

TD N°2(Solution) : Opérations arithmétiques

Exercice N°1 :

Les opérations: 1- Addition :

$$\begin{array}{r}
 \overset{1}{1} \overset{1}{1} \overset{1}{0} \overset{1}{0} 1 0 0 \\
 + \quad 0 1 1 1 0 1 \\
 \hline
 1 0 0 0 0 0 1
 \end{array}$$

$0+1=1$ pas de retenue,
 $0+0=0$ pas de retenue,
 $1+1=0$ retenue =1,
 $(0+1)+1=0$ retenue 1,
 $(0+1)+1=0$ retenue 1
 $1+0+1=0$ retenue 1

$$\begin{array}{r}
 \overset{1}{1} \overset{1}{1} \overset{1}{0} \overset{1}{1} \overset{1}{0} \overset{1}{1} \overset{1}{0} 1 0 \\
 + 1 1 0 1 1 0 1 1 \\
 \hline
 1 1 0 0 0 0 1 0 1
 \end{array}$$

Rappel :

$0+0=0$; $0+1=1$; $1+0=1$,
 $1+1=1$ retenue 1

- $100100 + 011101 = 1000001$
- $10101010 + 11011011 = 110000101$

2- Soustraction : $1010 - 0111$ et $01000110 - 00111001$

$$\begin{array}{r}
 \overset{1}{1} \overset{1}{1} \overset{1}{0} \overset{1}{1} 0 \\
 - \quad 0 1 1 1 \\
 \hline
 0 0 1 1
 \end{array}$$

$0-1 = 1$ Retenue 1
 $(1-1)-1=1$ retenue 1
 $(0-1)-1=0$
 $(1-0)-1=0$

$$\begin{array}{r}
 0 \overset{1}{1} \overset{1}{0} \overset{1}{0} \overset{1}{0} \overset{1}{1} 1 0 \\
 - 0 0 1 1 1 0 0 1 \\
 \hline
 0 0 0 0 1 1 0 1
 \end{array}$$

Rappel :

$0-0=0$; $0-1=1$ retenue 1 ;
 $1-0=1$; $1-1=0$

- $1010 - 0111 = 0011$
- $01000110 - 00111001 = 00001101$

3- Division : $100011/111$; $1110101/1101$ et $101100111/1100$

$$\begin{array}{r}
 \overset{1}{1} \overset{1}{1} \overset{1}{0} \overset{1}{0} \overset{1}{0} \overset{1}{1} 1 \\
 \hline
 1 1 1 \quad 101 \\
 \hline
 00011 \\
 \hline
 00 \\
 \hline
 111 \\
 \hline
 - 111 \\
 \hline
 000
 \end{array}$$

$100011/111 = 101$

De la même méthode on trouve pour : $1110101/1101 = 1001$

101100111/1100 = 1 1101 reste 01011

```

101100111 | 1100
 1100      |
010100    | 11101
 1100      |
010001    |
 1100      |
001011    |
 0000      |
 10111    |
 1100      |
01011     |
    
```

4- Multiplication : 1011x1101 et 11011 x 01001

```

      1011
    x 1101
    -----
      1011
+   0000
+  1011
+ 1011
-----
10001111
    
```

```

      11011
    x 01001
    -----
      11011
+   00000
+  00000
+ 11011
-----
11110011
    
```

1011x1101=10001111

11011 x 01001= 1111 0011

Exercice N°2 :

Le complément à 1(CR) et le complément à 2(CV) des nombres représentés en signe + valeur absolue sur 8bits :

10010101 ; 11110000 ; 10000001 ; 10000000 ; 00001111

Rappel : La représentation des nombres positifs ne change pas, il s'agit toujours d'un bit de signe égale à 0 suivi de la valeur absolue, par contre, pour les nombres négatifs le bit de signe est toujours 1 mais la valeur absolue change (n'apparaît plus)

signe + valeur absolue	complément à 1(CR)	complément à 2(CV)
10010101	11101010	11101011
11110000	10001111	10010000
10000001	11111110	11111111
10000000	11111111	Depasse 8 bits
00001111	00001111	00001111

Rappel : Les nombres positifs ont exactement la même représentation binaire que les deux représentations vues précédemment (signe +valeur / CR). Par contre les nombres négatifs sont obtenus comme suit : $CV(N) = CR(N) + 1$

Exercice N°3 :

Faite l'addition et la soustraction des nombres signés en CV et vérifiez les résultats en base 10.

a) $+5 + (+3) = ?$

$$\left. \begin{array}{l} \text{CV } (+5) = 0101 \\ \text{CV } (+3) = 0011 \end{array} \right\} \text{CV } (+5) + \text{CV } (+3) = \begin{array}{r} 0101 \\ + 0011 \\ \hline 1000 \end{array}$$

En décimale (base 10) :
 $+5 + (+3) = 5+3 = 8$

CV (+8) = 1000 alors CV (+5) + CV (+3) = CV (+8)

➤ **Le résultat trouvé est correct : l'addition des nombres positifs s'effectue correctement en utilisant le complément à 2.**

a) $(-4) - (-3) = ?$

$$\left. \begin{array}{l} \text{CV } (-4) = 1100 \\ \text{CV } (-3) = 1101 \end{array} \right\} \text{CV } (-4) - \text{CV } (-3) = \begin{array}{r} 1100 \\ - 1101 \\ \hline 1111 \end{array}$$

Débordement

En décimale (base 10) :
 $-4 - (-3) = -4+3 = -1$

Le nombre (1111) correspond au CV (-1)

➤ **Le résultat trouvé est correct : la soustraction des nombres négatifs s'effectue correctement en utilisant le complément à 2.**

c) $-3 + 4 = ?$

$$\left. \begin{array}{l} \text{CV } (-3) = 1101 \\ \text{CV } (4) = 0100 \end{array} \right\} \text{CV } (-3) + \text{CV } (4) = \begin{array}{r} 1101 \\ + 0100 \\ \hline 0001 \end{array}$$

Débordement

En décimale (base 10) :
 $-3 + 4 = -3+4 = 1$

Le nombre (0001) correspond au CV (1)

➤ **Le résultat trouvé est correct : l'addition entre un nombre négatif et un nombre positif s'effectue correctement en utilisant le complément à 2.**

d) $-2 + (+5) = ?$ a vous de le faire §

Exercice N°4 :

En utilisant la technique de complément a 2 (cv) trouver les opposés des nombres suivant :

+3 ; -5 ; +2 ; -1 ; +6 ; -4 ; +7 ;

Soit A un nombre son opposé,
 en complément a 2 est ?

Rappel : Nombre opposé = $\overline{\overline{CV(A)}} + 1$,
 (sachant que : Si $A=1, \bar{A}=0$)

Nombre (N)	CV(A)	$\overline{CV(A)}$	$\overline{CV(A)} + 1$	Opposé (N)
+3	0011	1100	1100 + 1 = 1101	-3
-5	1011	0100	0100 + 1 = 0101	+5
+2	0010	1101	1101 + 1 = 1110	-2
-1	1111	0000	0000 + 1 = 0001	+1
+6	0110	1001	1001 + 1 = 1010	-6
-4	1100	0011	0011 + 1 = 0100	+4
+7	0111	1000	1000 + 1 = 1001	-7

Rappel : La table suivante donne les trois représentations des entiers de -7 à +7 ;

N	Signe+val.absolue(N)	CR(N)	CV(N)
+7	0 111	0 111	0 111
+6	0 110	0 110	0 110
+5	0 101	0 101	0 101
+4	0 100	0 100	0 100
+3	0 011	0 011	0 011
+2	0 010	0 010	0 010
+1	0 001	0 001	0 001
+0	0 000	0 000	0 000
-0	1 000	1111	
-1	1 001	1110	1111
-2	1 010	1101	1110
-3	1 011	1100	1101
-4	1 100	1011	1100
-5	1 101	1010	1011
-6	1 110	1001	1010
-7	1 111	1000	1001