 مسحوبة من المجتمع حجمه 1000؟
- أحسب $p(\bar{X} \geq 78)$

تمرين 06:

عدد عمال مصنع ما 1500 وعلمت أن أعمارهم تتوزع طبيعيا بمتوسط قدره 45 سنة وانحراف معياري 7 سنوات، سحبنا بدون ارجاع من هذا المجتمع عينة بها 16 عامل ؛

- ما هو احتمال أن يكون متوسط العمر لهذه العينة أكبر من 48 سنة؟

تمرين 07:

اذا علمت ان درجات 420 طالب في امتحان الاحصاء تتوزع طبيعيا بمتوسط قدره 68 وتباين قدره 25؛ فاذا سحبنا عينة عشوائية بدون ارجاع تشمل 100 طالب،

- ما هو احتمال أن يكون متوسط الحسابي للعينة بين 67 و69 درجة؟

تمرين 08:

أنتج مصنع للتونة 5000 علبة في الشهر وكان متوسط وزن العلبة 223 غرام وانحراف معياري 2,25 غرام، سحبنا من هذا الانتاج عينة عشوائية تحتوي على 100 علبة مع عدم الارجاع؛

- ما احتمال ان يكون الوسط الحسابي لأوزان العينة أقل من 222,5 غرام؟

تمرين 09:

اذا كان درجات طلبة الجامعة لمقياس الذكاء يتبع توزيع طبيعي بمتوسط قدره $\mu = 100$ وانحراف معياري $\delta = 75$

تم اختيار 25 طالبا عشوائيا بدون ارجاع من بين طلبة الجامعة؛

المطلوب:

1- اذا كان عدد الطلبة المسجلين في الجامعة 60000، ما هو عدد الطلبة الذين تزيد درجة مقياس ذكائهم عن 130؟

2- العدد الطلبة في العينة المتوقع أن يزيد درجة مقياس ذكائهم عن 130

3- احتمال أن يكون متوسط الذكاء المحسوب من العينة أكبر من 125

4- احتمال أن يكون متوسط الذكاء المحسوب من العينة أقل من 80

5- احتمال أن يكون متوسط الذكاء المحسوب من العينة محصور بين 70 و130

6- سوف يتم اعداد برنامج خاص للطبة الذين يشكلون النسبة خمسة بالمئة الأولى لمقياس الذكاء، ما هي درجة مقياس الذكاء المقابلة لهذه النسبة؟

سلسلة 02: إحصاء 03(نسبة المعاينة والتقدير)

تمرين01:

سلمت مؤسسة طلبية مكونة من 400 وحدة لأحد العملاء، ويقتضي اتفاق مسبق برفض الطلبية اذا بلغت نسبة الوحدات الفاسدة 03%. اذا كانت نسبة الحدات الفاسدة في إنتاج المؤسسة هي 02%، أحسب إحتمال أن لا ترفض الطلبية؟.

تمرين 02:

متوسط مدة حياة مصباح من إنتاج مصنع (A) 1400 ساعة بانحراف معياري 200 ساعة، ومن انتاج مصنع (B) 1200 ساعة بانحراف معياري 100 ساعة. نكون عينتين من انتاج المصنعين حجم كل منهما 125 مصباح. أحسب الفرق المتوقع بين متوسط عمر المصباح في العينتين؟ وأحسب الانحراف المعياري لهذا الفرق؟.

التمرين 03:

الوزن المتوسط للوحدة المنتجة في معمل معين نصف كغ، بانحراف معياري 20غ.
أحسب الفرق المتوقع بين وزني حمولتين كل منهما تحتوي 1000 وحدة؟ وأحسب الانحراف المعياري للفرق بينهما؟.

تمرين 04:

يقطع ساعيا بريد ، احدهما على دراجة نارية والأخر على دراجة هوائية، يوميا مسافة متوسها 27.3كم و 15.6كم على التوالي، بانحراف معياري 0.16كم و 0.08كم على التوالي.
1- ما هو المتوسط والانحراف المعياري للفرق بين المسافة التي يقطعها الساعيين؟
2- تدرس الادارة امكانية تكليف الساعي الأول بالدورتين معا. ما هو المتوسط والانحراف المعياري للمسافة التي سيقطعها يوميا؟

تمرين 05:

ما المقصود بمصطلحي "المقدر" و"خطأ المعاينة"؟ اعط أمثلة على هذين المصطلحين

تمرين 06:

كيف نستنتج مجال الثقة لمتوسط المجتمع اذا كان طبيعيا؟ وكيف نكتبه إذا كان المجتمع مجهول التوزيع أو مجهول التباين؟

أحسب $_{1-\frac{\alpha}{2}}$ من أجل $\alpha = 0.10, \alpha = 0.05, \alpha = 0.01$؟

تمرين 07:

نسحب من مجتمع الأعمار في بلد معين عينة عشوائية بالارجاع حجمها 410. متوسط القيم المحصل عليها 38.1 سنة.
1- أوجد مجال الثقة لمتوسط الأعمار في البلد μ بمستوى الثقة 0.95 إذا علمت أن تباين المجتمع هو 36؟
2- كيف يكون المجال إذا كان الانحراف المعياري للمجتمع مجهولا، علما أن الانحراف المعياري للعينة S=6.2؟

تمرين 08:

لاحظ مدير معرض تجاري أنه في عينة من 100 زائر، 40 قاموا بعمليات شراء. قدر نسبة زائري المعرض الذين يقومون بالشراء بمستوى ثقة 90 بالمئة، و95 بالمئة؟.

تمرين 09:

في عينة من 400 مستهلك وجد أن نسبة المستهلكين الذين يفضلون نوعا معينا من التعبئة لمنتوج هو 30%.
- كيف يمكن تقدير النسبة p للمستهلكين في السوق (2000 مستهلك) الذين يفضلون هذا النوع من التعبئة بمستوى معنوية 5%، 1%.

تمرين 10:

في معمل يوظف آلاف العمال يتبع الدخل السنوي للعامل التوزيع الطبيعي بانحراف معياري قدره 4000دج.
1- كم يجب أن يكون حجم العينة (استنتج الصيغة العامة لـ n) لكي يمكن تقدير متوسط المجتمع بمعامل ثقة Z_c.
2- نريد تقدير الدخل السنوي للعامل بدقة (m-μ=2000) وبدرجة ثقة 99 بالمئة. كم يجب أن يكون الحد الأدنى لحجم العينة؟.
3- أحسب المقدار الكلي لمجال الثقة؟.
4- كم يجب أن يكون الحجم الأدنى للعينة إذا كنا نجهل توزيع الدخل السنوي للعامل في المعمل؟.

تمرين 11:

1. في أي حالة نستعمل توزيع ستودنت t ولا يمكن استخدام التوزيع الطبيعي لتحديد مجال الثقة لمتوسط المجتمع؟.
2. أكتب صيغة Z_m في حالتي استخدام التوزيع الطبيعي و توزيع ستودنت في التقدير؟.
3. أكتب قيم معلمات الثقة t_c في حالة درجات الحرية 10-15-20 ومستوى الثقة 90%؟.
4. إشرح من خلال مثال مفهوم درجات الحرية؟.
5. متى يمكن تقدير مجال الثقة لمتوسط المجتمع μ باستخدام التوزيع الطبيعي؛ توزيع ستودنت؛ نظرية شيبيشيف؟.

تمرين 12:

من بين 194 مؤسسة تنشط في قطاع معين، تم سحب عينة عشوائية بسيطة بدون ارجاع لـ 40 مؤسسة، قصد استبيان عدد العمالفي المؤسسات فكانت كما يلي:

91	168	171	53	114	37	126	12	71	95
33	43	158	137	02	115	99	190	32	140
81	147	68	78	11	86	127	64	57	194
131	141	93	25	105	26	79	23	69	101

1- قدر نقطيا متوسط عدد العمال؟

2- تقرر منح إعفاء ضريبي لمؤسسات القطاع التي تشغل أكثر من 135. قدر نقطيا نسبةالمؤسسات المستفيدة من الإجراء؟ وكذا خطأ معاينته؟

3- أعط تقديرا بمستوى معنوية 5% لنسبة المؤسسات المستفيدة من الإعفاء؟.

4- كم يجب أن حجم العينة إذا أردنا أن يكون تباين المقدر لنسبة المؤسسات المستفيدة 0.01.

سلسلة 03: إحصاء 03(إختبار الفرضيات)

تمرين01:

ضبطت آلة من أجل تعبئة علبة منظف تزن 500غ، تم أخذ عينة من 100 علبة معبأة، وقد وجد أن متوسط وزن علب العينة هو 503غ.

- كيف يمكن إختبارجودة ضبط الآلة بمستوى معنوية 10% إذا كان الانحراف المعياري لسعة العلبة هو 03غ؟.

تمرين 02:

للتحقق من شكاوي المستهلكين بخصوص نقص تعبئة علب منظف حجم 500غ ، أخذت مصلحة الجودة عينة من 100 علبة، فكان الوزن المتوسط للعينة 497غ.

- إذا كان $\sigma = 3$، هل تؤيد بيانات العينة دعاوي المستهلكين بمستوى معنوية 10%؟.

التمرين 03:

تدل الاحصائيات لسنوات عديدة أن نسبة الناجحين في مادة الإحصاء في قسم التسيير هي 60%. في فوج معين مكون من 36 طالبا وجد أن عدد الناجحية هو 28.

- تحقق مما إذا كانت نتائج هذا الفوج تعد أعلى من المتوسط العام بمستوى معنوية 1%، 5%، 10%؟.

تمرين 04:

تدل الاحصائيات لسنوات عديدة أن نسبة الناجحين في مادة الرياضيات في قسم التسيير هي 55%. في فوج معين مكون من 32 طالبا وجد أن عدد الناجحية هو 25.

- تحقق مما إذا كانت نتائج هذا الفوج تعد أعلى من المتوسط العام بمستوى معنوية 1%، 5%، 10%؟.

تمرين 05:

ترغب شركة طيران في التزود بقطع لدى مورد محلي وتريد التأكد من أن 90% من القطع تلبي المواصفات معينة، وعليه أخذت مصالح الجودة عينة من 35 قطعة للاختبار، فكان عدد القطع المقبولة 28.

- هل يدل ذلك على أن المعيار المحدد من قبل المؤسسة غير متوفر في منتج المورد؟
- اختر مستوى المعنوية الأكثر سلامة (القبول بدليل إحصائي ضعيف)؟.

تمرين 06:

للتأكد من فرضية توازن القطع النقدية، قمنا بإلقاء قطعة نقدية عشوائية 100 مرة وتسجيل النتائج؛ 1 للصورة و0 لكتابة.

لنعتمد القاعدة التالية للقرار: نقبل الفرضية إذا كان عدد مرات الحصول على الصورة بين 40 و60 (يمكن الاعتماد على المجموع)، ونرفضها إذا كان أقل من 40 أو أكبر من 60.

المطلوب:

- إذا كانت الفرضية صحيحة ما هو إحتمال رفضها؟
- عبر رياضيا عن قاعدة القرار؟.
- ما هي نتيجة الإختبار إذا كان المجموع 45؟، 40؟.
- باستخدام هذه القاعدة ما هو إحتمال قبول الفرضية الصفرية بينما القطعة مغشوشة بحث الاحتمال الحقيقي لظهور الصورة هو 0.55؟، 0.60؟.

تمرين 07:

في تجربة لتأثير الايجابي لسلامة المحيط الذي يشتغل فيه العامل على انتاجيته، قام دارس بالتجربة التالية في مصنع ذو وحدتين إنتاجيتين الأولى بها 50 عامل والثاني 60. أدخلت تحسينات على ضروف العمل في الورشة الأولى (عينة الاختبار) وتركت الورشة الثانية (العينة الضابطة) على حالها. بعد مدة كافية من المراقبة وجد أن إنتاجية العامل في الورشة الأولى 86 وحدة في اليوم بانحراف معياري 8، بينما كانت 81 في الورشة الثانية بانحراف معياري 7.

- كيف يمكن اجراء إختبار إحصائي بمستوى معنوية 1%.

تمرين 07:

بعد مرور مدة على تخزين قطع صناعية في ظروف سيئة تم إختبار الجودة على 10 وحدات فتبين أن متوسط مقاومتها للحرارة 700 درجة بانحراف معياري 145 درجة، بينما الرقم الافتراضي لمقاومة القطعة السليمة هو 750.

- هل تدل التجربة على أن مقاومة القطع المخزنة انخفضت بمستوى معنوية 0.01؟، 0.05؟.

تمرين 08:

لتكن عينةعشوائية $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ حيث توقع x_i هو μ وتباينه هو σ^2 من أجل كل العناصر i=1,2, … ,n .

$$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{X})^2$$

1- برهن أن $\bar{}$ هو تقدير غير متحيز لـ μ؟.

2- برهن أن ^{2} هو تقدير غير متحيز لـ σ^2؟.

3- برهن أن S هو تقدير غير متحيز لـ σ؟.

4- برهن أن $n^{-1}S^2$ هو تقدير غير متحيز لـ $\sigma^2_{\bar{x}}$؟.