

Chapitre 3 : Ondes de choc

3.1 Généralités :

Nous avons vu dans les chapitres précédents que dans les écoulements compressibles peuvent apparaître des zones de discontinuités, par suite par exemple de concentration d'ondes se propageant à des vitesses différentes (caractéristiques). Les équations d'Euler permettent de décrire ces discontinuités (ou chocs).

Dans l'étude de la tuyère convergente et divergente (tuyère de Laval), on a déjà vu qu'une onde de choc droite peut se produire sous certaines conditions, elle est stationnaire car en écoulement permanent, sa position est fixe dans le divergent. L'onde de choc est un processus où les phénomènes sont irréversibles.

Un fluide compressible en écoulement avec une vitesse supersonique ou bien un projectile en mouvement relatif dont la vitesse est supérieure à la célérité du son, subissent des variations très rapides de leurs caractéristiques (vitesse, température, pression etc....), en traversant des surfaces de discontinuités de très faibles épaisseurs séparant les deux espaces amont et aval.

Les exemples de phénomènes connus de ce type de comportement sont les ondes de détonation accompagnant des explosions ou le bang produit par un avion en vol supersonique.

C'est les expérimentateurs qui ont permis de mettre en évidence de tels phénomènes, c'est l'observation par strioscopie ou bien encore la méthode des ombres de l'écoulement dans une tuyère ou autour de projectiles à grande vitesse.

Celles-ci sont appelées : ondes de choc, qui en réalité sont des volumes de très faible épaisseur (quelques millièmes de millimètres), à la traversée desquels la vitesse et les propriétés physiques du fluide éprouvent des variations très brutales. L'onde de choc plane apparaît comme une surface de discontinuité plane séparant deux espaces amont et aval continus.

Il existe deux types d'ondes de choc planes :

- **les ondes de choc planes normales (droites) :** dont la direction est perpendiculaire à la direction de l'écoulement et pour lesquels on passe directement d'un régime supersonique à un régime subsonique.
- **les ondes de choc planes obliques :** dont la direction est inclinée par rapport à l'écoulement pour lesquels selon l'intensité de choc, on passe soit progressivement ou directement d'un régime supersonique à un régime subsonique.

La théorie en a été établie par Riemann (1860) et Hugoniot (1885). Une onde de choc est formée par l'accumulation des ondes de pressions que tout mobile en mouvement crée autour de lui lorsque la vitesse de celui-ci devient au moins égale à la vitesse du son. L'air subit alors une brusque variation de pression et de température à travers une surface qui se déplace avec le mobile: c'est l'onde de choc, qui a la forme d'un cône de révolution ayant pour sommet la position actuelle du mobile, si ce dernier est de dimension suffisamment petite.

Considérons une expérience ou dans un tube cylindrique rempli d'un fluide et dans lequel, on produise une série d'ondes de compressions par déplacement d'un piston toujours dans le même sens.

- Si le déplacement est lent et faible, la perturbation correspond à une onde sonore ordinaire qui se déplace à la vitesse du son. Le gradient de température reste faible et

les échanges de températures entre les couches fluides négligeables. L'écoulement est supposé isentropique.

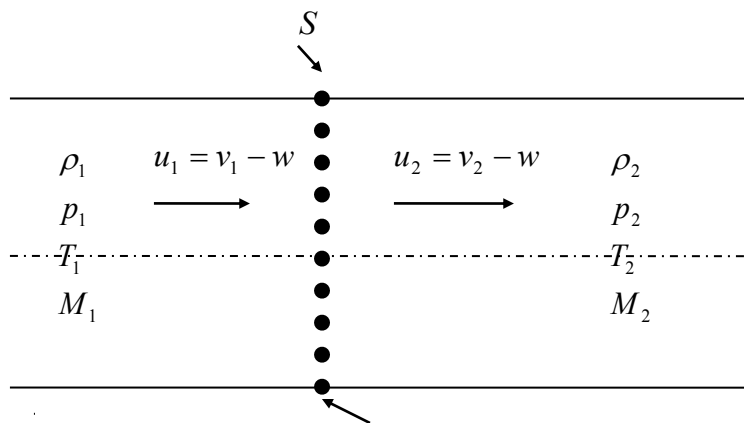
- Si le déplacement est rapide et brutal, la perturbation correspond à une onde de compression ce qui donne de fortes variations de pressions et de températures. Le premier ébranlement se propage à la célérité du son et chauffe le fluide suivant une loi adiabatique. Le suivant se comporte de la même façon, mais comme il évolue dans un milieu légèrement réchauffé, il va plus vite et a tendance à rattraper le premier et ainsi de suite. Le système de compression ainsi produit se modifie peu à peu et prend la forme d'une discontinuité brusque. Les gradients de températures sont notables et les échanges thermiques peuvent s'effectuer entre les couches fluides voisines. Le passage de la chaleur d'une région chaude à une région froide équivaut à une transformation d'énergie mécanique en chaleur, d'où phénomènes irréversibles (augmentation d'entropie). L'écoulement est supposé avec ondes de choc.

Remarque :

Si on envisage des ondes de détente au lieu des ondes de compression, le même mécanisme permet d'expliquer qu'elles doivent s'étaler de plus en plus. Une onde de détente ne peut exister. Celles qu'on obtient quand un récipient à haute pression se vide n'entrent pas dans la catégorie des ondes de discontinuité, elles correspondent toujours à une évolution progressive des caractéristiques du fluide.

3.2 Ondes choc normales (droites)

Considérons une onde de choc plane normale S de section unité, dont le modèle mathématique d'écoulement en mouvement relatif que nous proposons d'analyser est schématisé ci dessous :



Surface de discontinuité (onde de choc plane normale)

Pour pouvoir étudier l'onde de choc, il faut considérer les hypothèses suivantes :

- Un écoulement supersonique ($M_1 \geq 1$)
- Un écoulement adiabatique
- Un régime stationnaire
- Un gaz parfait
- Aucun échange de travail technique

Si la surface de discontinuité est immobile, l'onde de choc est stationnaire. Si ce n'est pas le cas, on l'a suppose en translation uniforme de vitesse w et rapportons l'écoulement à un système de référence se déplaçant avec S . On obtient un régime stationnaire où l'on passe de la vitesse relative u_1 à la vitesse relative u_2 .

$$u_1 = v_1 - w \dots \dots \dots (6.1)$$

$$u_2 = v_2 - w \dots \dots \dots (6.2)$$

L'objectif est de trouver les relations existantes entre les diverses grandeurs qui caractérisent le fluide à son passage amont et aval de l'onde de choc.

3.2.1 Equations de base

Pour ce type d'écoulement, les équations de mouvements de la dynamique des gaz, pour une unité de masse, s'écrivent :

- Equation de continuité :

$$\rho_1 S_1 u_1 = \rho_2 S_2 u_2 \Rightarrow \rho_1 u_1 = \rho_2 u_2 \dots \dots \dots (6.3)$$

- Equation de quantité de mouvement :

$$\dot{m}(u_2 - u_1) = p_1 - p_2 \dots \dots \dots (6.4)$$

- Equation de l'énergie :

$$H_1 + \frac{u_1^2}{2} = H_2 + \frac{u_2^2}{2} \dots \dots \dots (6.5)$$

- Equation de l'état :

$$\frac{p}{\rho} = RT \dots \dots \dots (6.6)$$

- Gaz parfait :

$$H = c_p T = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} \dots \dots \dots (6.7)$$

3.2.2 Relation adiabatique dynamique d'Hugoniot

Il s'agit de déterminer le rapport des masses volumiques amont et aval de l'onde de choc en fonction du rapport des pressions.

L'équation (6.3) donne : $u_1 + u_2 = \dot{m} \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right)$

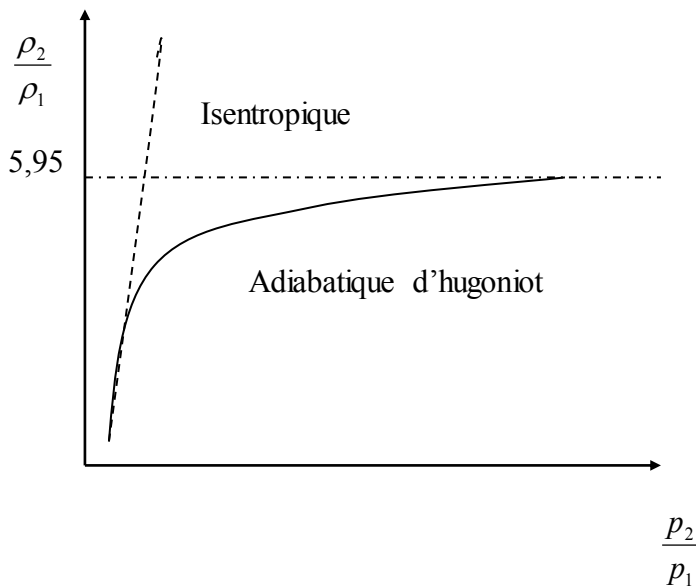
L'équation (6.4) donne : $u_1 - u_2 = \frac{p_1 - p_2}{m}$

En utilisant les deux équations précédentes avec (6.5) et (6.7) on a :

$$\begin{aligned} (p_1 - p_2) \frac{1}{\rho_2} \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} + 1 \right) &= \frac{2\gamma}{\gamma - 1} \frac{1}{\rho_2} \left(p_2 - p_1 \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) \\ (p_2 - p_1) \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right) &= \frac{2\gamma}{\gamma - 1} \left(\frac{p_2}{\rho_2} - \frac{p_1}{\rho_1} \right) \\ \frac{\rho_2}{\rho_1} &= \frac{p_1(\gamma - 1) + p_2(\gamma + 1)}{p_2(\gamma - 1) + p_1(\gamma + 1)} \\ \frac{\rho_2}{\rho_1} &= \frac{(\gamma - 1) + \frac{p_2}{p_1}(\gamma + 1)}{(\gamma + 1) + \frac{p_2}{p_1}(\gamma - 1)} \dots\dots\dots (6.8) \end{aligned}$$

C'est la relation adiabatique dynamique d'hugoniot. Cette loi est différente de la loi isentropique $\frac{\rho_2}{\rho_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}}$. Bien que adiabatique l'onde de choc ne constitue pas un phénomène isentropique car il est irréversible

Le rapport $\frac{\rho_2}{\rho_1}$ pour une onde de choc croît plus vite que pour une compression isentropique de même rapport.



Dans le cas de l'air, lorsque le rapport des pressions augmente indéfiniment le rapport des masses volumiques tend vers $\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} = 5,95$.

Si la variation de pressions $dp = p_2 - p_1$ est infiniment petite, la variation de masses volumiques $d\rho = \rho_2 - \rho_1$ l'est aussi et on retrouve la transformation isentropique $\frac{d\rho}{\rho} = \frac{1}{\gamma} \frac{dp}{p}$.

3.2.3 Rapport des températures en fonction du rapport des pressions.

A l'aide des équations 6.6 et 6.8 on a :

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1} \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{p_2}{p_1} \frac{\gamma + 1 + \frac{p_2}{p_1}(\gamma - 1)}{\gamma - 1 + \frac{p_2}{p_1}(\gamma + 1)}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\gamma + 1 + \frac{p_2}{p_1}(\gamma - 1)}{\gamma + 1 + \frac{p_1}{p_2}(\gamma - 1)} \dots \dots \dots (6.9)$$

3.2.4 Expressions des vitesses en fonction du rapport des pressions.

A l'aide des équations 6.4 et 6.3 on a :

$$(p_1 - p_2) = \rho_2 u_2^2 - \rho_1 u_1^2$$

$$(p_2 - p_1) = \rho_2 u_1^2 \frac{\rho_1^2}{\rho_2^2} = \rho_1 u_1^2 \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} - 1 \right)$$

Avec (6.8), on trouve l'expression suivante :

$$u_1^2 = \frac{p_1}{2\rho_1} \left[\gamma - 1 + \frac{p_2}{p_1}(\gamma + 1) \right] \dots \dots \dots (6.10)$$

De même on trouve :

$$u_2^2 = \frac{p_2}{2\rho_2} \left[\gamma - 1 + \frac{p_1}{p_2}(\gamma + 1) \right] \dots \dots \dots (6.11)$$

3.2.5 Formules de Rayleigh

En utilisant les célérités des ondes de propagations et les nombres de Mach amont et aval de l'onde de choc on a :

$$a_1 = \sqrt{\frac{\gamma \cdot p_1}{\rho_1}}, a_2 = \sqrt{\frac{\gamma \cdot p_2}{\rho_2}}, M_1 = \frac{u_1}{a_1} \text{ et } M_2 = \frac{u_2}{a_2}$$

$$u_1^2 = \frac{a_1}{2\gamma} \left[\gamma - 1 + \frac{p_2}{p_1} (\gamma + 1) \right]$$

$$u_2^2 = \frac{a_2}{2\gamma} \left[\gamma - 1 + \frac{p_1}{p_2} (\gamma + 1) \right]$$

$$M_1^2 = \frac{1}{2\gamma} \left[\gamma - 1 + \frac{p_2}{p_1} (\gamma + 1) \right] \dots\dots\dots (6.12)$$

$$M_2^2 = \frac{1}{2\gamma} \left[\gamma - 1 + \frac{p_1}{p_2} (\gamma + 1) \right] \dots\dots\dots (6.13)$$

Ce sont les formules de Rayleigh que l'on peut écrire sous la forme suivante :

$$M_1^2 = 1 + \frac{\gamma + 1}{2\gamma} \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right)$$

$$M_2^2 = 1 + \frac{\gamma + 1}{2\gamma} \left(\frac{p_1}{p_2} - 1 \right)$$

Comme à la traversée de l'onde de choc le rapport des pressions : $\frac{p_2}{p_1} > 1$, la vitesse est supersonique en amont de l'onde de choc mais subsonique en aval de celle-ci.

3.2.6 Rapports des caractéristiques en fonction des nombres de Mach

L'expression (6.12) nous donne le rapport des pressions :

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)}{\gamma + 1} \dots\dots\dots (6.14)$$

L'expression (6.5) nous donne le rapport des températures :

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_2^2} \dots\dots\dots (6.15)$$

Avec les expressions (6.8) et (6.13), on a le rapport des masses volumique qui est égal à l'inverse du rapport des vitesses :

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{u_1}{u_2} = \frac{(\gamma + 1) M_1^2}{(\gamma - 1) M_1^2 + 2} \dots\dots\dots (6.16)$$

L'expression (6.13) nous donne le nombre de Mach aval :

$$M_2^2 = \frac{(\gamma - 1)M_1^2 + 2}{2\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)} \dots \dots \dots (6.17)$$

3.2.7 Variation d'entropie à la traversée de l'onde de choc.

La variation d'entropie spécifique (relative à l'unité de masse) qui affecte le fluide à la traversée de l'onde de choc, entre deux états, est donnée par :

$$\frac{\Delta S}{c_v} = \ln \left[\frac{p_2}{p_1} \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^\gamma \right]$$

$$\Delta S = S_2 - S_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - r \ln \frac{p_2}{p_1} = c_v \ln \frac{p_2}{p_1} + c_p \ln \frac{\rho_1}{\rho_2}$$

Ce qui donne :

$$S_2 - S_1 = c_v \ln \frac{2\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)}{\gamma + 1} + c_p \ln \frac{(\gamma - 1)M_1^2 + 2}{(\gamma + 1)M_1^2} \dots \dots \dots (6.18)$$

$S_2 - S_1$ est positif si le nombre de Mach amont est supérieur à un ($M_1 > 1$ soit un écoulement supersonique), c'est ce que nous avons supposé en admettant l'irréversibilité des phénomènes à la traversée de l'onde de choc. L'écoulement passe nécessairement d'une vitesse supersonique à une vitesse subsonique. Mais à pression plus élevée, il s'ensuit que le processus inverse n'est pas possible puisqu'il correspond à une diminution d'entropie.

6.2.6 Table de calcul des ondes de choc droites.

La table numéro 4, donnée en annexe permet de donner en fonction du nombre de Mach amont de l'onde de choc :

- les rapports des pressions, des températures et des masses volumiques et des vitesses
- le nombre Mach aval
- le rapport des pressions totales
- le rapport pression totale aval pression amont.

3.2.8 Relation de Prandtl-Meyer.

Il existe entre les vitesses amont et aval de l'onde de choc, une relation dite de Prandtl-Meyer qu'on obtient en imaginant que le fluide traversant l'onde de choc ait franchi un col sonique dans une très faible épaisseur. L'enthalpie totale au col est donnée par :

$$\frac{u_c^2}{2} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p_c}{\rho_c} = \frac{a_c^2}{2} + \frac{c_c^2}{\gamma - 1} = \frac{a_c^2}{2} \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \dots \dots \dots (6.19)$$

L'équation de l'énergie entre l'amont, l'aval et le col de l'onde de choc s'écrit :

$$\frac{u_1^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p_1}{\rho_1} = \frac{u_2^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p_2}{\rho_2} = \frac{a_c^2}{2} \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \dots \dots \dots (6.20)$$

Avec (6.3) et (6.4), on obtient :

$$\frac{p_1}{\rho_1 u_1} + u_1 = \frac{p_2}{\rho_2 u_2} + u_2$$

En éliminant $\frac{p_1}{\rho_1}$ et $\frac{p_2}{\rho_2}$ entre les expressions (6.19) et (6.20), on a :

$$u_1 - \frac{\gamma-1}{2\gamma} u_1 + \frac{\gamma+1}{2\gamma} \frac{a_c^2}{u_1} = u_2 - \frac{\gamma-1}{2\gamma} u_2 + \frac{\gamma+1}{2\gamma} \frac{a_c^2}{u_2}$$

$$\frac{\gamma+1}{2\gamma} (u_2 - u_1) \left(1 - \frac{a_c^2}{u_1 u_2} \right) = 0$$

Deux solutions sont possibles pour cette équation :

- $u_1 = u_2$: écoulement sans choc
- $u_1 u_2 = a_c^2$: c'est la relation de Prandtl-Meyer qui permet de calculer les caractéristiques de l'écoulement aval quand on connaît celles qui règnent en amont de l'onde de choc.

On obtient les expressions donnant les différences de pressions, de températures, de masses volumiques et de vitesses.

3.2.9 Exemple d'application.

L'étude d'une sonde de pression d'arrêt (pression totale), placée dans un écoulement supersonique, permet d'établir les expressions donnant les deux rapports pression totale aval sur pression totale amont et pression totale aval sur pression statique amont en fonction du nombre de Mach amont.

3.3 Notions sur les ondes de choc planes obliques

Pour l'onde de choc droite, nous avons étudié l'évolution d'un fluide en écoulement uniforme lors de son passage à travers un choc droit, c'est-à-dire d'un choc perpendiculaire à la direction de l'écoulement.

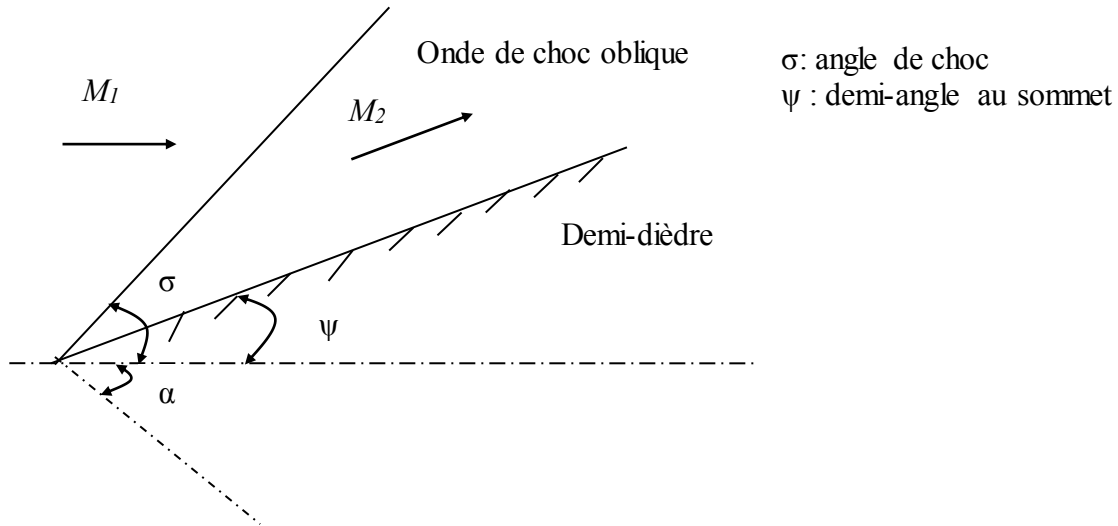
Etudions maintenant le cas d'un écoulement uniforme traversant une onde de choc oblique plane, c'est-à-dire, inclinée d'un angle constant sur la direction de l'écoulement incident.

L'étude de ces ondes de choc obliques est justifiée car l'expérience montre qu'elles se produisent effectivement, soit à l'avant d'obstacles placés dans un écoulement supersonique, soit lors d'une variation brusque de la direction d'une paroi.

Exemple : les ondes de choc obliques issues du bord d'attaque d'un dièdre ou bien produites au niveau de la prise d'air d'un turboréacteur.

L'étude d'une onde de choc oblique peut se ramener à celle d'une onde de choc plane normale. On parle de réflexion d'onde de choc quand elle rencontre une paroi matérielle alors que réfraction signifie une rencontre avec une autre onde de choc..

Soit une onde de choc oblique issue d'un demi-angle au sommet d'un dièdre et schématisée ci-dessous :



Pour établir les relations donnant les rapports des caractéristiques de l'écoulement à travers une onde de choc oblique, il suffit de remplacer les nombres de Mach amont et aval par leurs projections perpendiculaires à la direction de l'onde de choc, dans les expressions obtenues dans l'étude de l'onde de choc droite (expressions 6.14 à 6.17).

M_1 sera remplacé par $M_1 \sin \sigma$ et M_2 par $M_2 \sin(\sigma - \psi)$.

On obtient les expressions suivantes :

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{u_1}{u_2} = \frac{(\gamma + 1)M_1^2 \sin^2 \sigma}{(\gamma - 1)M_1^2 \sin^2 \sigma + 2}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2\gamma M_1^2 \sin^2 \sigma - (\gamma - 1)}{\gamma + 1}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{2\gamma}{\gamma + 1} M_1^2 \sin^2 \sigma - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \right) \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} + \frac{2}{(\gamma + 1)M_1^2 \sin^2 \sigma} \right)$$

$$M_2^2 \sin^2(\sigma - \psi) = \frac{(\gamma - 1)M_1^2 \sin^2 \sigma + 2}{2\gamma M_1^2 \sin^2 \sigma - (\gamma - 1)}$$

Pour utiliser ces expressions, il faut déterminer une relation donnant l'angle d'inclinaison du choc σ en fonction du demi-angle au sommet du dièdre ψ . On utilise le principe de conservation de la masse, les triangles de vitesses et les relations trigonométriques, d'où la relation suivante :

$$\frac{1}{\tan \psi} = \left(\frac{\gamma - 1}{2} \frac{M_1^2}{M_1^2 \sin^2 \sigma - 1} - 1 \right) \tan \sigma$$

Cette relation montre que la déflexion (demi-angle au sommet du dièdre) est une fonction de l'intensité du choc (angle de choc) pour un nombre de Mach amont donné. Le choc oblique n'existe que si $M_1 \sin \sigma \geq 1$.

Si $M_1 \sin \sigma = 1$ la relation précédente montre que $\tan \psi = 0$, ce qui veut dire que la déflexion est infiniment faible. L'onde de choc est appelée onde Mach, sa direction est donnée par $\sin \sigma = \frac{1}{M_1}$. Les caractéristiques subissent des variations infiniment faibles à travers cette

ligne. Enfin on remarque que pour le même nombre de Mach amont et la même déflexion deux angles de chocs et deux nombres de Mach avals sont possibles.

- Angle de choc fort veut dire écoulement subsonique à l'aval
- Angle de choc faible veut dire écoulement supersonique à l'aval, c'est un phénomène qui apparaît dans la plupart des cas.