جامعة الجيلالي بونعامة بخميس مليانة

معهد العلوم الاقتصادية السنة الأولى LMD الفرعان 3 و 4 (2021/20)

الرياضيات 2

20

واجب منزلي

(يُرد بعد أسبوعين من انطلاق الدروس)

الفرع: ..... الفوج: .... الاسم واللقب: .... رقم البطاقة: ....

ضع إشارة (×) في الخانة التي تُعبر عن الإجابة الصحيحة، أو أكمل الفراغات بإجابات صحيحة.

تمرين 1 [4.5]

نعتبر الفضاء الجزئي : $A=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3,\quad 3x=2y=z\}$

1. أساس الفضاء A ، هو: $\{(1,2,3)\}$ ☐ ، $\{(2,3,0),(1,0,3)\}$ ☐ ، $\{(2,3,6)\}$ ☐

2. الشعاع $v=(6,4,1)$ ينتمي إلى الفضاء A : لا ☐ ، نعم ☐

3. الأشعة $\{(1,2,3)\}$،$\{(1,0,3)\}$،$\{(2,3,0)\}$: مرتبطة خطيا ☐ ، مستقلة خطيا ☐

تمرين 2 [4.5]

الفضاء الشعاعي $\mathbb{R}^3$ مزود بالأساس القانوني $\mathcal{B}=\{e_1,e_2,e_3\}$.

f تطبيق خطي من $\mathbb{R}^3$ في $\mathbb{R}^3$: $f(e_1)=(-2,3,1)$, $f(e_2)=(1,-3,2)$, $f(e_3)=(-3,-2,1)$

1. الصورة $f(x,y,z)$ تُعطى بالعبارة :

$(2x+3y+z\,,x-3y+2z\,,3x-2y+z)$ ☐ ، $(-2x+y-z\,,-3z\,,3x-3y-2z\,,x+2y+z)$ ☐

2. الفضاء الشعاعي الجزئي $\mathrm{Im}(f)$ ، هو:

$\langle(-3,-2,1)\rangle$ ☐ ، $\langle(-2,3,1),(1,-3,2),(-3,-2,1)\rangle$ ☐ ، $\langle(-2,3,1),(1,-3,2)\rangle$ ☐

3. الفضاء الشعاعي الجزئي الشعاعي الجزئي $\mathrm{Ker}(f)$ ، هو:

$\langle(2,3,-2),(-3,1,2)\rangle$ ☐ ، $\langle(-3,1,2)\rangle$ ☐ ، $\{(0,0,0)\}$ ☐

تمرين 3 [4]

نعتبر في الأساس القانون لـ $\mathbb{R}^3$ المصفوفة $M=\begin{pmatrix}0&1&-1\\4&-3&4\\3&-3&4\end{pmatrix}$

1. أحسب $M^2=\begin{pmatrix}.....&.....&.....\\.....&.....&.....\\.....&.....&.....\end{pmatrix}$ ، $M^n=\begin{cases}.....&,n=2k\\.....&,n=2k+1\end{cases}$ $(k\in\mathbb{N})$

1. بين أن المصفوفة M قابلة للقلب، جد مصفوفتها العكسية M^{-1} بدلالة M .

....

....

2. من التكافؤ $\begin{pmatrix}4\\2\\3\end{pmatrix} = M\cdot\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} = M^{-1}\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$ ، نجد : $x = ... \;,\; y = ... \;,\; z = ...$

تمرين 4 [3]

في الفضائين $\mathbb{R}^2$ و $\mathbb{R}^3$ المزودين بأسُسِهما القانونية، نعتبر A و B مصفوفتي التطبيقين الخطيين f و g :

$$A = M(f) = \begin{pmatrix}6 & 4\\-3 & 2\\1 & -2\end{pmatrix} \quad , \quad B = M(g) = \begin{pmatrix}2 & -1 & 5\\3 & 4 & 2\end{pmatrix}$$

1. التطبيقان f و g المرفقان بالمصفوفتين A و B، بالنسبة للأسس القانونية لفضاءات البدء والوصول، هما :

$$f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3 \qquad\qquad g : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$$
$$(x, y) \mapsto (............. \,,\, ... \,,\, ...) \;,\quad (x, y, z) \mapsto (.......................... \,,\, ...)$$

2. تُعطى مصفوفة التطبيق الخطي $g \circ f$ بالعلاقة : $C = M(g \circ f) = M(g)\cdot M(f) = B\cdot A$، حيث:

$$C = B\cdot A = \begin{pmatrix}2 & -1 & 5\\3 & 4 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}6 & 4\\-3 & 2\\1 & -2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}......... & ....\\......... & ....\end{pmatrix}$$

3. التطبيق الخطي $g \circ f$ معرف كما يلي: $(g \circ f)(x, y) = (......................... \,,\, ...)$

تمرين 5 [4]

نعتبر المصفوفات A و B و C و D :

$$A = \begin{pmatrix}1 & 1 & -1\\1 & 1 & 2\\2 & 0 & 1\end{pmatrix} ، \quad B = \begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 1\\0 & 1 & 1 & 0\\0 & 1 & 1 & 0\\1 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix} ، \quad C = \begin{pmatrix}-1 & 2 & -1 & 2\\2 & 0 & 1 & 1\\3 & 1 & 1 & 0\\4 & 0 & 2 & 1\end{pmatrix} ، \quad D = \begin{pmatrix}1 & 2 & 1 & 2 & 0\\2 & 0 & 2 & 1 & 1\\3 & 1 & 1 & 0 & 1\\1 & 0 & 2 & 1 & 1\\0 & 1 & 1 & 1 & 0\end{pmatrix}$$

1. مقلوب A هو : $A^{-1} = 6\begin{pmatrix}1 & -1 & 3\\3 & 3 & -3\\-2 & 2 & 0\end{pmatrix}$ ☐ ، $A^{-1} = -6\begin{pmatrix}-1 & -1 & 1\\3 & 5 & 1\\-1 & -3 & -1\end{pmatrix}$ ☐ .

2. رتبة المصفوفة B هي : ....

3. قيمة محدد المصفوفة C هي : ....

4. قيمة محدد المصفوفة D هي : ....
