السلسلة رقم (4) في الفائدة المركبة

التمرين ①: يوظف شخص مبلغ 40000 دج بفائدة مركبة بمعدل 8% سنويا خلال سنتين ماهي المدة اللازمة حتى ينتج نفس المبلغ بنفس المعدل فائدة بسيطة مساوية للمركبة؟

التمرين ②: إستثمر شخص (3) مبالغ مالية متساوية القيمة (C_0) بفائدة مركبة لمدة سنتين:
- المبلغ الأول بفائدة مركبة سنوية معدلها 12%
- المبلغ الثاني بفائدة مركبة سداسية معدلها 6%
- المبلغ الثالث بفائدة مركبة ثلاثية معدلها 3%

المطلوب: 1)- إذا علمت أن الفرق بين الفائدة الأولى والثانية ($I_2 - I_1$) يساوي 484,62 دج فما هي قيمة كل مبلغ (C_0)؟

2)- قارن بين فوائد المبالغ الثلاثة I_1, I_2, I_3؟

3)- ماهو معدل الفائدة السنوي الذي يجب تطبيقه على فائدة المبلغ الأول حتى تكون متساوية مع فائدة المبلغ الثاني أي $(I_1 = I_2)$؟

التمرين ③: وظف مبلغ قدره 7000 دج لمدة 5 سنوات و 9 أشهر بمعدل فائدة مركبة 8% سنويا، والمطلوب هو حساب جملة المبلغ الموظف بطريقتين (التجارية والعقلانية)
- إذا كانت الفائدة تدفع كل نهاية ثلاثة (03) أشهر، فكم ستكون جملة المبلغ الموظف؟

التمرين ④: أودع مبلغ مالي لمدة 9 سنوات ليعطي فائدة قدرها 8466,26 دج، إذا علمت أن معدل الفائدة هو 4%، أحسب القيمة الإسمية لرأسمال المودع؟

التمرين ⑤: نقوم بإستثمار مبلغين بفائدة مركبة سنوية.
- قيمة المبلغ الأول 10000 دج بمعدل فائدة مركبة 6% سنويا.
- قيمة المبلغ الثاني 9000 دج بمعدل فائدة مركبة 7% سنويا.

* فما هي المدة الزمنية اللازمة لتوظيف المبلغين حتى نتحصل على نفس الجملة من استثمارهما، وما هو مقدار هذه القيمة المتحصل عليها؟

التمرين ⑥: تريد مؤسسة شراء أثاث مكتب بقيمة 90000 دج، يستعمل لمدة 6 سنوات مع إمكانية بيعه بـ 10000 دج بعد استعماله. والمطلوب حساب تكلفة الأثاث عند تاريخ الشراء بمعدل فائدة 10% سنويا (مركبة).

التمرين ⑦: شخص يملك حاليا 50000 دج، ويريد تقسيمها على أولاده الذين سنهم على التوالي: 10، 12، 14، 16 سنوات، هذه الحصص تم توظيفها بمعدل فائدة مركبة سنوي 3,75%، والمطلوب هو حساب الأربعة (4) حصص أو المبالغ C_1, C_2, C_3, C_4. بحيث أن الأولاد الأربعة يتحصلون على نفس المبلغ C_n عند بلوغ كل واحد منهم 18 سنة.

- انتهى -

- أفريل 2020 -

حل السلسلة رقم (4) في الفائدة المركبة

SOLEXON°1 :

لدينا : $C_0 = C_1 = C_2 = 40000$ ، $t_1 = t_2 = 8\%$

$n_1 = 2$ ans ، $n_2 = ?$ ، $I_c = I_s$

بما أن : $I_c = I_s$ ——— (1)

معناه أن : $(1) \Leftrightarrow C_0[(1+t)^{n_2} - 1] = C_0 \times t \times n_2$

بالتعويض نجد :

$40000[(1,08)^2 - 1] = 40000 \times 0,08 \times n_2$

$\Rightarrow n_2 = \dfrac{6656}{3200} = 2,08$

$2,08 = 2 + 0,08 = 2 + 0,08 \times 12 = 2 + 0,96 = 2 + 30 \times 0,96 = 2$ سنتين و 29 يوما

ومنه المدة اللازمة هي سنتين و 29 يوما

SOLEXON°2

لدينا :

$C_1 = C_2 = C_3 = C_0 = ?$ $\quad I_2 - I_1 = 484,62$ DA

$C_1 = ? \longrightarrow t_1 = 12\% \longrightarrow n_1 = 2$ سنوات

$C_2 = ? \longrightarrow t_2 = 6\% \longrightarrow n_2 = 4$ سداسيات

$C_3 = ? \longrightarrow t_3 = 3\% \longrightarrow n_3 = 8$ ثلاثيات

نعلم أن : $I_c = C_0[(1+t)^n - 1]$

ومنه :

$I_1 = C_0[(1,12)^2 - 1] = 0,2544\, C_0$

$I_2 = C_0[(1,06)^4 - 1] = 0,262477\, C_0$

$I_3 = C_0[(1,03)^8 - 1] = 0,266770\, C_0$

1) - حساب قيمة كل مبلغ (C_0) :

لدينا : $I_2 - I_1 = 484,62$ DA

ومنه : $0,262477\, C_0 - 0,2544\, C_0 = 484,62$

$\Rightarrow \boxed{C_0 = 60000 \text{ DA}}$

2) المقارنة بين الفوائد الثلاثة :

$I_1 = 0,2544(60000) \Rightarrow I_1 = 15264,00$ DA

$I_2 = 0,262477(60000) \Rightarrow I_2 = 15748,62$ DA

$I_3 = 0,266770(60000) \Rightarrow I_3 = 16006,20$ DA

نلاحظ أن :

$$I_1 < I_2 < I_3$$

3) حساب معدل الفائدة السنوي حتى تكون $(I_1 = I_2)$:

لدينا : $I_1 = I_2$ ——— (1)

ومنه : $(1) \Leftrightarrow C_0[(1+t_1)^2 - 1] = C_0[(1,06)^4 - 1]$

$\Rightarrow 60000[(1+t_1)^2 - 1] = 60000[(1,06)^4 - 1]$

$\Rightarrow 60000(1+t_1)^2 - 60000 = 15748,62$

$\Rightarrow (1+t)^2 = \dfrac{75748,62}{60000} = 1,262477$

$\Rightarrow (1+t) = \sqrt{1,262477} = 1,1236$

$\Rightarrow t = 0,1236 \Rightarrow \boxed{t\% = 12,36\%}$

SOLEXON°3

لدينا :

$C_0 = 7000$ ، $n = 5$ ans + 9 mois

$t = 8\%$ ، $C_n = ? \longrightarrow C_{K+f} = C_{5+\frac{9}{12}}$

$C_n = ? \longrightarrow n = 23$ trim

1) - حساب جملة المبلغ الموظف بالطريقة التجارية :

لدينا : $C_n = C_0(1+t)^K (1+t)^f$

$\Rightarrow C_n = 7000(1,08)^5 (1,08)^{\frac{9}{12}} = \boxed{10896,44}$

2) - حساب جملة المبلغ الموظف بالطريقة العقلانية :

$C_n = C_0(1+t)^K (1 + t \times f)$

$= 7000(1,08)^5 (1 + 0,08 \times \frac{9}{12})$

$\Rightarrow \boxed{C_n = 10902,41 \text{ DA}}$

نلاحظ أن قيمة الجملة بالطريقة التجارية أقل من قيمتها بالطريقة العقلانية.

3) - إذا كانت الفائدة تدفع كل نهاية 3 أشهر فجملة المبلغ الموظف تصبح :

$C_n = 7000(1,02)^{23} = \boxed{11038,29 \text{ DA}}$

لأن : $n = (5 \times 4) + 3 = 20 + 3 = 23$ trim

و : $t = \dfrac{8}{4} = 2\% = 0,02$

SOLEXON°6

لدينا:

$C_n = 10000$ ، $t = 10\%$ ، $n = 6$ ans

قيمة أقساط الكتب: 90000 DA.

نعلم أن: $C_n = C_0(1+t)^n$

$\Rightarrow C_0 = \dfrac{C_n}{(1+t)^n} \Rightarrow C_0 = C_n(1+t)^{-n}$

ومنه القيمة الحالية لجملة المبلغ هي:

$C_0 = 10000(1,1)^{-6} = 10000 \times 0,564473$

$\Rightarrow C_0 = 5644,73$ DA

ومنه تكلفة الشراء الحقيقية هي:

$A = 90000 - 5644,73 = \boxed{84355,26 \text{ DA}}$

SOLEXON°7

لدينا:

$C_1 + C_2 + C_3 + C_4 = 50000$ --- (1)

و: $C_{n_1} = C_{n_2} = C_{n_3} = C_{n_4} = ?$

$C_1(1,0375)^8 = C_2(1,0375)^6 = C_3(1,0375)^4 = C_4(1,0375)^2$: ومنه

نعلم أن: $C_i = C_n(1+t)^{-n_i}$

ولدينا:

$C_1 = C_n(1,0375)^{-8} \longrightarrow n_1 = 8$

$C_2 = C_n(1,0375)^{-6} \longrightarrow n_2 = 6$

$C_3 = C_n(1,0375)^{-4} \longrightarrow n_4 = 4$

$C_4 = C_n(1,0375)^{-2} \longrightarrow n_2 = 2$

من علاقة القيمة الحالية نجد:

$50000 = C_n\left[(1,0375)^{-8} + (1,0375)^{-6} + (1,0375)^{-4} + (1,0375)^{-2}\right]$

$\Rightarrow C_n = \dfrac{50000}{3,338795} = \boxed{14975,46 \text{ DA}}$

ومنه بالتعويض في كل معادلة نجد:

$C_1 = 14975,46(1,0375)^{-8} = \boxed{11155,15 \text{ DA}}$

$C_2 = 14975,46(1,0375)^{-6} = \boxed{12007,47 \text{ DA}}$

$C_3 = 14975,46(1,0375)^{-4} = \boxed{12924,91 \text{ DA}}$

$C_4 = 14975,46(1,0375)^{-2} = \boxed{13912,46 \text{ DA}}$

- انتهى -

SOLEXON°4

لدينا:

$I_c = 8466,26$ DA $\longrightarrow n = 9$ ans

$t = 4\%$ ، $C_0 = ?$

نعلم أن: $C_n = C_0(1+t)^n$

و أن: $I_c = C_n - C_0$

$\Rightarrow I_c = C_0(1+t)^n - C_0$

$\Rightarrow I_c = C_0\left[(1+t)^n - 1\right]$

$\Rightarrow C_0 = \dfrac{I_c}{(1+t)^n - 1} = \dfrac{8466,26}{(1,04)^9 - 1}$

$\Rightarrow \boxed{C_0 = 20000 \text{ DA}}$

SOLEXON°5

لدينا:

$C_1 = 10000$ DA $\longrightarrow t_1 = 6\%$

$C_2 = 9000$ DA $\longrightarrow t_2 = 7\%$

$C_{n_1} = C_{n_2} \longrightarrow n_1 = n_2 = n = ?$

لدينا: $C_{n_1} = C_{n_2}$ ——— (1)

(1) $\Leftrightarrow 10000(1,06)^n = 9000(1,07)^n$: ومنه

$\Rightarrow (1,06)^n = 0,9(1,07)^n$

$\Rightarrow \dfrac{(1,06)^n}{(1,07)^n} = 0,9 \Rightarrow \left[\dfrac{1,06}{1,07}\right]^n = 0,9$

$\log \dfrac{1,06}{1,07} = \log 0,9$

$\Rightarrow n(\log 1,06 - \log 1,07) = \log 0,9$

$\Rightarrow n = 11,2208$ ans

لدينا: سنة $= 12 \times 0,2208 = 2,649\overline{f49}$ شهر

شهر $= 30 \times 0,649\overline{f49} = 19$ يوم

ومنه المدة الزمنية حتى تصبح $(C_{n_1} = C_{n_2})$ هي:

11 سنة و شهرين و 19 يوم

2- حساب الجملة:

$C_n = 10000(1,06)^{11}(1,06)^{\frac{79}{360}}$

$\Rightarrow \boxed{C_n = 19227,27 \text{ DA}}$