L2 Informatique

Théorie des graphes

Solution de l'Examen de Rattrapage 2021

Exercice 1: (5 points)

Les sommets du graphe **G** représentent les segments........................ **(1 point)**

Deux sommets de **G** sont adjacents si, et seulement si, les deux segments correspondants l'un coupe l'autre.. **(1 point)**

On a $\forall\, \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{S},\ \boldsymbol{d_G(x) = 3}$ .... **(1 point)**

et $\sum_{x \in S} \boldsymbol{d_G(x) = 3 \times 5 = 15}$ impair. ....**(1+0.5 point)**

Donc impossible de tracer 5 segments sur une feuille de papier de manière à ce que chaque segment en coupe 3 autres, car la somme des degrés doit être un nombre pair .... **(0.5 point)**

Exercice 2:

1. a) ***G*** est Simple ....**(0.25 point)**

car ***G*** ne contient pas de boucles ni d'arêtes multiples. ....**(0.75 point)**

b) ***G*** n'est pas complet ....**(0.25 point)**

car sommets 1 et 2 ne sont pas adjacents. ....**(0.75 point)**

c) ***G*** n'est pas une clique ....**(0.25 point)**

car ***G*** n'est pas complet. ....**(0.75 point)**

d) ***G*** est biparti ....**(0.25 point)**

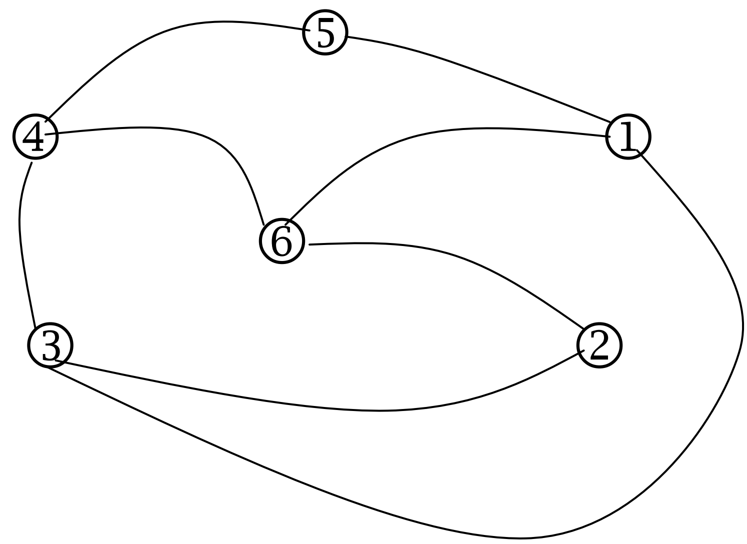
car on peut partitionner l'ensemble de ses sommets en deux classe S_1={1,2,4}, S_2={3,5,6} de telle sorte que deux sommets de même classe ne soient pas adjacents. ....**(0.75 point)**

e) ***G*** n'est pas biparti complet **……………………………………..(0.25 point)**

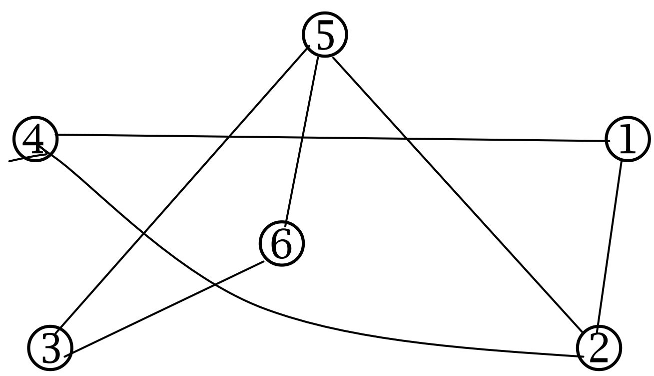
car 2 n'est pas adjacent avec 5. **………………………….………..(0.75 point)**

f) **G** est planaire **…………………………………………………… (0.25 point)**

car il est possible de représenter **G** sur un plan de sorte que deux arêtes de **G** ne se rencontrent pas en dehors de leurs extrémités. **……….. (0.75 point, avec le dessin)**

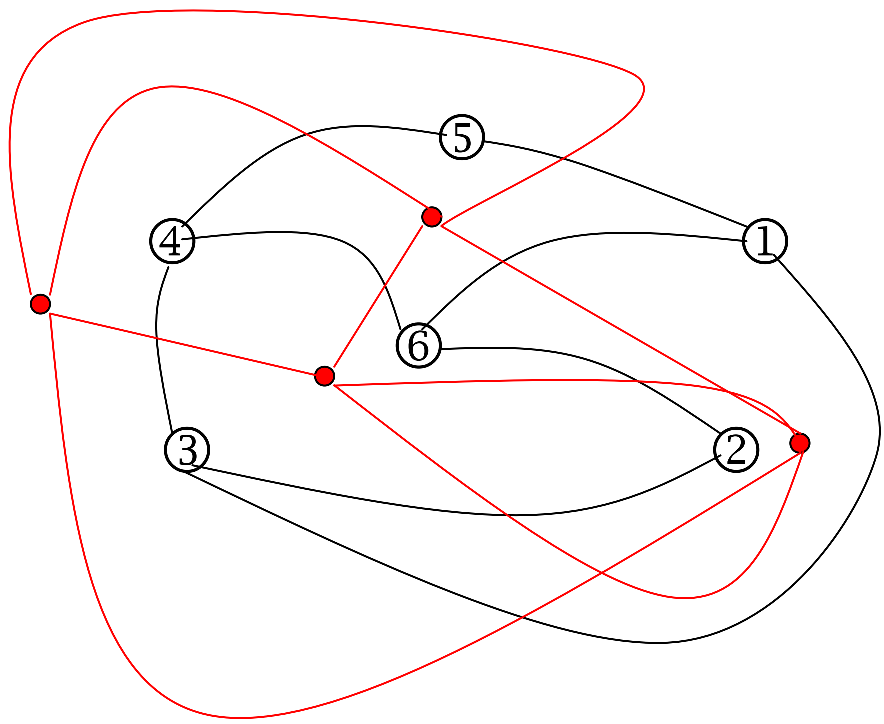


2. Le graphe complémentaire **………………..…………. (1 point)**



3. <u>Le graphe dual</u> ………………………..…………. (1 point)

G est planaire donc il admet un graphe dual



4. **La matrice associée** ………………..………….(0.5 point)

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

La matrice d'adjacence ………………..………….(0.5 point)

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

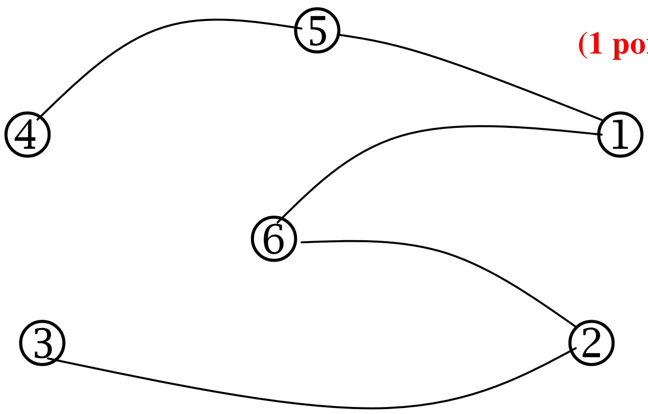
La matrice d'incidence ………………..………….(1 point)

$$
\begin{array}{cccccccc}
(1,6) & (3,1) & (3,2) & (4,3) & (5,1) & (5,4) & (6,2) & (6,4)
\end{array}
$$

$$
\begin{pmatrix}
1 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\
0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1
\end{pmatrix}
$$

5. Algorithme de Kruscal

C(3,2) ≤C(6,2) ≤C(1,6) ≤C(3,1) ≤C(5,4) ≤C(5,1) ≤C(6,4) ≤C(4,3) **(0.75 point)**



(1 point)

Poids min=19 **(0.75 point)**

6. Algorithme de Ford et Fulkerson

(1 point) $5 \xrightarrow{4,3} 4 \xrightarrow{6,3} 3 \xrightarrow{3,3\ \text{(saturé)}} 2$

(1 point) $5 \xrightarrow{5,3} 1 \xrightarrow{4,3} 6 \xrightarrow{3,3\ \text{(saturé)}} 2$

Flot max=6 **(0.5 point)**