وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

جامعة الجيلالي بونعامة — السنة الجامعية 2022/2021

كلية العلوم الاقتصادية و علوم التسيير — قسم العلوم الاقتصادية&علوم تجارية

السنة اولى جذع مشترك (LMD) (S04&S02) — المقياس : رياضيات1

السلسلة رقم 1 : المتتاليات العددية (Les suites réelle)

تمرين 1 :

نعرف المتتالية التدريجية (U_n) حيث :

$$\begin{cases} U_0 = \dfrac{1}{2} \\ \forall n \in \mathbb{N},\ U_{n+1} = \sqrt{\dfrac{1+U_n}{2}} \end{cases}$$

1. بين ان : $\forall n \in \mathbb{N}\ ; 0 < U_n < 1$
2. لدينا الدالة f المعرفة على $]0,1[$ كما يلي : $f(x) = \sqrt{\frac{1+x}{2}}$
   2.1. بين ان الدلة f متزايدة.
   2.2. ادرس رتابة المتتالية (U_n).
   2.3. استنتج تقارب المتتالية (U_n)
3. بين ان : $\forall n \in \mathbb{N}, 1 - U_{n+1} < \frac{1-U_n}{2}$
   3.1. بين ان : $1 - U_{n+1} < \frac{1}{2^{n+1}}$.
   3.2. استنتج نهاية المتتالية (U_n) .
4. ليكن B مجموعة جزئية من $\mathbb{R}$ معرفة كما يلي : $B = \{(-1) \quad + U_n\ , n \in \mathbb{N}\}$
   4.1. بين ان B محدودة .
   4.2. استنتج $\sup(B)\ , et\ \inf(B)$.

تمرين 2 :

لتكن A مجموعة جزئية من $\mathbb{N}$ اوجد ان امكن الحد الاعلى sup الاحد الادني inf في الحالات التالية :

$$A = \left\{(-1)^k + \frac{(-1)^n}{n+1}\ /k, n \in \mathbb{N}\right\}$$

$$B = \{1\}\ ; C = \left\{\frac{-n}{n+1}; n \in \mathbb{N}\right\}$$

استنتج الحد الادنى للمجموعة : $D = \left\{\frac{1}{n+1}\ ; n \in \mathbb{N}\right\}$

ملاحظة :

يمكن اسعمال الخاصية : $inf(A+B) = inf(A) + inf(B)$

تمرين 3 :

لدينا المتتالية : $\begin{cases} U_0 = \frac{11}{4} \\ U_{n+1} = \frac{5}{2} + \sqrt{U_n - \frac{7}{4}} \end{cases}\ ; \forall n \in \mathbb{N}$

1. بين ان المتتالية معرفة.
2. نفرض ان المتتالية متقاربة عين النهايات الممكنة.
3. بين انها محددودة من الاعلى .

تمرين 4:(Suite récurrente)

لدينا المتتالية : $\begin{cases} U_0 = \frac{1}{4} \\ U_{n+1} = \frac{3U_n+2}{U_n+4} \end{cases}\ ; \forall n \in \mathbb{N}$

1. عين قيمة a و b بحيث: $\forall n \in \mathbb{N};\quad _n = \alpha + \frac{\beta}{n+4}$
2. بين ان : $\forall n \in \mathbb{N};\ -2 < U_n < 1$
3. ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n)؟ هل هي متقاربة؟
4. لتكن المتتالية (V_n) المعرفة كما يلي: $\forall n \in \mathbb{N};\ V_n = \frac{U_n+2}{1-U_n}$

   بين ان النتتالية (V_n) هندسية ؟ عين اسسها و حدها الاول ؟
5. ما هي عبارة الحد العام للمتتالية (V_n) ؟
6. اكتب (U_n) بدلالة n و (V_n)؟
7. احسب المجموع : $S = \frac{1}{V_0} + \frac{5}{V_1} + \frac{5^2}{V_2} + \cdots \ldots \ldots \ldots \frac{5^{n-2}}{V_{n-2}} + \frac{5^{n-1}}{V_{n-1}} + \frac{5^n}{V_n}$

تمرين 5 : (*démonstration par récurrence*)

اثبت بالتراجع العلاقة التالية :

$$\sum_{k=1}^{n} k\left(\frac{4}{5}\right)^k = \frac{4 \times 5^{n+1} - (5+n) \times 4^{n+1}}{5^n}$$

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

جامعة الجيلالي بونعامة — السنة الجامعية 2022/2021

كلية العلوم الاقتصادية و علوم التسيير — قسم العلوم الاقتصادية&علوم تجارية

السنة اولى جذع مشترك (LMD) (S04-S02) — المقياس : رياضيات1

السلسلة رقم 2 : الدوال العددية (Les fonctions réelle)

تمرين 1 : *(étude complète)*

لدينا الدالة f المعرفة كما يلي :

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1+\sqrt{x}-\sqrt{1+x}}{\sqrt{x}} & si\ x>0\\ -1+\sin x & sinon\end{cases}$$

1. عين مجال تعريف الدالة f
2. ادرس استمرارية و قابلية اشتقاق الدالة f
3. عين عبارة الدالة المشتقة لدالة f

تمرين 2 : *(limites)*

احسب النهايات التالية :

$\lim_{x\to 1}\frac{x\ln x-x+1}{(x-1)\ln x}$; $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt[3]{x}-1}$;$\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x+\sqrt{x}}-\sqrt{x}$;$\lim_{x\to\pm\infty}\left(1-\frac{1}{|x|}\right)^{|x|}$

تمرين 3 : *(valeurs critiques, points stationnaires)*

اوجد القيم الحرجة و القصوى لدوال التالية :

$$\boldsymbol{f(x)=x\left|x^2-1\right|};\quad \boldsymbol{h(x)=\frac{x}{x^2+1}}$$

تمرين4 : *(étude de fonction)*

قم بدراسة الدالة :

$$f(x)=\ln\left(x^2-\sqrt{x^2-1}\right)$$

تمرين 5 : *(dérivée nième)*

عين المشتقة من الدرجة n لكل من الدوال الاتية :

$f_1(x) = x^4 + x^3$; $f_2(x) = xe^{ax}$; $f_3(x) = x^2 \cos x$

تمرين 6 :

لدينا الدالة f المعرفة كما يلي :

$$f: x \to [x; x+1] \quad [x; x+1] \subset \mathbb{R}$$
$$f: x \to \ln x$$

بين ان : $\frac{1}{x+1} < \ln(x+1) - \ln x < \frac{1}{x}$

ملاحضة : يمكن استعمال نظرية التزايدات المنتهية.

تمرين 7:

لدينا دالة f معرفة كما يلي :

$$f(x) = \begin{cases} 1 + x\sqrt{x} & : six \geq 0 \\ 1 + \ln(1+x^2) & : si\ x < 0 \end{cases}$$

1. عين مجال تعريف الدالة f
2. ادرس استمرارية و قابلية اشتقاق الدالة f هل $'f$ مستمرة؟
3. طبق ان امكن نظرية التزايدات المنتهية لدالة f على المجال : $[-1\ ;\ 1]$

تمرين 8:

لدينا الدالتين $f\ et\ g$ قابلتين للاشتقاق على المجال $]a; b[$.

بين انه :

$$\forall x \in [a; b] \quad f(x)g'(x) = (f.g)'(x) - f'(x)g(x)$$

تمرين 9 : (*Théorème des accroissements finis + Rolle*)

طبق ان امكن نظرية التزايدات المنتهية على الدالة التالية :

$$f(x) = 1 - \ln(1+x) \qquad x \in [0; 1]$$

طبق ان امكن نظرية رول على الدوال التالية :

$$f(x) = x^3 - 4x \quad x \in [-2; 0] \qquad g(x) = |x| \quad x \in [-1; 1]$$

$$h(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & ; \forall x \in [0; 1] \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$$

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

جامعة الجيلالي بونعامة
كلية العلوم الاقتصادية و علوم التسيير
السنة اولى جذع مشترك (LMD)

السنة الجامعية 2022/2021
قسم العلوم الاقتصادية&علوم تجارية
المقياس : رياضيات1

السلسلة رقم 3 : الدوال الأصلية (Les fonctions primitives)

تمرين 1:

احسب الدوال الأصلية التالية :

$$\int \cos\sqrt{x}\,dx \;;\; \int (\ln x)^2\,dx \;;\; \int \sin(\ln x)\,dx \;;\; \int \cos(\ln x)\,dx \;;\; \int \frac{2x-1}{(x+1)^2}\,dx \;;$$

$$\int \frac{x}{(x^2+1)^2}\,dx \;;\; \int \frac{1}{1+e^x}\,dx \;;\; \int \cos x\,.\sin^3 x\,dx \;;\; \int \frac{1}{2}x^2\sqrt{1+x^3}\,dx \;;\; \int \frac{x-1}{\sqrt{x(x-2)}}dx$$

تمرين 2:

احسب التكاملات التالية :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3 x\,.\cos x}{1+\sin^2 x}\,dx \;;\; \int_0^1 e^{2x}\ln(1+e^x)\,dx \;;\; \int_0^1 \frac{1}{1+x}\ln(1+x)\,dx \;;\; \int_1^2 \frac{1}{x^2}\ln(1+x)$$

$$\int_0^x \frac{e^{2x}}{(1+e^x)\sqrt{1+e^x}}\,dx \;;\; \int_2^3 \frac{1}{1-x^2}\,dx \;;\; \int_{-2}^2 \frac{1}{n}\,dx \;;\; \int_0^{-1}\left(e^{-x}+\frac{1}{2e^{2x}}\right)dx \;;$$

تمرين3:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل التالي :

$$f(x)=\frac{x^3-1}{|x-2|+1} \quad \forall x\in\mathbb{R}$$

اوجد الدالة الاصلية لدالة f بحيث : $F(0)=0$

تمرين 4:

لتكن الدالتين $f\ et\ g$ دالتين قابلتين لاشتقاق على المجال I من $\mathbb{R}$ بين ان :

$$\int f'(x).g(x)dx = f(x).g(x) - \int f(x).g'(x)\,dx$$

تمرين 5 :

ادرس تقارب التكاملات التالية :

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos 3x}{\sqrt{5+2\sin 3x}}dx\,; \quad \int_1^2 \frac{\sqrt[3]{3+\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}dx\,; \quad \int_0^1 \frac{x^2}{(ax^3+b)^2}dx\,; \int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}+x}dx$$

تمرين 6 : (*Critère de comparaison*)

ادرس تقارب التكاملات التي من اشكل :

$$\int_0^2 \frac{\sin^2 x}{1+x}dx\ ; \quad \int_0^{+\infty} \frac{1}{e^x+x}dx\ ; \quad \int_0^{+\infty} \frac{1}{e^{x^2}}dx\ ; \int_1^{+\infty} \frac{1}{1+x^3}dx$$

تمرين 7 : (*Critère d'équivalence*)

ادرس تقارب التكاملات التي من اشكل :

$$\int_1^{+\infty} \frac{x+1}{x^4+x^2+3}dx\ ; \quad \int_0^1 \frac{\sin x}{x^5}dx\ ; \quad \int_0^{+\infty} \frac{1}{e^x-1}dx\ ; \int_0^1 \frac{1}{\ln(1+\sqrt{x})}dx\,;$$

تمرين 8 : (*Riemann*+ *Critère d'abel*)

ادرس تقارب التكاملات التي من اشكل :

$$\int_2^{+\infty} \frac{\ln x}{x^3}dx\ ; \quad \int_1^{+\infty} \frac{\sin^4 x\,.\cos^4 x}{x^2}dx\ ; \quad \int_0^{+\infty} \frac{1}{(1+e^x)(1+e^{-x})}dx$$