

Chapitre 4 : Ecoulement Non Isentropique 1D en Conduit à Section Constante

4.1 Ecoulement adiabatique avec frottement : Ecoulement de Fanno

Les lignes de décharge, reliant un réservoir amont contenant un fluide sous pression à un réservoir aval à plus basse pression, jouent un rôle important dans la sécurité des installations industrielles. On cherche souvent à prévoir le débit massique évacué lors d'un scénario de dépressurisation prévu ou accidentel. Ce débit massique est généralement critique étant donné la valeur élevée de la différence de pression entre les réservoirs amont et aval. Les méthodes actuelles de calcul d'écoulement critique se basent sur l'hypothèse consistant à assimiler la section critique, supposée unique, à la plus petite section géométrique de passage de l'écoulement entre les deux réservoirs, ces circuits renferment souvent des conduites de diamètres différents reliées par des changements brusques de section. Dans ces conditions, cette hypothèse n'est plus acceptable et peut conduire à des estimations erronées du débit critique. Une analyse de résultats expérimentaux obtenus pour des écoulements compressibles à travers un circuit comportant un élargissement brusque a démontré effectivement l'existence d'un état doublement critique, sur des écoulements monophasiques gazeux et diphasiques gaz-liquide à travers un circuit comportant des élargissements brusques en cascade. Pour modéliser correctement ces écoulements, il est nécessaire de prévoir leurs configurations critiques et donc de comprendre les conditions d'apparition de ce phénomène. On est alors amené à rétablir les bases thermodynamiques qui régissent l'écoulement compressible adiabatique à travers une conduite de section constante.

4.1. Exposé:

On considère les hypothèses suivantes:

1. Un écoulement unidimensionnel d'un fluide compressible dans un tube cylindrique longue de diamètre

$$D_H = \frac{4.S}{P}$$

D_H : Diamètre hydraulique

P : Périmètre mouillé

S : Section droite du cylindre

2. Un écoulement adiabatique avec frottements sur la frontière intérieure de conduite dont l'écoulement est non isentropique
3. Le fluide compressible sera assimilé à un gaz parfait
4. On suppose que le champ de vitesse est uniforme en tout point de la section S

Cet écoulement qui est défini par ces hypothèses est appelé écoulement de Fanno

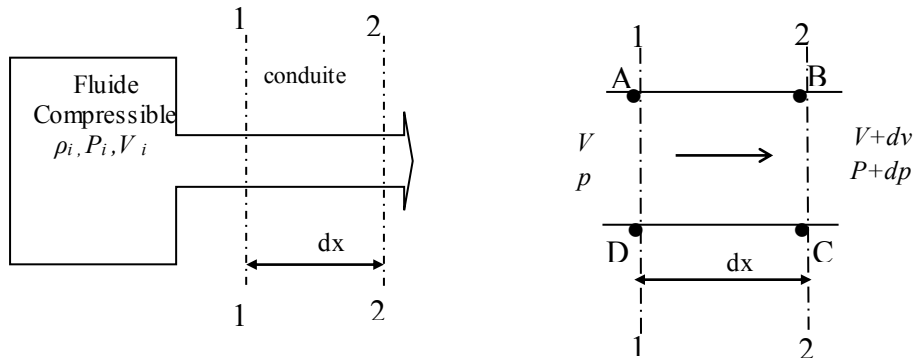
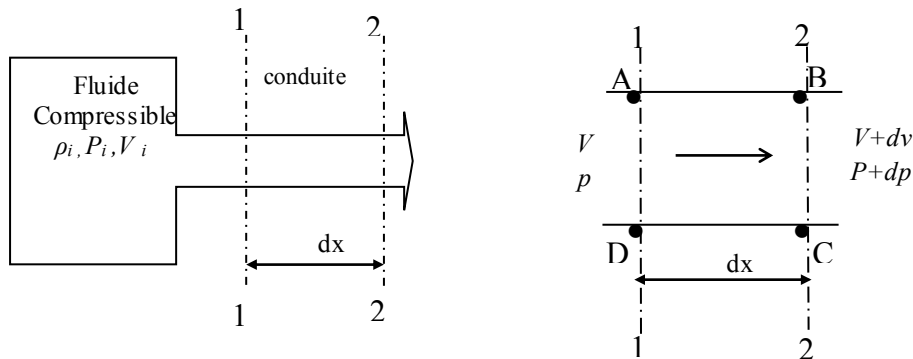


Figure2: coupe d'une conduite

4.1.2 Les équations de base de l'écoulement

Pour une tranche de la conduite cylindrique «dx» on applique les équations suivants:



Mais nous avons un gaz parfait dans la conduite, donc : $\frac{dP}{P} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dT}{T} \rightarrow (A)$

I $\Rightarrow \frac{d\rho}{\rho} = -\frac{dV}{V} = -\frac{1}{2} \times \frac{dV^2}{V^2}$, remplaçons par les valeurs de $\frac{d\rho}{\rho}$ et $\frac{dT}{T}$ qui sont données en

(I) et (IV)' dans l'équation (A) nous aurons : $\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{dV}{V} = -\frac{1}{2} \times \frac{dV^2}{V^2} (1 + (\lambda - 1)M^2) \rightarrow (V)$

Éliminons $\frac{dV^2}{V^2}$ entre (V) et (VI) $\Rightarrow \frac{dP}{P} = \frac{\lambda}{D_H} dx \frac{\gamma M^2 [1 + (\gamma - 1)M^2]}{2(M^2 - 1)}$

On trouve ce résultat par remplacement du valeur de $\frac{dV^2}{V^2}$ dans l'équation

$$\frac{dV^2}{V^2} = - \frac{2}{[1 - (\gamma - 1)M^2]} \frac{dP}{P}$$

Mais nous avons : $\frac{d\rho}{\rho} = - \frac{dV}{V} = - \frac{1}{2} \frac{dV^2}{V^2} \Rightarrow \frac{dV}{V} = - \frac{dP}{P} \frac{1}{1 + (\gamma - 1)M^2}$,

remplaçons par la valeur de $\frac{dp}{p}$ nous aurons :

$$\frac{dV}{V} = - \frac{\lambda}{D_H} dx \frac{\gamma M^2}{2(M^2 - 1)} = - \frac{d\rho}{\rho}$$

$$(IV)' \Rightarrow \frac{dT}{T} = -(\gamma - 1)M^2 \times \frac{dV^2}{2V^2}$$

remplaçons par la valeur de $\frac{dV^2}{V^2}$ et dans cette dernière par la valeur de $\frac{dP}{P}$, nous obtenons

$$\frac{dT}{T} = \frac{\lambda}{D_H} dx \frac{\gamma(\gamma - 1)M^4}{2(M^2 - 1)} \quad \text{on a : } M^2 = \left(\frac{V}{A}\right)^2 = \frac{V^2}{\gamma R T} \Rightarrow \frac{dM^2}{M^2} = \frac{dV^2}{V^2} - \frac{dT}{T}$$

Si on remplace par la valeur de $\frac{dV^2}{V^2}$ et de $\frac{dT}{T}$, on

$$\text{aura : } \frac{dM^2}{M^2} = - \frac{\lambda}{D_H} dx \gamma M^2 \frac{1 + \left(\frac{\gamma - 1}{2}\right)M^2}{M^2 - 1}$$

$$\text{LA formule de la variation de l'entropie est donnée par : } \frac{dS}{dM} = \frac{\gamma(1 - M^2)}{M \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)}$$

Interprétation de l'écoulement

1) Si $M < 1$ à l'entrée de la conduite (écoulement subsonique), le frottement $\Rightarrow V \uparrow, M \uparrow, P \downarrow, T \downarrow, \rho \downarrow \Rightarrow$ Il y a détente de l'écoulement $\Rightarrow$ l'écoulement est accéléré.

2) Si $M > 1$ (écoulement supersonique), le frottement $\Rightarrow V \downarrow, M \downarrow, P \uparrow, T \uparrow, \rho \uparrow \Rightarrow$ il y a une compression et l'écoulement est ralenti.

Cas particulier :

*Si $\lambda = 0 \Rightarrow$ les caractéristiques d'écoulement restent constantes, sauf pour la valeur exceptionnelle de $M = 1$ (sortie) On a :

$$\frac{P^* i}{P} = \left(1 + \left(\frac{\gamma - 1}{2}\right)M^2\right)^{\gamma/\gamma - 1} \Rightarrow P^* i = P \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$\Rightarrow \frac{dP^* i}{P^* i} = \frac{dP}{P} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

Remplaçons par la valeur de $\frac{dP}{P}$, nous aurons : $\frac{dP^* i}{P^* i} = -\gamma \frac{M^2}{2} \frac{\lambda}{D_H} dx$

4.1.3 Variation de l'entropie

On note qualitativement que le frottement a toujours le même effet qu'une diminution de section.

* Dans tous les cas, la pression d'arrêt diminue ($P^* \downarrow$) et l'entropie $S \uparrow$ le long de la conduite.

* $\frac{dS}{dM}$ montre que S ne peut être maximale qu'en un seul point où $M=1 \Rightarrow S=S_{\max}$ et en

sorte que le long d'une conduite : S ne peut que augmenter et $M \leq 1 \Rightarrow M$ ne peut être égale à 1 qu'à l'extrémité de la conduite pour une longueur particulière de la conduite appelée : critique L^* au quelle on associe les caractéristiques critiques : T^*, P^*, ρ^* Etc. Donc, lors d'un écoulement de FANNO, il ne peut y avoir passage d'un écoulement subsonique à un écoulement supersonique ou l'inversement

4.1.4 Calcul de la longueur d'une conduite et rapports des caractéristiques (ou il y a un écoulement de fanon) :

On supposant un écoulement de fanon entre deux points 1 et 2 quelconques d'un tuyau de conduite. La longueur de la conduit entre ces deux points est donnée par : $L = x_2 - x_1$

Pour trouver cette valeur il suffit d'intégrer l'expression de

$$\frac{dM^2}{M^2} = \frac{-\lambda}{D_H} dx \cdot \gamma M^2 \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}{M^2 - 1} \Rightarrow \int_{x_1}^{x_2} \frac{\lambda}{D_H} dx = \int_{M_1}^{M_2} \frac{1 - M^2}{\gamma M^4 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)} dM^2 = \frac{\gamma}{D_H} (x_2 - x_1)$$

$$= \frac{M_2^2 - M_1^2}{M_1^2 M_2^2} + \frac{\gamma+1}{\gamma} \ln \left(\frac{M_1^2 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2\right)}{M_2^2 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2\right)} \right)$$

L'équation de continuité de l'énergie et la loi des gaz parfait entre les points 1 et 2 nous donne le rapport des caractéristiques suivants :

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2}, \quad \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{M_1}{M_2} \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \cdot \frac{T_2}{T_1}, \quad \frac{a_2}{a_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$$

En pratique, cette méthode est peut commode, ou facilité la tâche en faisant intervenir les conduites dans une section réel ou fictive où $M=1$.

C'est les conduites soniques (elle sont des conduites critiques définissant d'un tuyère) pour l'écoulement isentropiques.

On utilise pour ce la, l'exposant

(*), Cette conduite ne peut être réalisée qu'à l'extrémité de la conduite la longueur correspondante obtenue est appelée : longueur critique L^* .

Ces conduites critiques se correspondent à :

- si à l'entrée de la conduite : $M_1 = M$, à la sortie $M_2=1$: la longueur L^* est obtenue par

$$\frac{\lambda}{D_H} L^* = \frac{1 - M_2^2}{\gamma M_2^2} + \frac{\gamma+1}{\gamma} \ln \left[\frac{\frac{\gamma+1}{2} M_2^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2} \right]$$

Et les rapports caractéristiques sont donnés par :

$$\frac{T}{T^*} = \frac{\frac{\gamma+1}{2}}{1 + \frac{\gamma+1}{2} M^2} \quad ; \quad \frac{\rho^*}{\rho} = \frac{V}{V^*} = M \left[\frac{\gamma+1}{2 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{P}{P^*} = \frac{1}{M} \left[\frac{\gamma+1}{2 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{P'_i}{P'^*_i} = \frac{1}{M} \sqrt{ \left[\frac{2 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)}{\gamma+1} \right]^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} }$$

4.1.5 Table de FANNO : les rapports sont rassemblés dans une table de calcul appelée : table (écoulement) de FANNO ; en fonction de la valeur du nombre de MACH pour γ donnés (1,4 dans le cas de l'air)

Voir la table de FANNO.

4.1.6 Lignes de FANNO, courbe de FANNO :

Les résultats trouvés précisément peuvent être rassemblés dans diagramme T ou A en fonction de S à travers les lignes de FANNO ou les courbes FANNO.

Dans les problèmes écoulement dans une conduite de section Cte On emploie fréquemment (souvent) Ψ tel que :

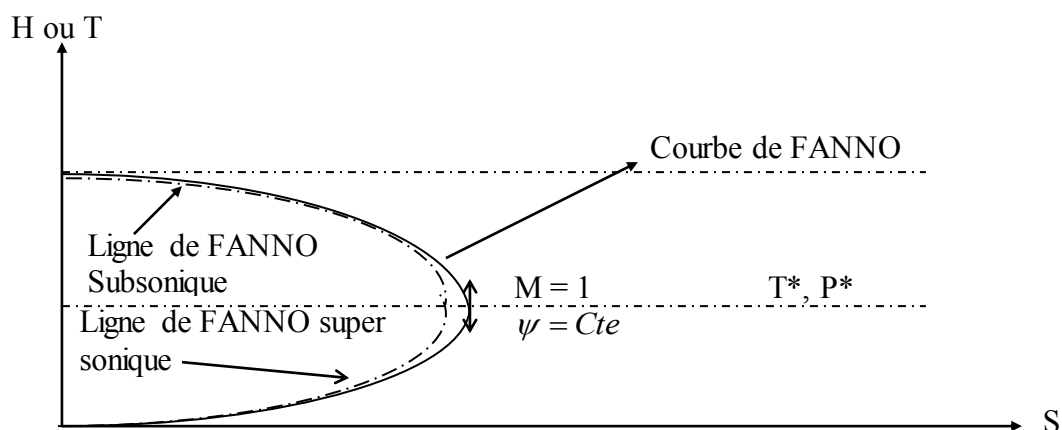
$$\Psi = \frac{m'}{S} = \rho V \text{ Qui est une Cte le long d'une conduite qu'on appelle parfois : vitesse massique}$$

pour un écoulement de FANNO, à travers une conduite à partir d'un état générateur l'équation de l'énergie s'écrit :

$$Hi = \frac{v^2}{2} + H \Rightarrow Hi = \frac{\Psi^2}{2\rho^2} + H$$

Cette équation représente une ligne ou une courbe appelée :

Ligne ou courbe de FANNO sa position et sa configuration sont fonction de deux paramètres : ψ et Hi



Pour tracer le diagramme (T, S) ou choisissant le zéro d'entropie pour $P=1$ bar et $T=273^0K$, l'entropie des autres points se calcule à partir de l'équation :

$$S = C_p \ln \frac{T}{273} - r \ln P$$

En fonction de la température (T)

$$\text{On a : } H_i = C_p \cdot T_i \text{ avec } T_i = T + \frac{\psi^2}{2C_p \rho^2}$$

$$\text{Mais on a : } \psi = \frac{m}{S} = V\rho \Rightarrow V = \frac{\psi}{\rho} \Rightarrow V^2 = \frac{\psi^2}{\rho^2}$$

Remplaçons dans la formule de T_i , nous obtenons : $T_i = T + \frac{\psi^2}{2C_p \rho^2}$, telle que : T est la température statique

Pour tracer le diagramme (T, S) , en choisissons le zéro d'entropie ($S=0$), Pour : $P=1$ bar et $T=273^0K$, l'entropie des autres points se calcule à partir de la relation suivante :

$$S = C_p \ln \frac{T}{273} - r \ln P$$

Ligne de Fanno:

Cette équation représente une courbe dans l'espace thermodynamique, que l'on appelle ligne de Fanno. Elle s'applique au cas général d'un fluide d'équation d'état quelconque. L'effet du frottement n'apparaît pas explicitement, mais se manifeste via son influence sur les propriétés thermodynamiques.

À titre d'illustration, on représente une ligne de Fanno dans un diagramme de Mollier de la vapeur d'eau sur la planche suivante. La forme de la courbe est semblable pour tous les fluides compressibles. Avec un fluide entrant dans l'état le frottement aura pour effet de réduire la pression (perte de charge), ce qui entraîne une diminution de masse volumique et donc une augmentation de vitesse, et par conséquent une diminution d'enthalpie. On constate que l'entropie augmente, ce qui est en accord

Avec le second principe puisque la transformation est adiabatique. Cette équation représente une courbe dans l'espace thermodynamique, que l'on appelle ligne de Fanno. Elle s'applique au cas général d'un fluide d'équation d'état quelconque. L'effet du frottement n'apparaît pas explicitement, mais se manifeste via son influence sur les propriétés thermodynamiques. À titre d'illustration, on représente une ligne de Fanno dans un diagramme de Mollier de la vapeur d'eau sur la planche suivante. La forme de la courbe est semblable pour tous les fluides compressibles. Avec un fluide entrant dans l'état 1, le frottement aura pour effet de

réduire la pression (perte de charge), ce qui entraîne une diminution de masse volumique et donc une augmentation de vitesse, et par conséquent une diminution d'enthalpie. On constate que l'entropie augmente, ce qui est en accord avec le second principe puisque la transformation est adiabatique. On constate que la ligne de Fanno présente un maximum d'entropie, indiqué par point L. On en déduit que la pression dans la conduite ne peut descendre sous la valeur p_L et que la vitesse ne peut excéder la valeur c_L atteinte au même point.

Comme dans le cas de la tuyère convergente décrit à la section précédente, on observe donc un phénomène de saturation, cette fois dû au frottement. Comme dans le cas de la tuyère convergente, la section ne pouvait pas diminuer sous la section critique, le frottement ne peut excéder une valeur maximum.

Conclusion

Le comportement d'un fluide compressible lors d'un écoulement adiabatique à travers une conduite de section constante est étudié, dans cet exposé, du point de vue thermodynamique. Et des lois physiques de conservation permet de déduire analytiquement l'équation d'évolution du fluide de Fanno a permis de mettre en évidence l'existence d'une longueur maximale de conduite au-delà de laquelle l'écoulement considéré n'est plus possible. Cette longueur maximale est en fonction des conditions initiales, c'est à dire les variables d'état et la vitesse à l'entrée.

4.2 Écoulement sans frottement et avec échange de chaleur : Écoulement de Rayleigh

4.2.1 Écoulement avec frottement et échange de chaleur dans une conduite de section variable (généralisation):

Pour généraliser un écoulement rencontré en pratique on peut envisager un gaz parfait qui s'écoule dans une conduite de section variable en tenant compte du frottement et du transfert de chaleur (le but rechercher n'est pas d'étudier le mécanisme du transfert mais supposer pour une longueur 'dx' de la conduite on a 'dT_i' de variation de température total).

Equations de base :

-Equation de continuité :

$$d(\rho.S.V) = 0 \dots\dots\dots (1)$$

-Equation de l'énergie :

$$C_p dT_i' = dQ_i' \dots\dots\dots (2)$$

-Equation de quantité de mouvement :

$$\frac{dP}{P} + \frac{\lambda}{D_H} \gamma \frac{M^2}{2} dx + \gamma M^2 \frac{dV}{V} = 0 \dots\dots\dots (3)$$

Avec :

$$V = M \sqrt{\gamma.r.T}$$

-Equation d'état du fluide :

$$\frac{P}{\rho} = rT \dots\dots\dots (4)$$

L'équation de continuité pour un élément dx sous forme différentielle s'écrit :

$$\frac{dS}{S} + \frac{dP}{P} - \frac{1}{2} \frac{dT_i'}{T_i'} + \frac{1 + (\gamma - 1)M^2}{1 + \frac{\gamma - 1}{2}M^2} \frac{dM}{M} = 0 \dots\dots\dots (5)$$

Exprimons $\frac{dV}{V}$ en fonction de $\frac{dM}{M}$ et $\frac{dT_i'}{T_i'}$:

$\frac{dV}{V} = f\left(\frac{dM}{M} \text{ et } \frac{dT_i'}{T_i'}\right)$ on obtient :

$$\frac{dV}{V} = \frac{1}{2} \frac{dT_i'}{T_i'} + \frac{1}{1 + \frac{\gamma - 1}{2}M^2} \frac{dM}{M} \dots\dots\dots (6)$$

En éliminant $\frac{dV}{V}$ et $\frac{dP}{P}$ entre (3) (5) et (6) on trouve :

$$\frac{dM}{M} + \frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2}M^2}{1 - M^2} \frac{dS}{S} - \frac{(1 + \gamma M^2)(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M^2)}{(1 - M^2)} \frac{dT_i'}{T_i'} + \frac{\gamma M^2(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M^2)}{2(M^2 - 1)} \lambda \frac{dx}{D_H} = 0 \dots (7)$$

Si on connaît les variations de section S et de température total T_i' et avec la valeur du coefficient λ , l'équation (7) permet de déterminer la variation du nombre de mach M .
On voit bien que les effets d'un transfert de chaleur, d'un frottement et d'une variation de pression qui se superpose puisque on a déjà étudié l'effet de variation de section et celui d'un frottement. Donc pour étudier l'effet d'un transfert de chaleur à travers un chauffage ($dT_i' > 0$) où un refroidissement ($dT_i' < 0$) on supposera donc les frottements et les variations de section sont nuls.

4.2.2 Ecoulements avec transfert de chaleur sans frottement dans une conduite de section constante :(écoulement de Rayleigh).

Un tel écoulement est appelé écoulement de Rayleigh, d'après (7) on aura :

$$\frac{dM}{M} = \frac{(1 + \gamma M^2)(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M^2)}{(1 - M^2)} \frac{dT_i'}{T_i'}$$

On trouve facilement les équations suivantes :

$$\frac{dP}{P} = \frac{\gamma M^2 (1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2)}{(M^2 - 1)} \frac{dT_i'}{T_i'}$$

$$\frac{dV}{V} = -\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}{M^2 - 1} \frac{dT_i'}{T_i'}$$

$$\frac{dT_i'}{T_i'} = \frac{(\gamma M^2 - 1)(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2)}{M^2 - 1} \frac{dT_i'}{T_i'}$$

$$\frac{dP_i'}{P_i'} = -\frac{\gamma M^2}{2} \frac{dT_i'}{T_i'}$$

Ces équations nous permettent d'interpréter l'effet de transfert de chaleur à travers chauffage ou un refroidissement sur les caractéristiques de l'écoulement.

Le transfert de chaleur dans le cas d'un apport ($dT_i' > 0$) chauffage, donne :

- Si $M < 1$ (Ecoulement subsonique)

$$V \nearrow, \quad M \nearrow, \quad P \searrow, \quad \rho \searrow, \quad P_i' \searrow$$

- Si $M > 1$ (Ecoulement supersonique)

$$V \searrow, \quad M \searrow, \quad P \nearrow, \quad \rho \nearrow, \quad P_i' \searrow$$

Remarque :

D'après l'équation $\frac{dT}{T}$ les variations de température s'annulent pour

$$M = \frac{1}{\sqrt{\gamma}}, \quad M = 1$$

$$\text{Donc pour } M < \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \text{ et } M > 1 \implies T \nearrow$$

$$1 > M > \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \implies T \searrow$$

Table de calcul :

Appelée aussi table de Rayleigh elle permet de calculer l'évolution des diverses caractéristiques le long d'une conduite.

Il suffit d'intégrer les expressions précédentes entre un état d'arrêt ou un état générateur et un état fictif ou réel pour lequel le nombre de mach est égal à 1 et dont les caractéristiques sont munis d'un exposant (*), on trouve :

$$\frac{T_i'}{T_i^*} = \frac{2(\gamma+1)M^2(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2)}{(1+\gamma M^2)}$$

Puis en remplaçons dans les autre expressions, et on intégrons, on trouve :

$$\frac{P}{P^*} = \frac{1+\gamma}{1+\gamma M^2}$$

$$\frac{T}{T^*} = \frac{(1+\gamma)^2 M^2}{(1+\gamma M^2)^2}$$

$$\frac{V}{V^*} = \frac{\rho^*}{\rho} = \frac{(\gamma+1)M^2}{1+\gamma M^2}$$

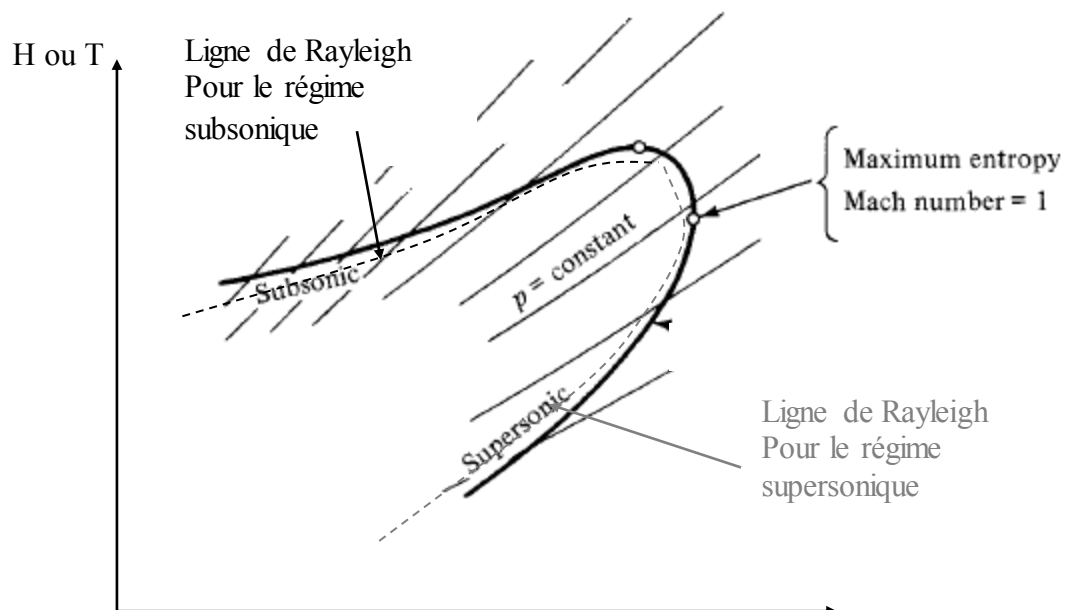
$$\frac{P_i'}{P_i^*} = \frac{\gamma+1}{1+\gamma M^2} \left[\frac{2(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2)}{\gamma+1} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

Les tables de calcul donnent en fonction de M les rapports :

$$\frac{T}{T^*}, \frac{V}{V^*}, \frac{\rho}{\rho^*}, \frac{P_i'}{P_i^*}, \frac{T_i'}{T_i^*}.$$

Ligne et courbe de Rayleigh :

En procédant de la même façon que dans le chapitre précédent on trouve une relation dite Rayleigh qui se traduit par une courbe que l'on peut tracer dans le plan (H, S) ou (T, S) en fonction du chauffage ou du refroidissement.



Courbe de Rayleigh

Commentaire :

Dans la partie supérieure de la ligne de Rayleigh, qui correspond à un écoulement subsonique, l'apport de chaleur a pour effet d'accélérer l'écoulement vers des conditions soniques. Au contraire, dans la partie inférieure de la ligne de Rayleigh, qui correspond à un écoulement supersonique, l'apport de chaleur a pour effet de décélérer l'écoulement vers des conditions soniques. Il a donc le même effet qu'une diminution de section.

4.3 Écoulement avec frottement et avec échange de chaleur. Écoulement isotherme.

C'est un cas particulier de l'écoulement de Rayleigh en tenant compte du frottement d'une part et du transfert de chaleur d'autre part.

Les variations de vitesse dans une conduite où s'exercent des frottements correspondent à des variations de température totale, dans le cas où les échanges thermiques sont suffisamment importants pour que la température du fluide reste constante (statique), on a affaire à un écoulement isotherme.

L'intérêt pratique de l'écoulement isotherme est surtout limité au faible nombre de Rayleigh utilisé dans les conduites industrielles pour lesquelles on peut estimer que les échanges thermiques avec l'extérieur s'effectuent assez facilement.

C'est un cas particulier de l'écoulement de Rayleigh en tenant compte du frottement d'une part et du transfert de chaleur d'autre part.

Les variations de vitesse dans une conduite où s'exerce des frottements correspondent à des variations de température totale, dans le cas où les échanges thermiques sont suffisamment importants pour que la température du fluide (statique) reste constante ou à se fait à un écoulement isotherme.

L'intérêt pratique de l'écoulement isotherme est surtout limité au faible nombre de Reynolds utilisé dans les conduites industrielles. Pour lesquels on peut estimer que les échangeurs thermiques avec l'extérieur s'effectuent assez facilement.

$$T_i/T_i^* = 2(\gamma+1)M^2(1 + (\gamma-1)/2 M^2)/(1 + \gamma M^2)^2$$

Puis en remplaçant dans les autres expressions et en intégrant on trouve :

$$P/P^* = 1 + \gamma/1 + \gamma M^2$$

$$T/T^* = (1 + \gamma)^2 M^2/(1 + \gamma M^2)^2$$

$$V/V^* = \rho^*/\rho = (1 + \gamma) M^2/1 + \gamma M^2$$

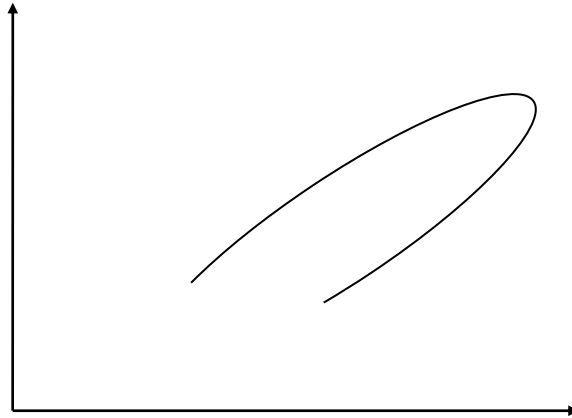
$$P_i/P_i^* = \gamma + 1/1 + \gamma M^2 [2(1 + (\gamma-1)/2 M^2)/\gamma + 1]^{-\gamma/(\gamma-1)}$$

Les tables de calculs donnent en fonction de M , les rapports T/T^* ; V/V^* ; ρ/ρ^* ; P_i/P_i^* ; T_i/T_i^*

****ligne et courbe de Rayleigh :**

en procédant de la même façon que dans le chapitre précédent on trouve une relation dite Rayleigh qui se traduit par une ligne ou une courbe que l'on peut tracer dans le plan (H,S) ou (T,S) en fonction du chauffage ou du refroidissement.

Chapitre 4 : Ecoulement Non Isentropique 1D en Conduit à Section Constante



Le transfert de chaleur dans le cas d'un apport de $dT_i > 0$ (chauffage) donne :

Si $M < 1$ (Ecoulement subsonique)

$V \uparrow$; $M \uparrow$; $P \downarrow$; $\rho \downarrow$; $P_i \downarrow$

Si $M > 1$ (Ecoulement supersonique)

$V \downarrow$; $M \downarrow$; $P \uparrow$; $\rho \uparrow$; $P_i \uparrow$

Remarque : d'après l'équation , dT/T les variation de température s'annule pour $M = 1/\sqrt{\gamma}$, $M = 1$

Donne pour $M < 1/\sqrt{\gamma}$ et $M > 1$ $T \uparrow$
 $1 > M > 1/\sqrt{\gamma}$ $T \downarrow$

* table de calcul :

appelée aussi table de Rayleigh elle permet de calculer l'évolution des diverses caractéristique le long d'une conduite .

il suffit d'intégrer les expression précédente entre un état d'arrêt ou un état générateur et un état fictif ou réel pour lequel le nombre de M est égal à 1 et dont les caractéristique sont munis d'un exposant (*) .