تسعير الخيارات باستخدام نموذج Black& Scholes

تمهيد: لمحة عن النموذج:

-تطرق الباحثان بلاك وشولز لقضية تسعير الخيارات حيث شكلا فريق عمل في سبيل الوصول إلى طريقة أو تقنية أو نموذج لتقييم الخيارات تقييما عادلا.

-طور الباحثان نموذجا رياضيا لتقدير العلاوة "سعر الخيار"، وقد استخدم هذا النموذج على نطاق واسع في تسعير الخيارات وأسهم بقوة في إحداث طفرة في تداول الخيارات، حيث كانت هناك مجموعة من الدراسات التجريبية لاختبار مدى جودة هذا النموذج حيث وجد بأنه نموذج ذو مستوى جودة مرتفع ، هذا النموذج لتسعير الخيارات ركز على تسعير الخيارات من النمط الأوروبي.

-تاريخ هذا النموذج بدأ في مقالة نشرت سنة 1973 في مجلة من أقوى المجلات الاقتصادية "مجلة الاقتصاد السياسي" "political Economy" ، حيث تعرض له الباحثان في مقالة بعنوان:" تسعير الخيارات والتزامات الشركات".

-اشتق الباحثان معادلة تسعير خيار الشراءCall option ، قام هذا النموذج على أن الخيار أداة لإدارة المخاطر.

-اعتمد بلاك وشولز على قواعد علم التفاضل(التكامل) في اشتقاق نموذج تسعير الخيارات "دراسة السلوك الرياضي لمتغير معين والتنبؤ به" دراسة السلوك الرياضي لسعر السهم مثلا".

يرى الباحثان أن تسعير الخيارات ذلك المتغير وسعر السهم هو الأصل محل العقد، وأن قيمة الخيار هي دالة تتغير بتغير التقلبات المتوقعة في سعر السهم.

فرضيات النموذج:

1-السهم موضوع الخيار هو أصل ينطوي على مخاطرة.

2-السوق فيه أصول أخرى خالية من المخاطرة والعائد على تلك الأصول هو معدل العائد الخالي من المخاطرة(ثابت).

3-أسعار الأسهم تتبع في تقلباتها نظرية الحركة العشوائية (تتغير عشوائيا).

4-عدم إجراء أية توزيعات نقدية خلال فترة صلاحية عقد الخيار.

5-يفترض أن السوق المالية تتمتع بالكفاءة.

6-لا توجد فرصة لتحقيق ربح خالي من المخاطرة من خلال المراجحة.

7-إمكانية اقراض واقتراض أية مبالغ مالية بمعدل العائد الخالي من المخاطرة.

8-صفقات التداول لا تتحمل أية عمولات أو تكاليف.

اشتقاق النموذج :

عند اشتقاق النموذج بدأ الباحثان في ترجمة المتغيرات إلى رموز رياضية:

-خيار الشراء Call Option CO

-سعر السهم Stock Price S

-سعر التنفيذ (سعر الممارسة) Exercice Price X

-معدل العائد الخالي من المخاطرة r أو r_f

– التقلبات في سعر الأصل محل عقد الخيار σ (الانحراف المعياري) (مقياس لمخاطرة السهم)

-المدة حتى تاريخ انتهاء صلاحية الخيار:n مدة صلاحية الخيار

حيث يمكن عرض النموذج كما يلي:

d_1 دالة الكثافة الاحتمالية الأولى، احتمال أن يقل سعر السهم خلال مدة الخيار عن سعره الحالي .

d_2 دالة الكثافة الاحتمالية الثانية، احتمال أن يقل سعر السهم خلال مدة الخيار عن سعر التنفيذ.

N_d عوائد الخيار متغير عشوائي له توزيع طبيعي. جدول الاحتمالات المتراكمة لقيمة Z الموجبة

$$d_1 = \frac{\ln\left[\frac{\text{سعر السهم}}{\text{سعر التنفيذ}}\right] + \left[\text{معدل العائد الخالي من المخاطرة} + \frac{\sigma^2}{2}\right] \times \text{مدة الخيار}}{\sigma \times \sqrt{\text{الفترة الزمنية}}}$$

$$d_1 = \frac{\ln\left[\frac{S}{X}\right] + \left[r_f + \frac{\sigma^2}{2}\right] \times t}{\sigma \times \sqrt{t}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left[\frac{S}{X}\right] + \left[r_f - \frac{\sigma^2}{2}\right] \times t}{\sigma \times \sqrt{t}}$$

$$d_2 = d_1 - \text{مخاطرة السهم} \times \sqrt{\text{مدة الخيار}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \times \sqrt{t}$$

$$co = \text{سعر السهم الحالي} \times Nd1 - \frac{\text{سعر التنفيذ}}{e^{r \times t}} \times N_{d2}$$

$$PO = \text{سعر خيار الشراء} + \frac{\text{سعر التنفيذ}}{e^{r \times t}} - \text{سعر التنفيذ}$$

مثال:

إذا كنت بصدد اتخاذ قرار الاستثمار في أحد الخيارات في بورصة الأوراق المالية السعودية: لديك المعلومات التالية.

-سعر السهم الحالي 62 ريال ، سعر التنفيذ في عقد الخيار 60 ريال ، معدل العائد الخالي من المخاطرة 4% .

-مدة صلاحية الخيار 40 يوم -مخاطرة السهم (التقلبات التي تحدث في سعر السهم) $\sigma = 32\%$

المطلوب : حساب الCall Option وال Put Option .

الحل:

$$d_1 = \frac{\ln\left[\frac{S}{X}\right] + \left[r_f + \frac{\sigma^2}{2}\right] \times t}{\sigma \times \sqrt{t}}$$

$$d_1 = \frac{\ln\left[\frac{62}{60}\right]+\left[0.04+\frac{0.32^2}{2}\right]\times\frac{40}{365}}{0.32\times\sqrt{\frac{40}{365}}} = 0.4038. \quad , \mathbf{d_1=0.4038}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left[\frac{S}{X}\right]+\left[r_f-\frac{\sigma^2}{2}\right]\times t}{\sigma\times\sqrt{t}} = \frac{\ln\left[\frac{62}{60}\right]+\left[0.04-\frac{0.32^2}{2}\right]\times\frac{40}{365}}{0.32\times\sqrt{\frac{40}{365}}} = 0.2979 \,, \quad \mathbf{d_2=0.2979}$$

ثم نبحث في الجدول عن قيمة $\mathbf{d_1}$ و $\mathbf{d_2}$

$\mathbf{d_1}$ احتمال أن يقل سعر السهم عن سعره الحالي.

$\mathbf{d_2}$ احتمال أن يقل سعر السهم عن سعر التنفيذ

$$d_1=0.4038 \cong 0.4 \qquad , d_2=0.2979 \cong 0.3$$

من جدول الكثافة الاحتمالية نجد:

$N_{d1}= 0.6554$ (65.54%) احتمال أن يقل سعر السهم عن سعره الحالي 56.54%

$N_{d2}= 0.6179$ (61.79%) احتمال أن يقل سعر السهم عن سعر التنفيذ 61.79%

$$co = \text{سعر السهم الحالي} \times Nd1 - \frac{\text{سعر التنفيذ}}{e^{r\times t}} \times N_{d2} = 62\times 0.6554 - e^{\frac{60}{0.04\times\frac{40}{365}}} \times 0.6179$$

$$Co= 3.72\times 100= 372$$

سعر خيار الشراء 3.72 ريال

$$PO= \text{سعر خيار الشراء} + \frac{60}{e^{0.04\times\frac{40}{365}}} - \text{سعر التنفيذ}$$

$$PO= 1.46 \times 100= 146$$ ريال