

CHAPITRE II

Algorithmes de recherche et résolution des problèmes



Résolution des problèmes

Etapes intuitives par un humain

- Modéliser la situation actuelle
- Enumérer les solutions possibles
- Evaluer la valeur des solutions
- Retenir la meilleure option possible satisfaisant le but

Comment parcourir efficacement la liste des solutions ?

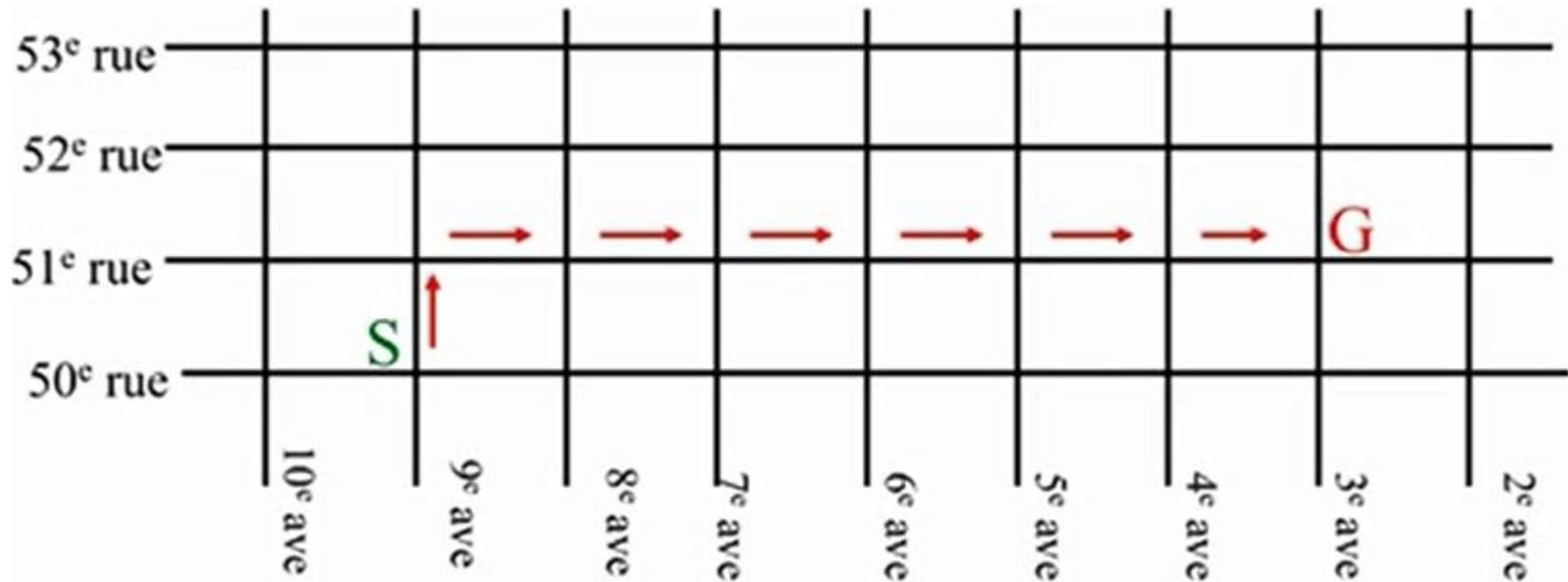
La résolution de plusieurs problèmes peut être faite par une recherche dans un graphe :

- Chaque nœud correspond à un état de l'environnement
- Chaque chemin à travers un graphe représente une suite d'actions
- La solution : il suffit de chercher le chemin qui satisfait le mieux notre mesure de performance

Résolutions des problèmes

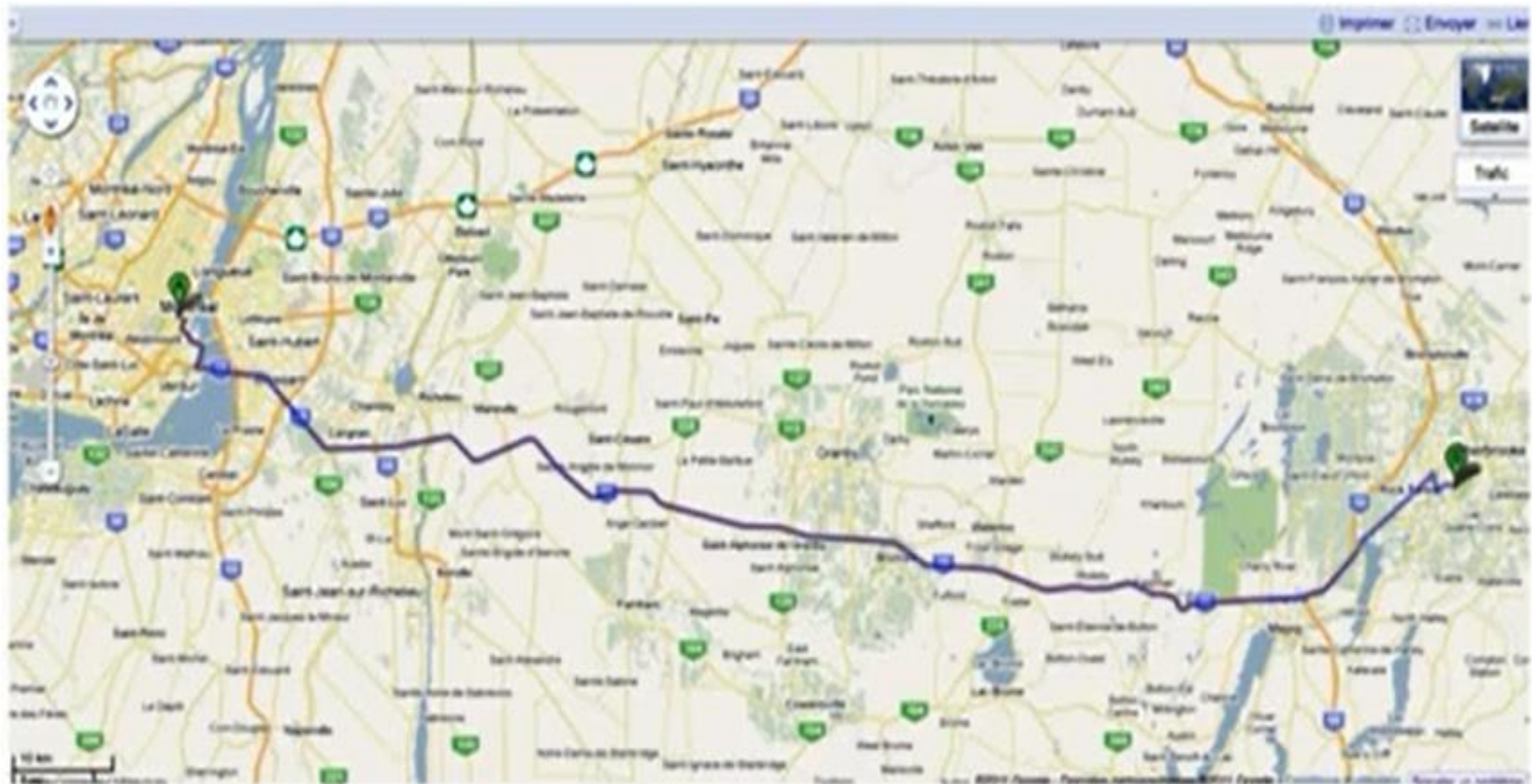
Exemple : trouver un chemin dans une ville

Trouver un chemin de la 9^e ave & 50^e rue à la 3^e ave et 51^e rue



Résolutions des problèmes

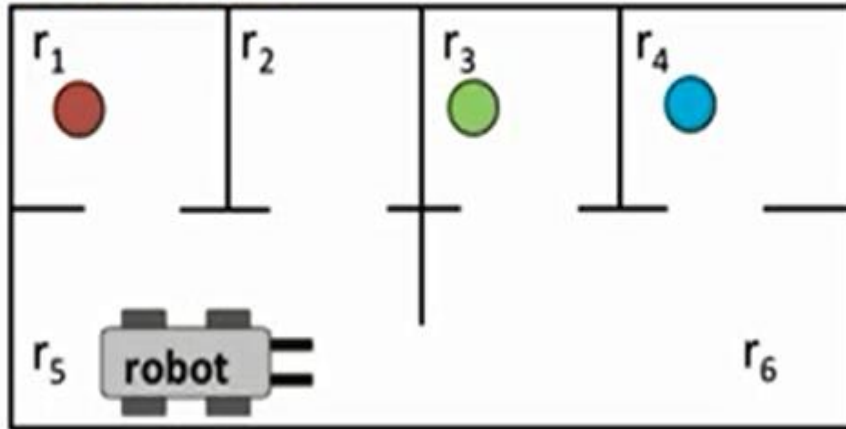
Exemple : Google Maps



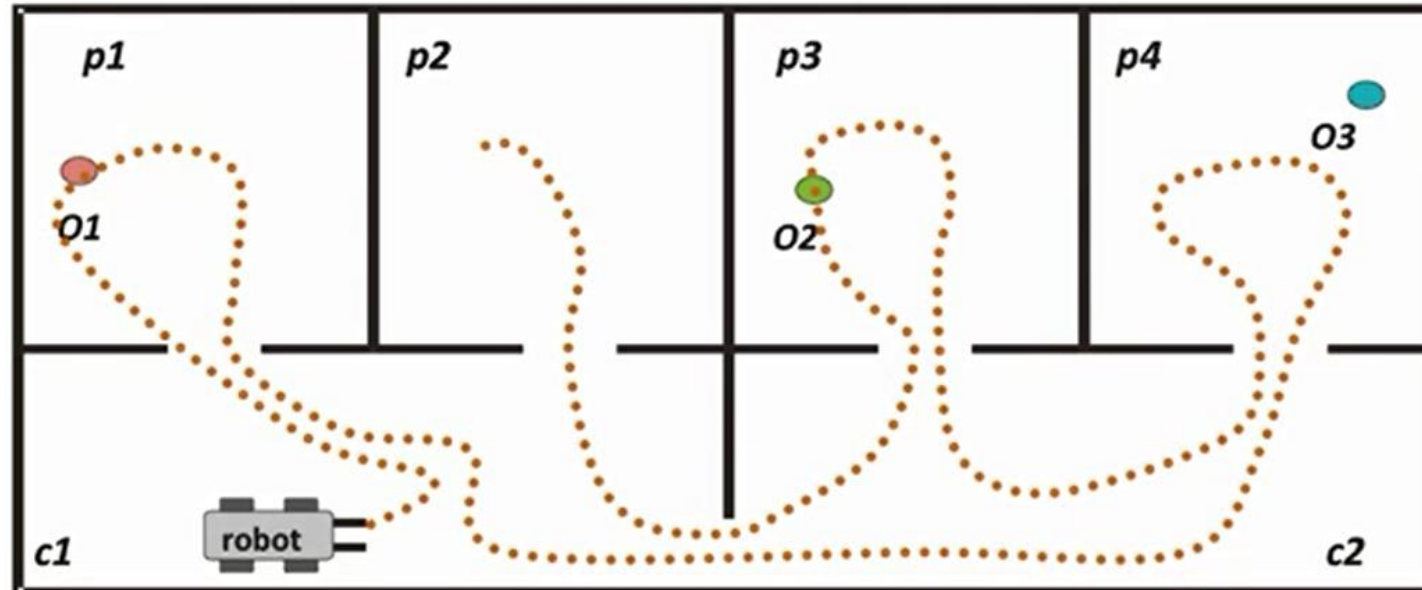
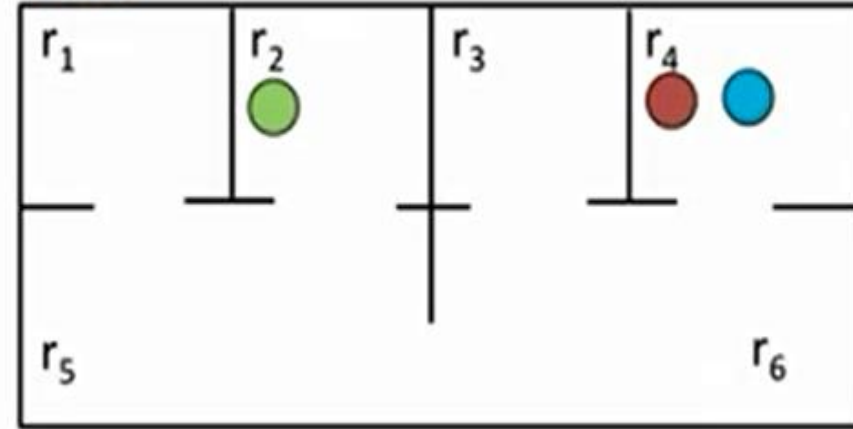
Résolutions des problèmes

Exemple : livrer des colis

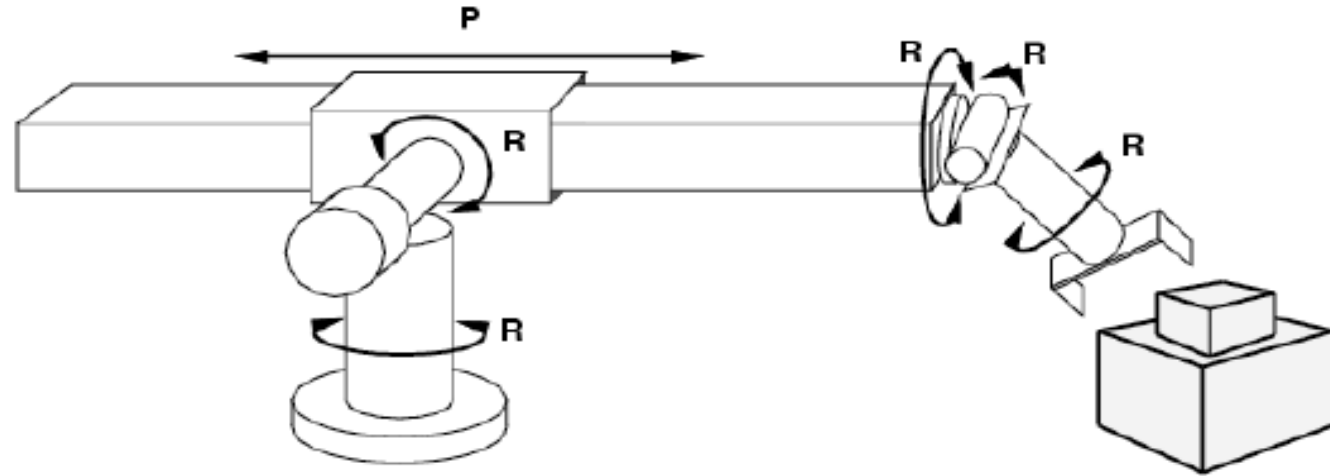
État initial



But



Exemple: Agent bras manipulateur



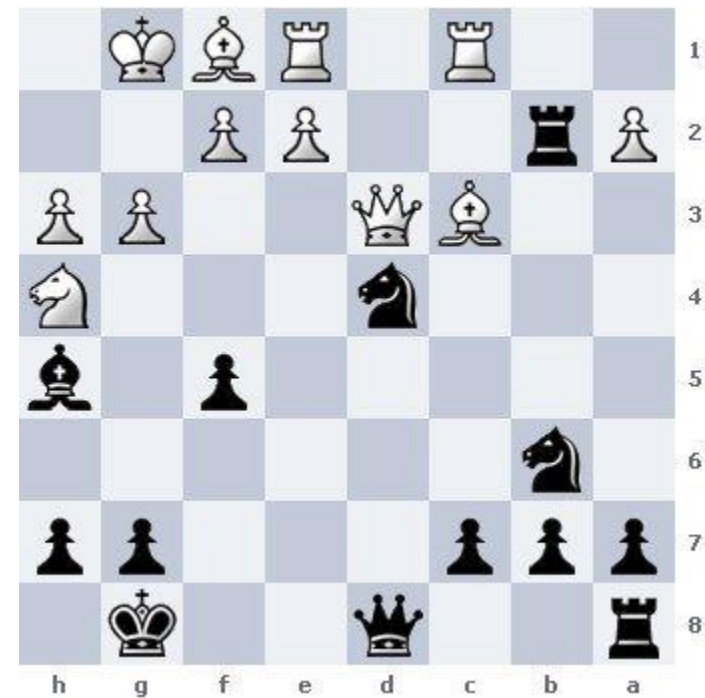
- Etats? configuration du bras, objets à assembler
- Actions? mouvements du bras
- Test état but? objet assemblé (positions relatives des pièces)
- Coût? temps; nombre d'actions

Exemple : Jeu d'échec

Etat initial



Etat but



Résolutions des problèmes

Exemple : N-Puzzle (Jeu de Taquin)

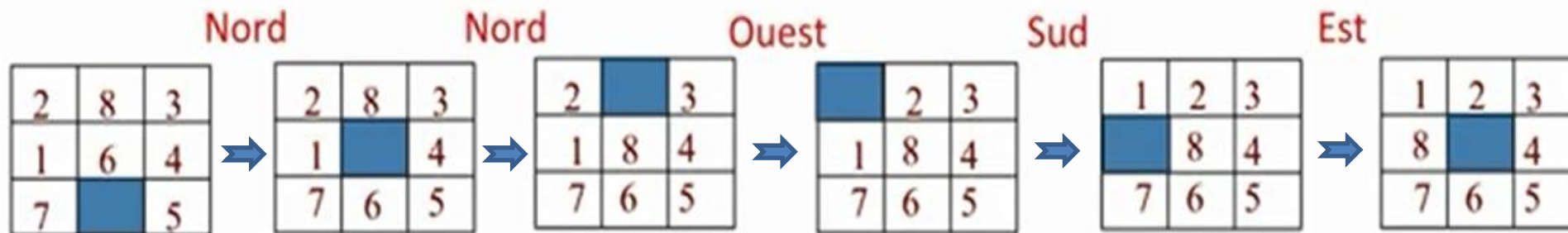
Etat initial

2	8	3
1	6	4
7		5

?

Etat but

1	2	3
8		4
7	6	5

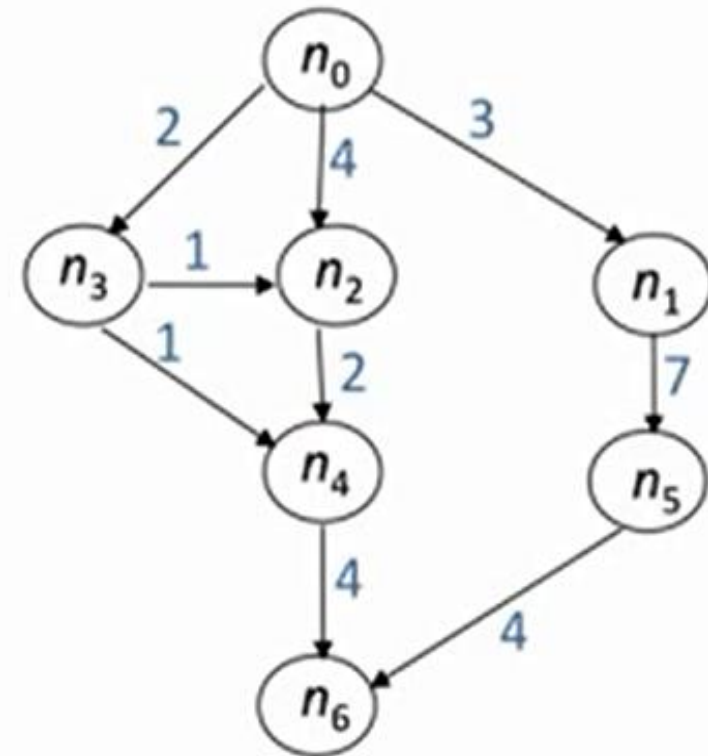


Problème de recherche dans un graphe

- Algorithme de recherche dans un graphe
 - ◆ Entrées :
 - » un nœud initial
 - » une fonction $goal(n)$ qui retourne *true* si le but est atteint
 - » une fonction de transition $transitions(n)$ qui retourne les nœuds successeurs de n
 - » une fonction $c(n,n')$ strictement positive, qui retourne le coût de passer de n à n' (permet de considérer le cas avec coûts variables)
 - ◆ Sortie :
 - » un chemin dans un graphe (séquence nœuds / arrêtes)
 - ◆ Le **coût d'un chemin** est la **somme des coûts des arrêtes** dans le graphe
 - ◆ Il peut y avoir plusieurs nœuds qui satisfont le but
- Enjeux :
 - ◆ trouver un chemin solution, ou
 - ◆ trouver un chemin optimal, ou
 - ◆ trouver rapidement un chemin (optimalité pas importante)

Exemple : trouver chemin entre deux villes

- Villes : nœuds
- Chemins entre deux villes : arrêtes
- Ville de départ : nœud (état) initial n_0
- Routes entre les villes : $transitions(n_0) = (n_3, n_2, n_1)$
- Distances entre les villes : $c(n_0, n_2) = 4$
- Ville de destination : $goal(n)$: vrai si $n=n_6$
(où n_6 est le nœud de la ville de destination)



Algorithmes de recherche

Tout problème de recherche est caractérisé par une situation de départ et un but à atteindre et un espace de recherche:

- L'espace de recherche est composé de l'ensemble des états possibles.
- Déterminer les opérations possibles pour passer d'un état à un autre.
- Déterminer une stratégie de recherche.

Il existe différentes stratégies :

- **Non informées (Aveugles) :**

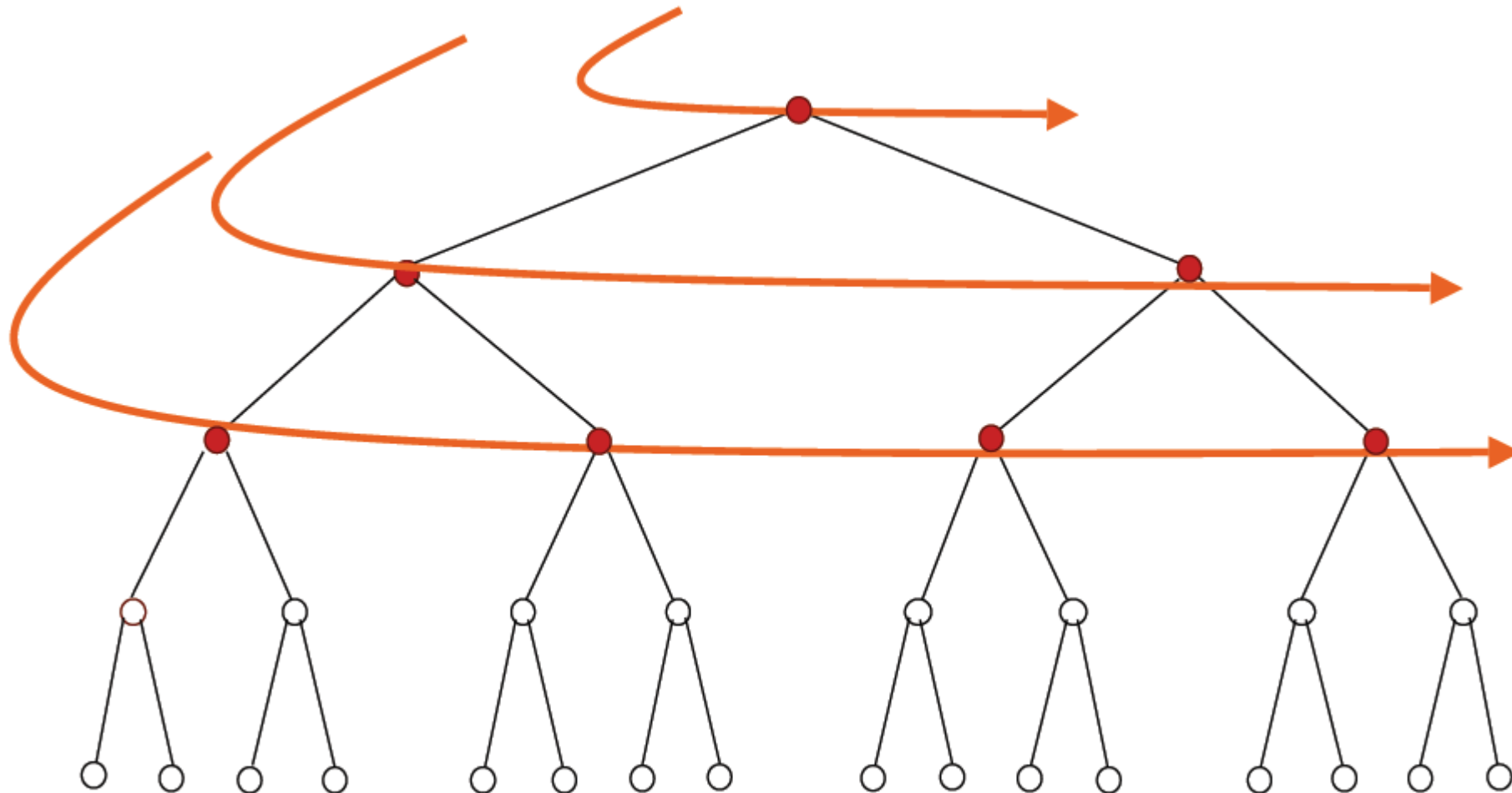
- En largeur d'abord (breadth-first search)
- En profondeur d'abord (depth-first search) et ses variantes

- **Informées :**

- A coût uniforme
- Meilleur d'abord (Best-first search),
 - Recherche gloutonne (greedy best-first search),
 - Algorithme A*

Algorithme de recherche : Largeur d'abord

- Principe : Pour un nœud donné, explorer les nœuds frères avant d'explorer leurs enfants.



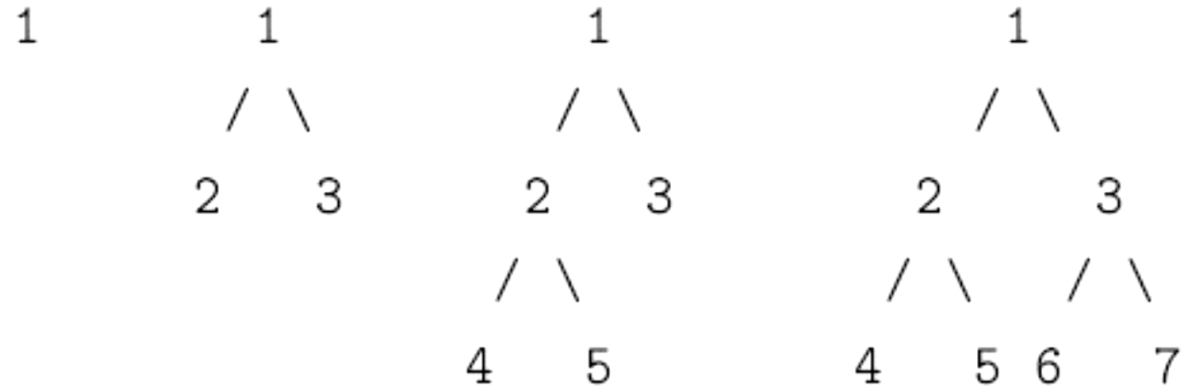
Algorithme de recherche : Largeur d'abord

Algorithme Largeur d'abord :

- 1- Mettre le nœud *état initial* dans une file FIFO : **OPEN**
- 2- Si **n** correspond à l'état final alors succès
- 3- Si **OPEN** est vide alors Echec
- 4- Retirer **n** de **OPEN**
- 5- Si **n** n'a pas de successeur alors aller à 3 sinon :
 - Développer les successeurs de **n**
 - Les insérer dans **OPEN**
 - Etablir le chaînage
 - Insérer **n** dans **Closed** (une file contenant les nœuds déjà explorés)
- 6- Si parmi les successeurs il existe des états finaux alors succès sinon aller à 3

Algorithme de recherche : Largeur d'abord

- Parcours d'un arbre



1. Mettre 1 dans la liste. On obtient [1].

2. Enlever le premier élément de la liste (le 1) et rajouter ses successeurs 2, 3.

On obtient [2,3].

3. Enlever le premier élément de la liste (le 2) et rajouter ses successeurs 4, 5.

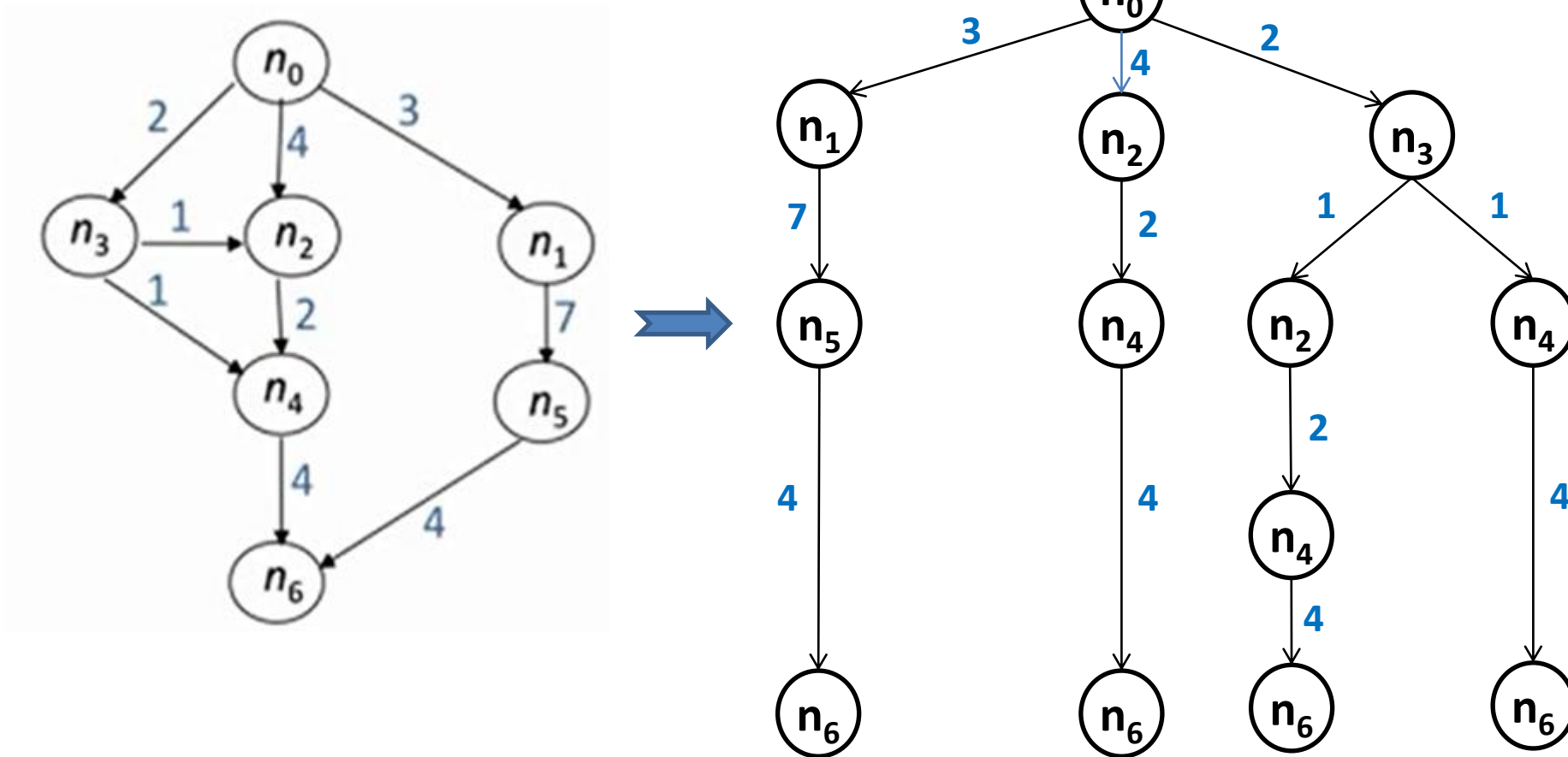
On obtient [3,4,5].

4. Enlever le premier élément de la liste (le 3) et rajouter ses successeurs 6, 7.

On obtient [4,5,6,7].

Algorithme de recherche : Largeur d'abord

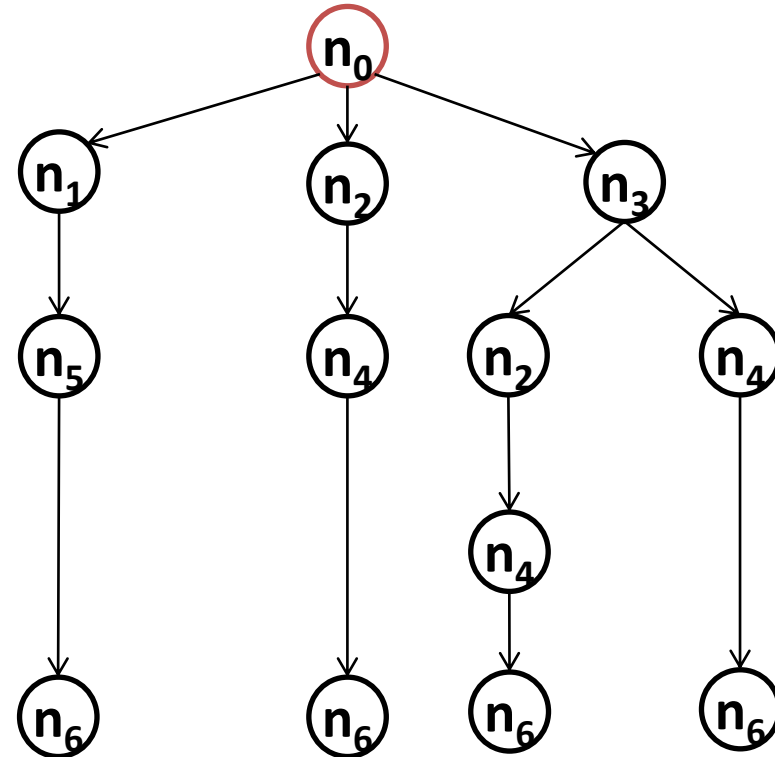
Exemple : Chemin entre deux villes n_0 et n_6



Algorithme de recherche : Largeur d'abord

▪ Déroulement :

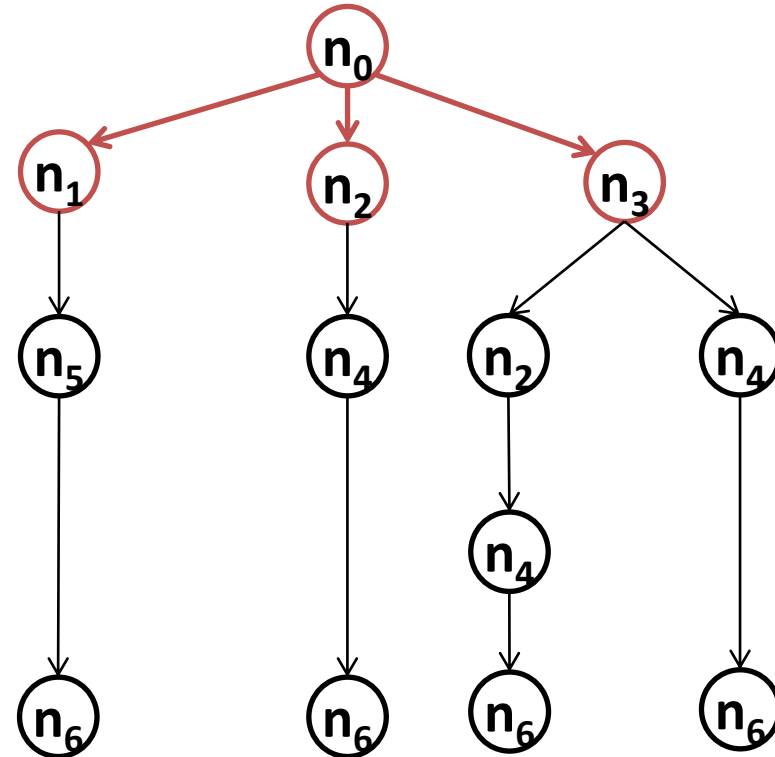
1. Mettre n_0 dans la liste **Open**. On obtient $[n_0]$.



Algorithme de recherche : Largeur d'abord

▪ Déroulement :

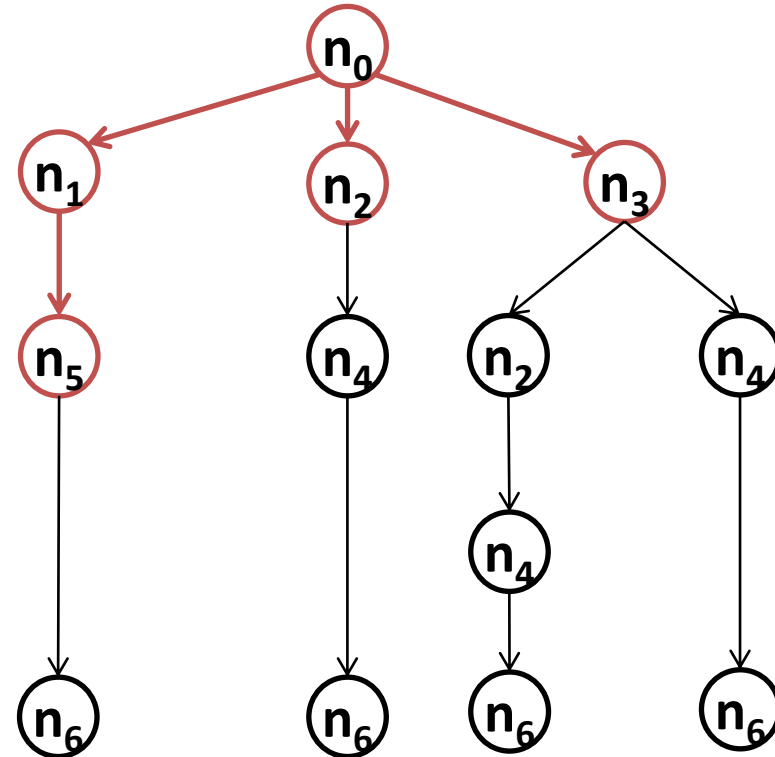
1. Mettre n_0 dans la liste **Open**. On obtient $[n_0]$.
2. Enlever le premier élément de la liste (le n_0) et rajouter ses successeurs n_1, n_2, n_3 . On obtient $[n_1, n_2, n_3]$.



Algorithme de recherche : Largeur d'abord

▪ Déroulement :

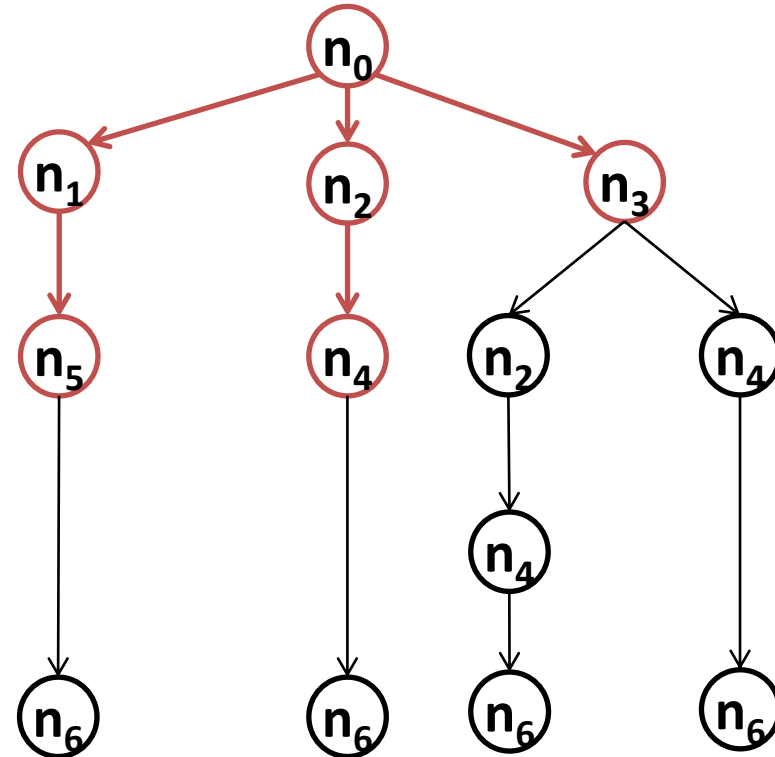
1. Mettre n_0 dans la liste **Open**. On obtient $[n_0]$.
2. Enlever le premier élément de la liste (le n_0) et rajouter ses successeurs n_1, n_2, n_3 . On obtient $[n_1, n_2, n_3]$.
3. Enlever le premier élément de la liste (le n_1) et rajouter son successeurs n_5 . On obtient $[n_2, n_3, n_5]$.



Algorithme de recherche : Largeur d'abord

▪ Déroulement :

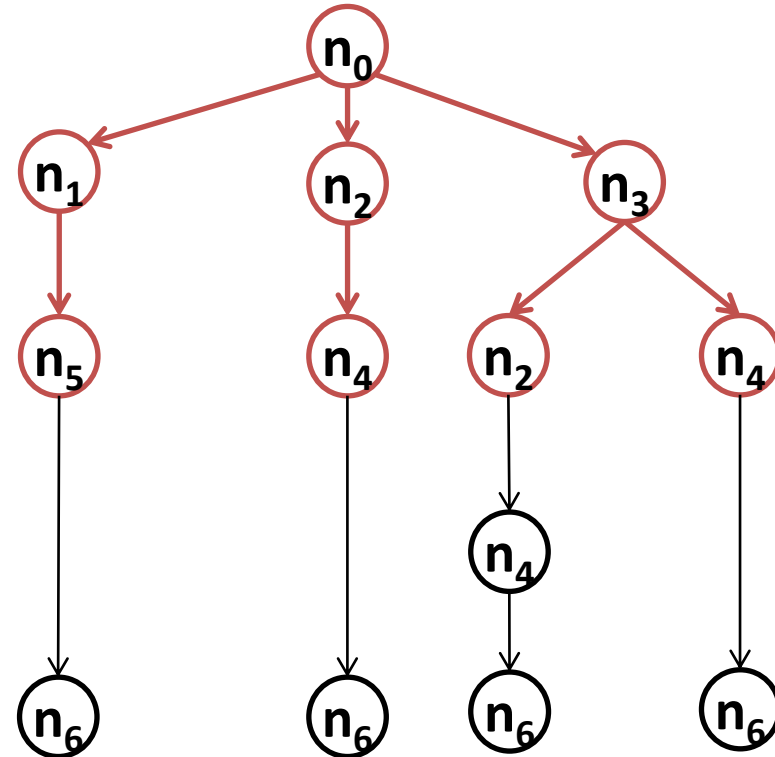
1. Mettre n_0 dans la liste **Open**. On obtient $[n_0]$.
2. Enlever le premier élément de la liste (le n_0) et rajouter ses successeurs n_1, n_2, n_3 . On obtient $[n_1, n_2, n_3]$.
3. Enlever le premier élément de la liste (le n_1) et rajouter son successeurs n_5 . On obtient $[n_2, n_3, n_5]$.
4. Enlever le premier élément de la liste (le n_2) et rajouter son successeurs n_4 . On obtient $[n_3, n_5, n_4]$.



Algorithme de recherche : Largeur d'abord

▪ Déroulement :

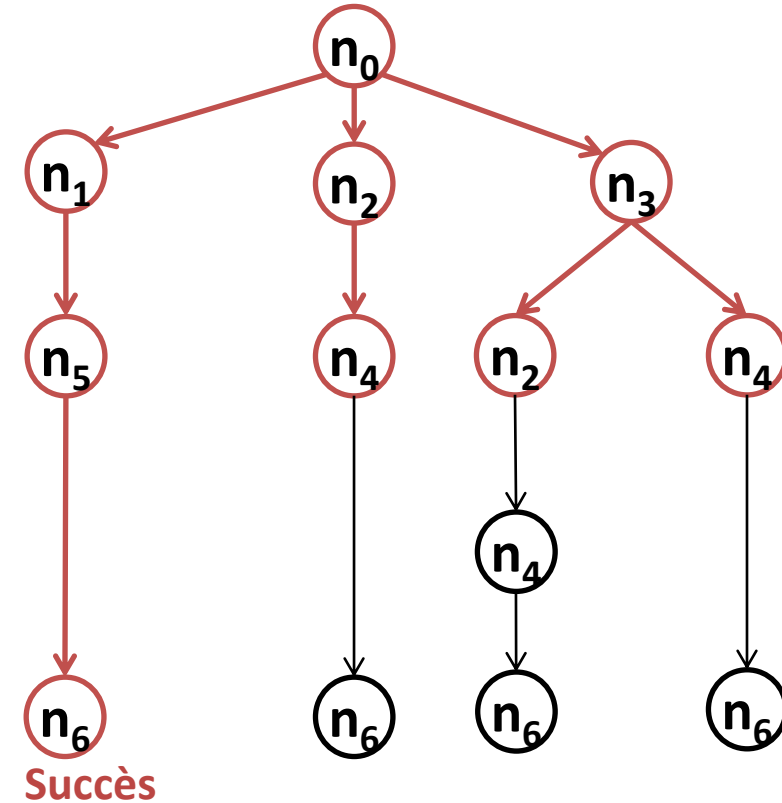
1. Mettre n_0 dans la liste **Open**. On obtient $[n_0]$.
2. Enlever le premier élément de la liste (le n_0) et rajouter ses successeurs n_1, n_2, n_3 . On obtient $[n_1, n_2, n_3]$.
3. Enlever le premier élément de la liste (le n_1) et rajouter son successeurs n_5 . On obtient $[n_2, n_3, n_5]$.
4. Enlever le premier élément de la liste (le n_2) et rajouter son successeurs n_4 . On obtient $[n_3, n_5, n_4]$.
5. Enlever le premier élément de la liste (le n_3) et rajouter ses successeurs n_2, n_4 .et On obtient $[n_5, n_4^2, n_2^3, n_4^3]$.



Algorithme de recherche : Largeur d'abord

▪ Déroulement :

1. Mettre n_0 dans la liste **Open**. On obtient $[n_0]$.
2. Enlever le premier élément de la liste (le n_0) et rajouter ses successeurs n_1, n_2, n_3 . On obtient $[n_1, n_2, n_3]$.
3. Enlever le premier élément de la liste (le n_1) et rajouter son successeur n_5 . On obtient $[n_2, n_3, n_5]$.
4. Enlever le premier élément de la liste (le n_2) et rajouter son successeur n_4 . On obtient $[n_3, n_5, n_4]$.
5. Enlever le premier élément de la liste (le n_3) et rajouter ses successeurs n_2, n_4 . On obtient $[n_5, n_4, n_2, n_4]$.
6. Enlever le premier élément de la liste (le n_5) et rajouter son successeur n_6 . On obtient $[n_4, n_2, n_4, n_6]$.



n_6 Apparaît dans Open
alors arrêter

Algorithme de recherche : Profondeur d'abord

Algorithme Profondeur d'abord :

1- Mettre le nœud **état initial** dans une pile LIFO : **OPEN**

2- Si pile vide alors Echec

3- Dépiler **n**

4- Développer les successeurs de **n**

- Si successeurs existent alors

- Empiler les successeurs

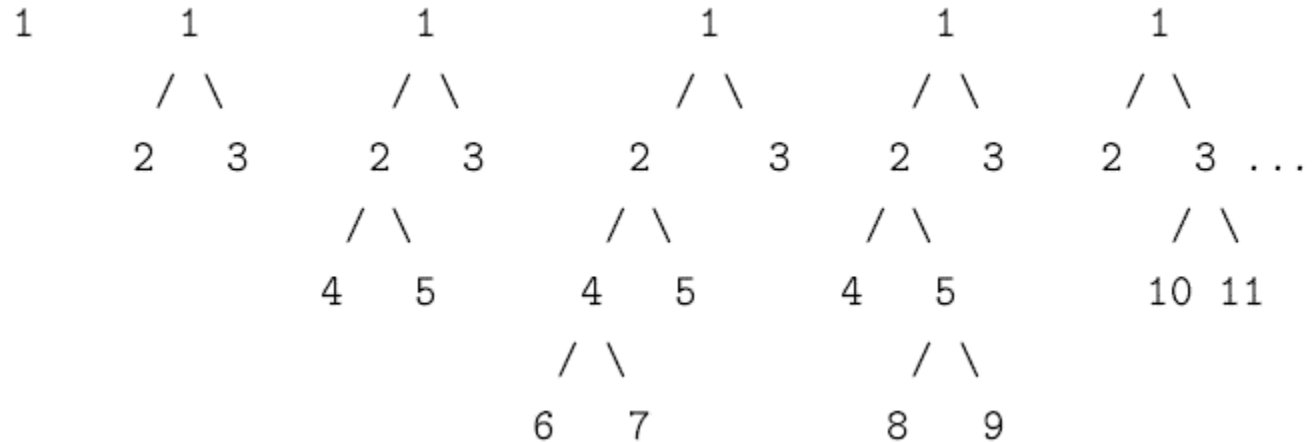
- Etablir le chaînage successeur de **n**

- Mettre **n** dans **Closed**

6- Si parmi les successeurs il existe des états finaux alors succès sinon aller à 2

Algorithme de recherche : Profondeur d'abord

▪ Parcours d'un arbre



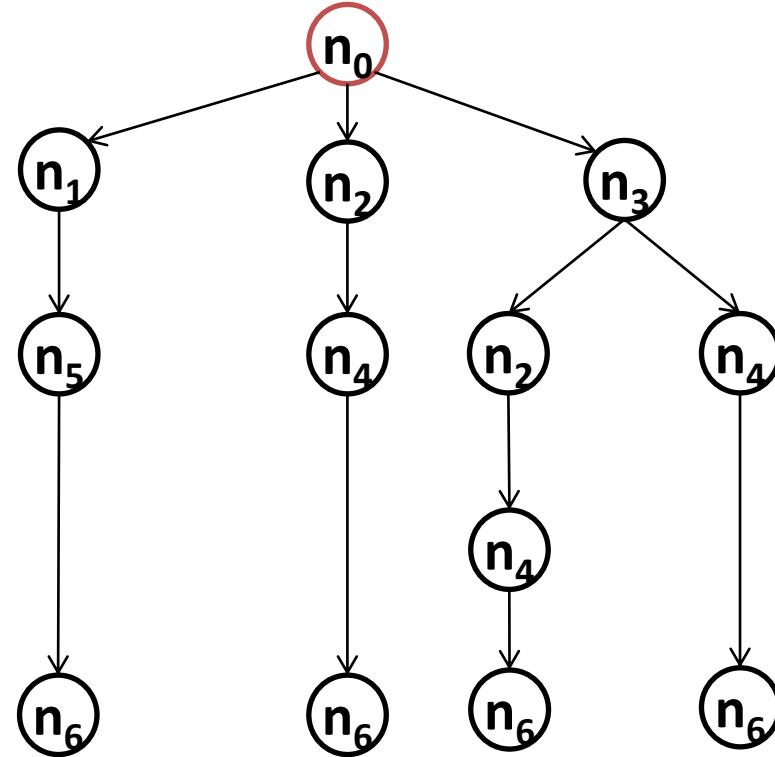
On utilise une structure de pile :

1. Mettre 1 dans la pile. On obtient [1].
2. Enlever le premier élément de la pile (le 1) et rajouter ses successeurs 2, 3. On obtient [2,3].
3. Enlever le premier élément de la pile (le 2) et rajouter ses successeurs 4, 5. On obtient [4,5,3].
4. Enlever le premier élément de la pile (le 4) et rajouter ses successeurs 6, 7. On obtient [6,7,5,3].
5. Enlever le premier élément de la pile (le 6) qui n'a pas de successeurs. On obtient [7,5,3].
6. Enlever le premier élément de la pile (le 7) qui n'a pas de successeurs. On obtient [5,3].
7. Enlever le premier élément de la pile (le 5) et rajouter ses successeurs 8, 9. On obtient [8,9,3].
8. Enlever le premier élément de la pile (le 8) qui n'a pas de successeurs. On obtient [9,3].
9. Enlever le premier élément de la pile (le 9) qui n'a pas de successeurs. On obtient [3].
10. Enlever le premier élément de la pile (le 3) et rajouter ses successeurs 10, 11. On obtient [10,11].....

Algorithme de recherche : Profondeur d'abord

- **Déroulement :**

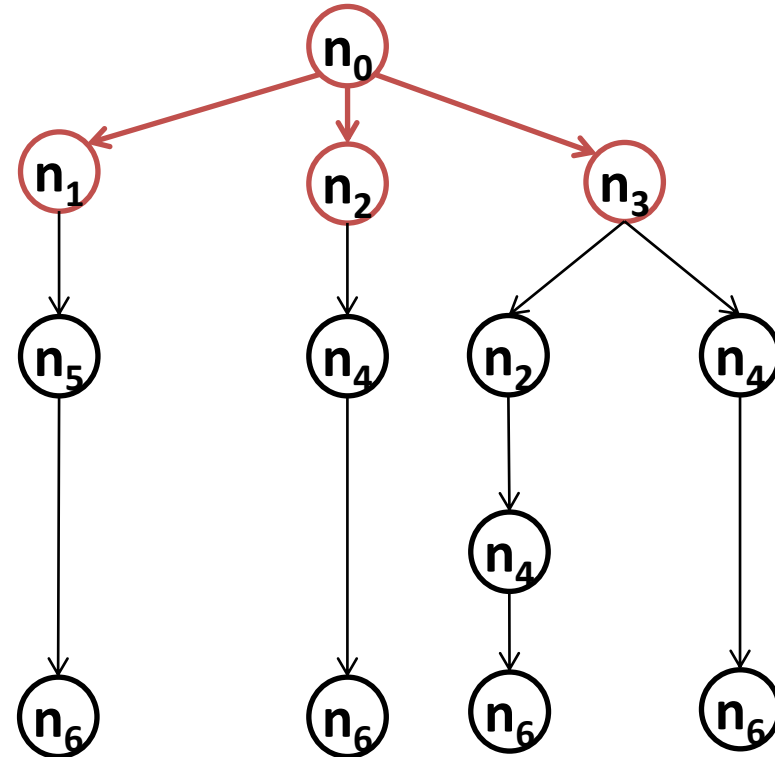
1. Mettre n_0 dans la pile **Open**. On obtient $[n_0]$.



Algorithme de recherche : Profondeur d'abord

▪ Déroulement :

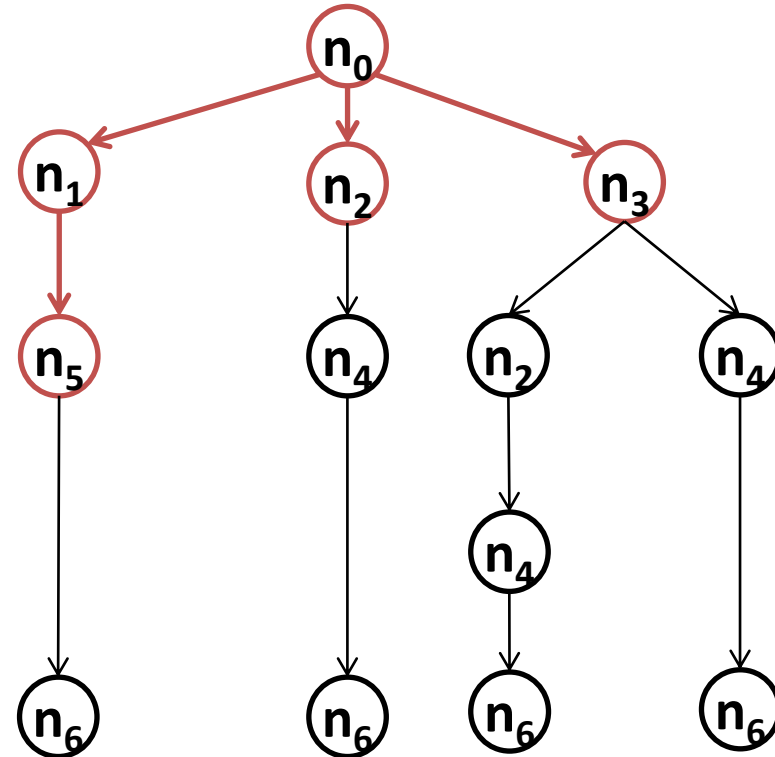
1. Mettre n_0 dans la pile **Open**. On obtient $[n_0]$.
2. Enlever le premier élément de la pile (le n_0) et rajouter ses successeurs n_1, n_2, n_3 . On obtient $[n_1, n_2, n_3]$.



Algorithme de recherche : Profondeur d'abord

▪ Déroulement :

1. Mettre n_0 dans la pile **Open**. On obtient $[n_0]$.
2. Enlever le premier élément de la pile (le n_0) et rajouter ses successeurs n_1, n_2, n_3 . On obtient $[n_1, n_2, n_3]$.
3. Enlever le premier élément de la pile (le n_1) et rajouter ses successeurs n_5 . On obtient $[n_5, n_2, n_3]$.

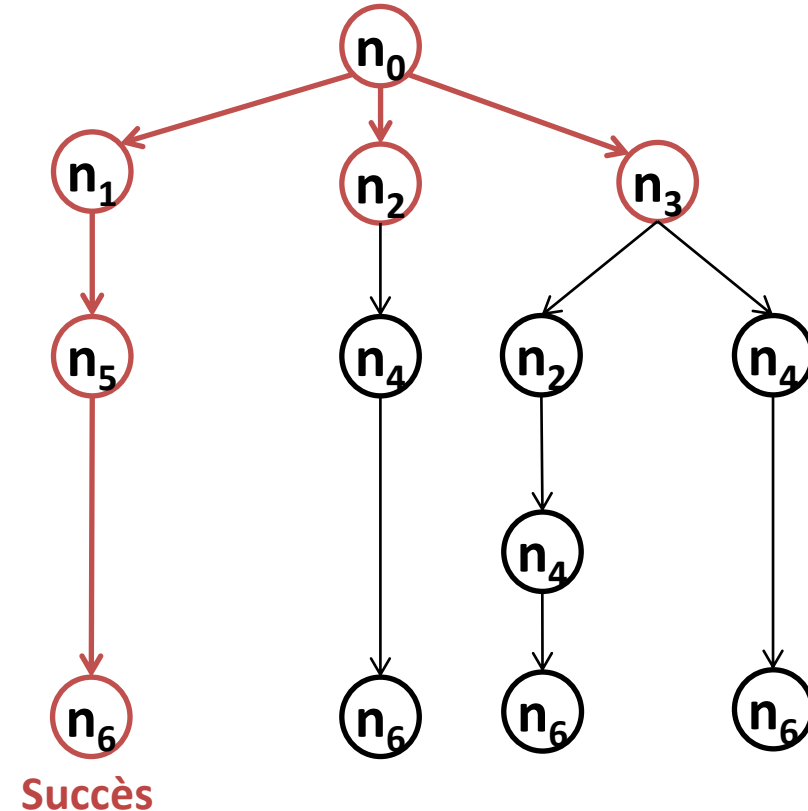


Algorithme de recherche : Profondeur d'abord

▪ Déroulement :

1. Mettre n_0 dans la pile **Open**. On obtient $[n_0]$.
2. Enlever le premier élément de la pile (le n_0) et rajouter ses successeurs n_1, n_2, n_3 . On obtient $[n_1, n_2, n_3]$.
3. Enlever le premier élément de la pile (le n_1) et rajouter ses successeurs n_5 . On obtient $[n_5, n_2, n_3]$.
4. Enlever le premier élément de la pile (le n_5) et rajouter ses successeurs n_6 . On obtient $[n_6, n_2, n_3]$.

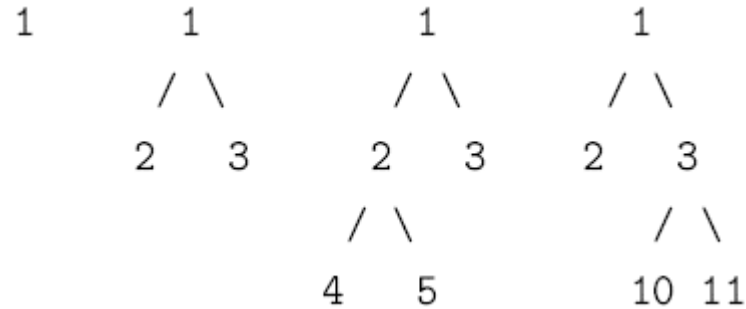
n_6 Apparaît dans Open
alors arrêter



Algorithme de recherche : Profondeur limitée

C'est une recherche en profondeur d'abord où l'on explore les états jusqu'à une profondeur limitée.

Exemple avec limite = 2



On rajoute les successeurs d'un état uniquement si on n'a pas dépassé la limite 2.

1. Mettre 1 dans la pile avec sa profondeur. On obtient $[(1,0)]$.
2. Enlever le premier élément de la pile $(1, 0)$ et rajouter ses successeurs 2, 3 si on n'a pas dépassé la limite. On obtient $[(2,1),(3,1)]$.
3. Enlever le premier élément de la pile $(2, 1)$ et rajouter ses successeurs 4, 5 si on n'a pas dépassé la limite. On obtient $[(4,2),(5,2),(3,1)]$.
4. Enlever le premier élément de la pile $(4, 2)$ et ne rien rajouter. On obtient $[(5,2),(3,1)]$.
5. Enlever le premier élément de la pile $(5, 2)$ et ne rien rajouter. On obtient $[(3,1)]$.
6. Enlever le premier élément de la pile $(3, 1)$ et rajouter ses successeurs 10, 11 si on n'a pas dépassé la limite. On obtient $[(10,2),(11,2)]$.
7. Enlever le premier élément de la pile $(10, 2)$ et ne rien rajouter. On obtient $[(11,2)]$.
8. Enlever le premier élément de la pile $(11, 2)$ et ne rien rajouter. On obtient $[\]$.

Algorithme de recherche : Profondeur itérative

C'est une itération de la recherche en profondeur limitée.

```
Pour p de 0 a infini faire  
{  
recherche_profondeur_limitée(p)  
}
```

Algorithme de recherche : Largeur - Profondeur

Synthèse

- La stratégie en largeur d'abord est intéressante car s'il existe un chemin vers le but dans les premiers niveaux, elle trouve le plus court chemin.
- La recherche en profondeur d'abord est intéressante aussi parce qu'elle retourne le meilleur chemin Si l'état but se trouve dans les premières branches de l'arbre de recherche.
- ❖ Mais : ces deux stratégies sont dites aveugles car elles ne tiennent pas compte du chemin qui mène à l'état but (aucune information sur le chemin).

Algorithme de recherche : A coût uniforme

- **Principe** : A chaque arc du graphe est associé un coût de parcours. Cet algorithme fourni une solution de coût optimal.

Soit $C(n_i, n_j)$ le coût d'un arc allant de n_i à n_j .

La fonction de coût d'un nœud ns qui est le nœud successeur de n est calculée comme suit :

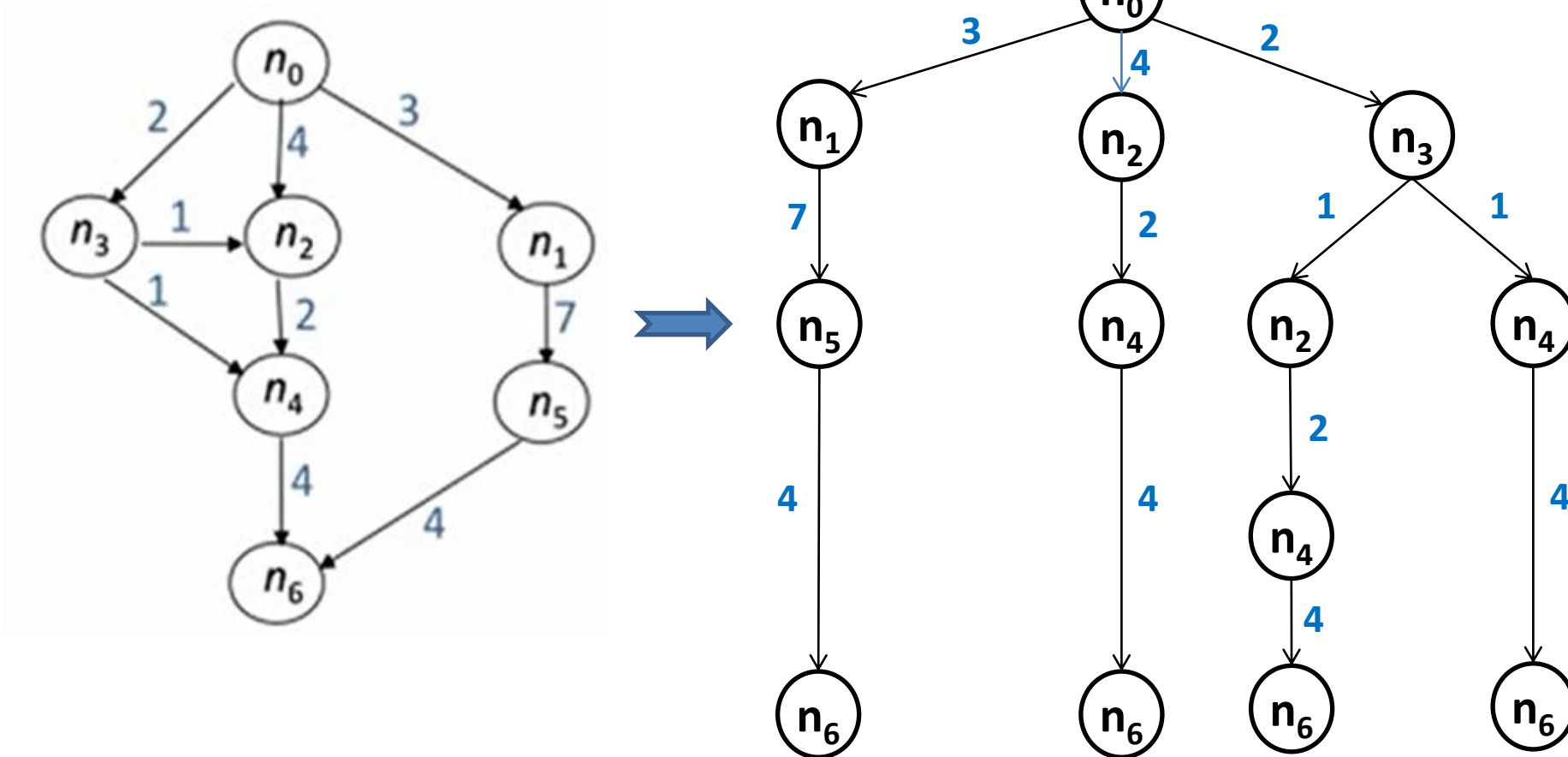
$$g(ns) = g(n) + c(n, ns)$$

$g(n)$ est le coût jusqu'au nœud n

Les nœuds ouverts du graphe sont ordonnés par ordre croissant.

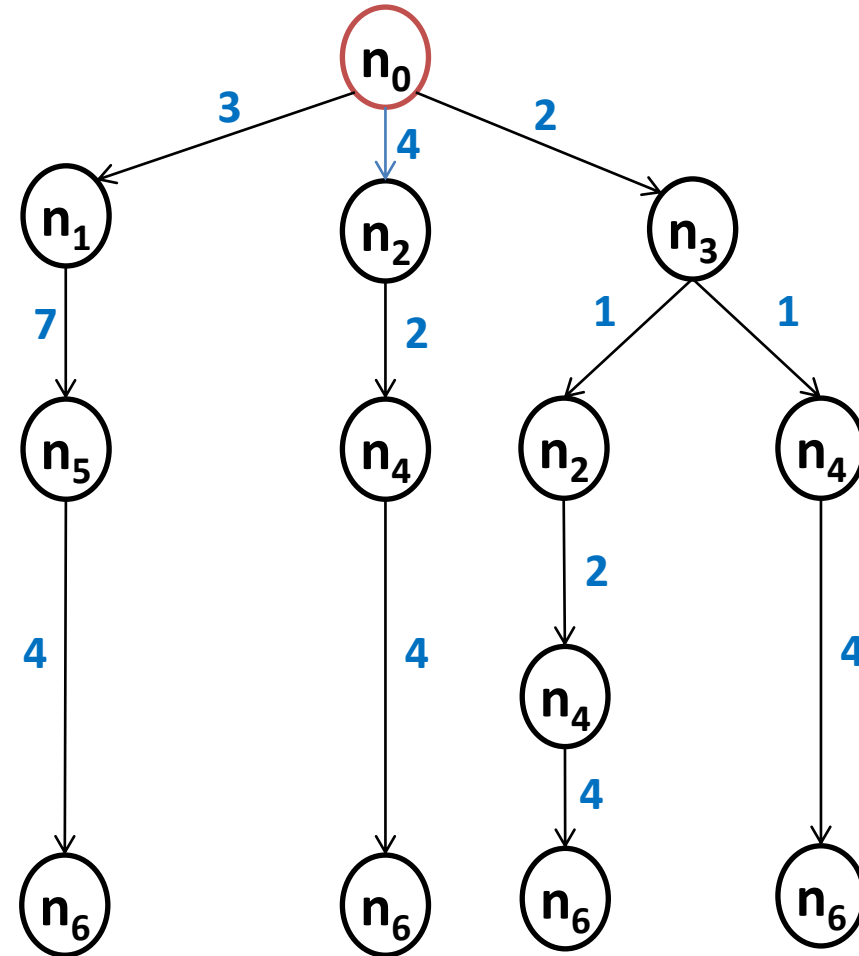
Algorithme de recherche : A coût uniforme

- Déroulement : Chemin entre deux villes



Algorithme de recherche : A coût uniforme

1. Mettre n_0 dans la liste avec son coût initial. On obtient $[(n_0, 0)]$.



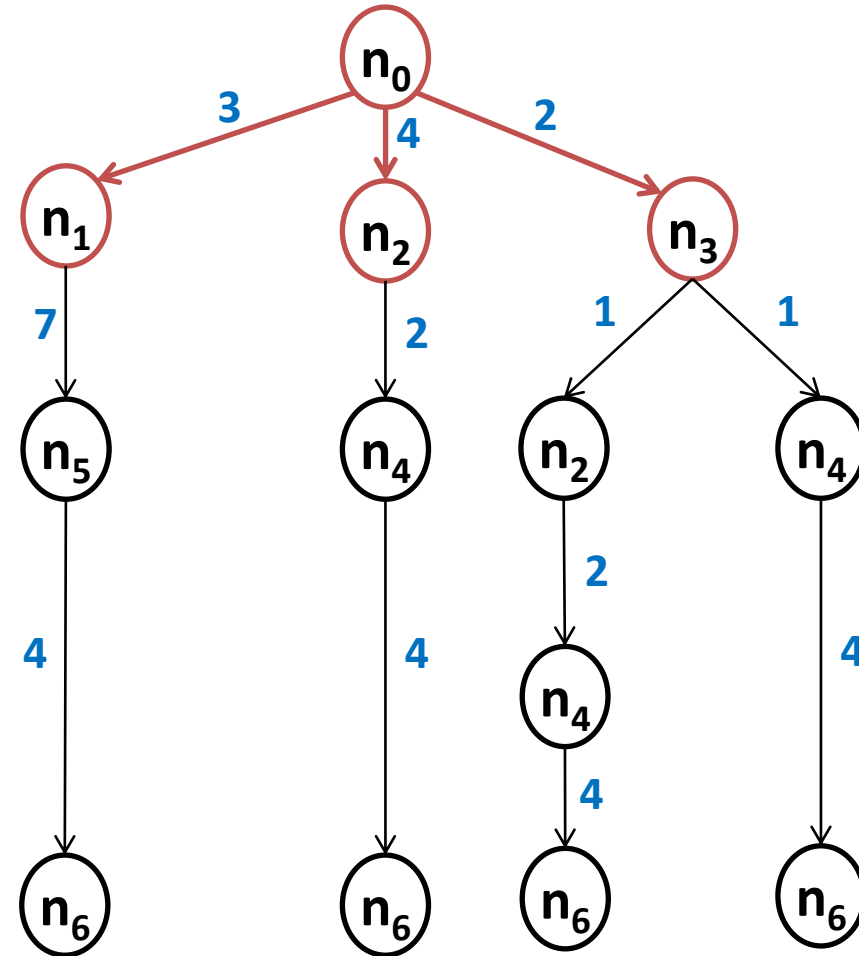
Algorithme de recherche : A coût uniforme

1. Mettre n_0 dans la liste avec son coût initial. On obtient $[(n_0, 0)]$.

2. Enlever le premier élément de la liste $(n_0, 0)$ et rajouter ses successeurs n_1, n_2, n_3 à la liste d'états en respectant l'ordre croissant. Pour cela on calculera le coût total de chaque successeur : $g(ns) = g(n) + c(n, ns)$

$$g(n_1) = g(n_0) + c(n_0, n_1) = 3$$

On obtient : $[(n_3, 2, n_0), (n_1, 3, n_0), (n_2, 4, n_0)]$



Algorithme de recherche : A coût uniforme

1. Mettre n_0 dans la liste avec son coût initial. On obtient $[(n_0, 0)]$.

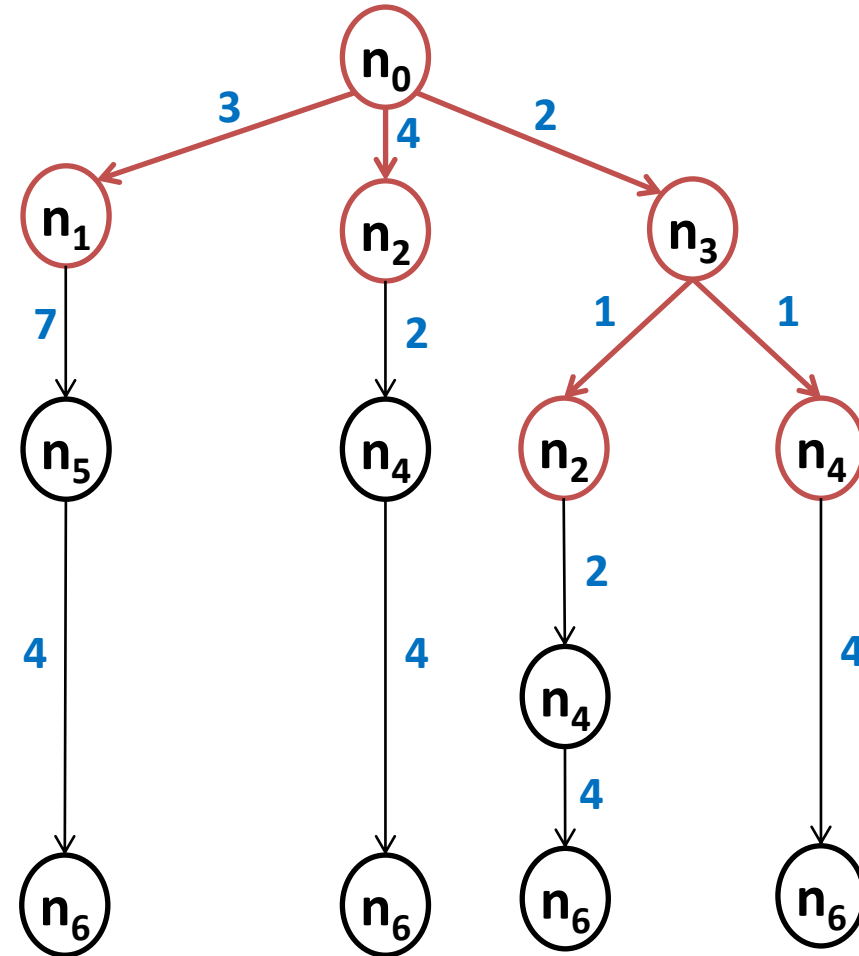
2. Enlever le premier élément de la liste $(n_0, 0)$ et rajouter ses successeurs n_1, n_2, n_3 à la liste d'états en respectant l'ordre croissant. Pour cela on calculera le coût total de chaque successeur : $g(ns) = g(n) + c(n, ns)$

$$g(n_1) = g(n_0) + c(n_0, n_1) = 3$$

On obtient : $[(n_3, 2, n_0), (n_1, 3, n_0), (n_2, 4, n_0)]$

3. Enlever le premier élément de la liste $(n_3, 2, n_0)$ et rajouter ses successeurs n_2, n_4 à la liste d'états en respectant l'ordre croissant.

On obtient : $[(n_1, 3, n_0), (n_2, 3, n_3), (n_4, 3, n_3), (n_2, 4, n_0)]$



Algorithme de recherche : A coût uniforme

1. Mettre n_0 dans la liste avec son coût initial. On obtient $[(n_0, 0)]$.

2. Enlever le premier élément de la liste $(n_0, 0)$ et rajouter ses successeurs n_1, n_2, n_3 à la liste d'états en respectant l'ordre croissant. Pour cela on calculera le coût total de chaque successeur : $g(ns) = g(n) + c(n, ns)$

$$g(n_1) = g(n_0) + c(n_0, n_1) = 3$$

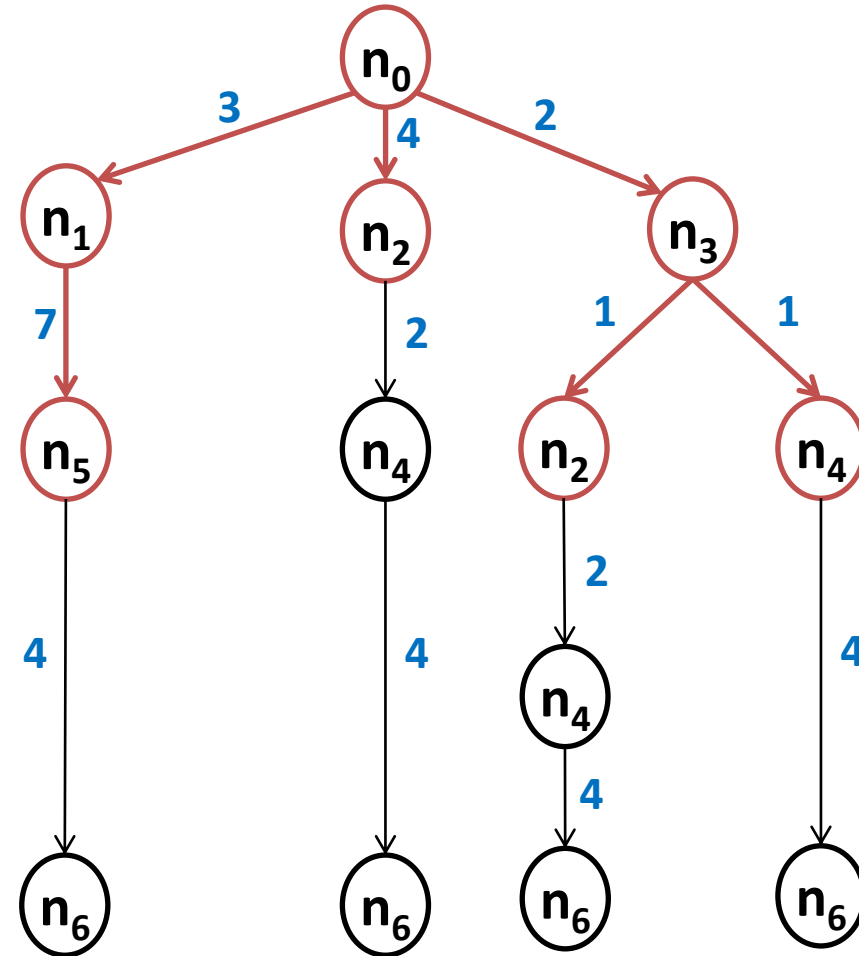
On obtient : $[(n_3, 2, n_0), (n_1, 3, n_0), (n_2, 4, n_0)]$

3. Enlever le premier élément de la liste $(n_3, 2, n_0)$ et rajouter ses successeurs n_2, n_4 à la liste d'états en respectant l'ordre croissant.

On obtient : $[(n_1, 3, n_0), (n_2, 3, n_3), (n_4, 3, n_3), (n_2, 4, n_0)]$

4. Enlever le premier élément de la liste $(n_1, 3, n_0)$ et rajouter ses successeurs n_5 à la liste d'états en respectant l'ordre croissant.

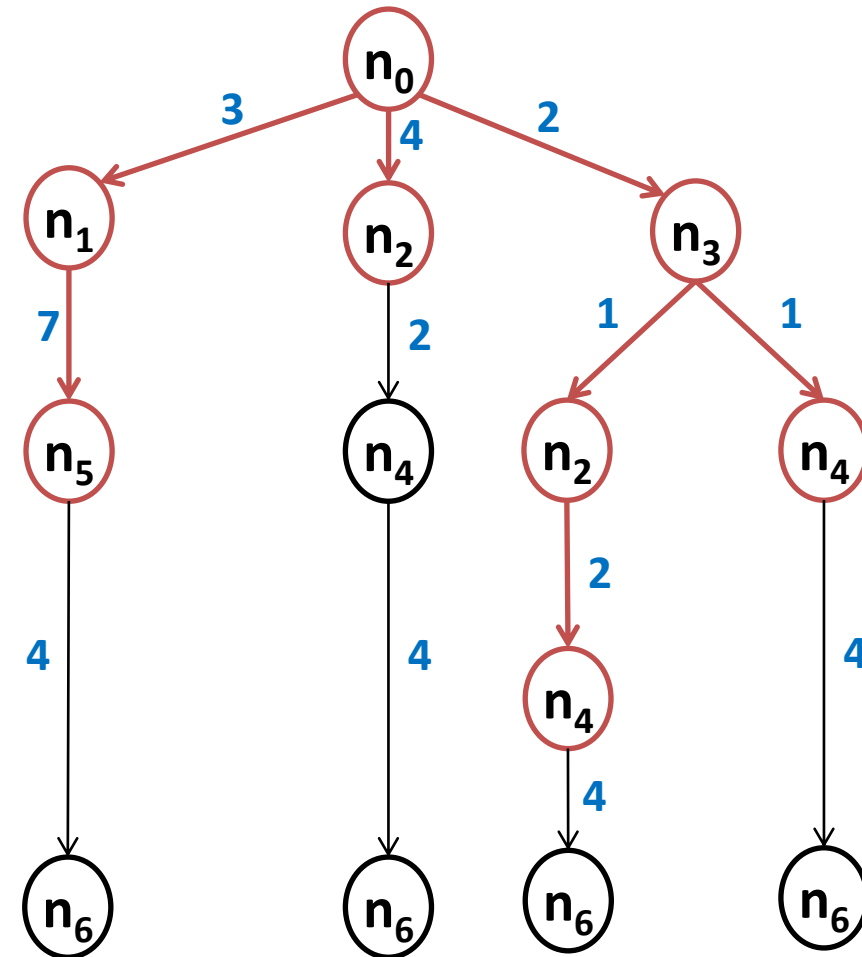
On obtient : $[(n_2, 3, n_3), (n_4, 3, n_3), (n_2, 4, n_0), (n_5, 10, n_1)]$



Algorithme de recherche : A coût uniforme

5. Enlever le premier élément de la liste $(n_2, 3, n_3)$ et rajouter ses successeurs n_4 à la liste d'états en respectant l'ordre croissant.

On obtient : $[(n_4, 3, n_3), (n_2, 4, n_0), (n_4, 5, n_2), (n_5, 10, n_1)]$



Algorithme de recherche : A coût uniforme

5. Enlever le premier élément de la liste $(n_2, 3, n_3)$ et rajouter ses successeurs n_4 à la liste d'états en respectant l'ordre croissant.

On obtient : $[(n_4, 3, n_3), (n_2, 4, n_0), (n_4, 5, n_2), (n_5, 10, n_1)]$

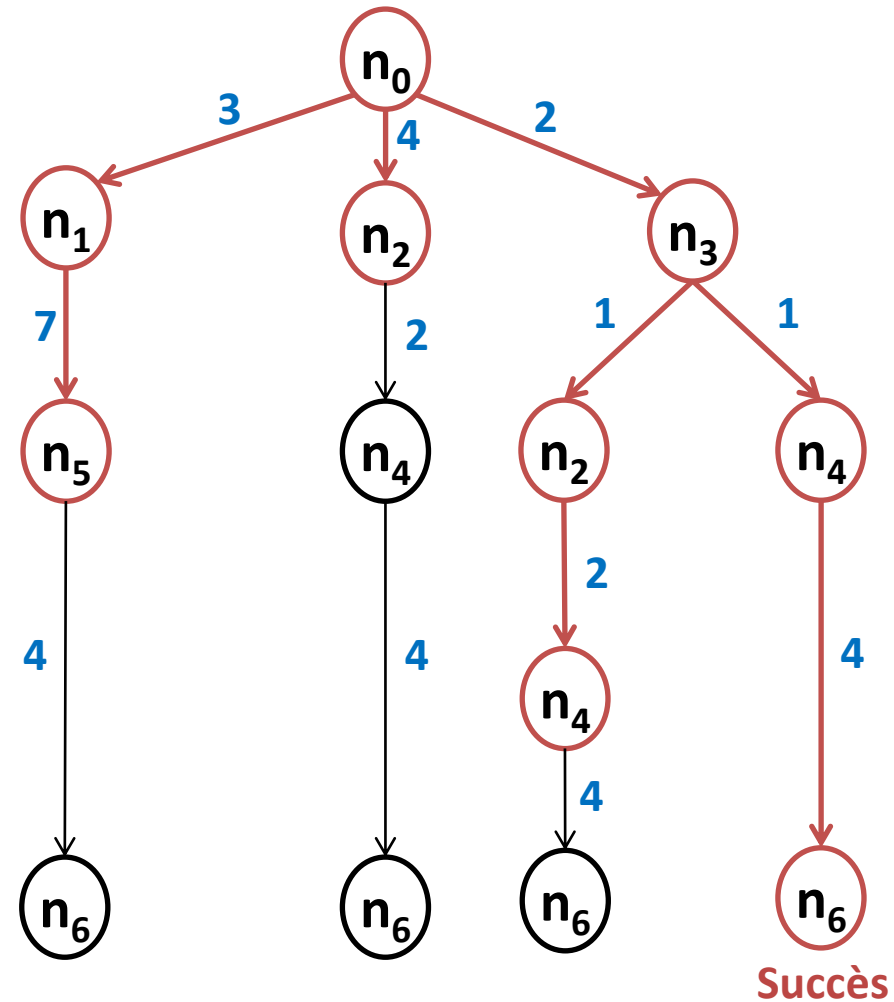
6. Enlever le premier élément de la liste $(n_4, 3, n_3)$ et rajouter ses successeurs n_6 à la liste d'états en respectant l'ordre croissant.

On obtient : $[(n_6, 7, n_4), (n_5, 10, n_1)]$

n_6 Apparaît dans Open

alors arrêter

Le chemin à coût optimal est : n_0, n_3, n_4, n_6



Si coût de chaque arc = 1, alors recherche à coût uniforme = recherche en largeur d'abord.

Algorithme de recherche : Heuristique

Meilleur d'abord : Best-first search

1. Démarrer la recherche avec la liste contenant l'**état initial** du problème.
2. Si la liste n'est pas vide alors :
 - Choisir un état **n** de mesure **minimale** à traiter.
 - Si **n** est un **état final** alors retourner **succès**
 - Sinon, rajouter tous les successeurs de **n** à la liste d'états à traiter par **ordre croissant** selon la mesure d'utilité.
Recommencer au point 2.
3. Sinon retourner **échec**.

Algorithme de recherche : Heuristique

Meilleur d'abord : Best-first search

Cas particulier 1 : Recherche gloutonne (greedy best-first search)

- La mesure d'utilité est donnée par une fonction d'estimation **h** .
- Pour chaque état **n** , **$h(n)$** représente l'estimation du coût de **n** vers un état final.

Par exemple, dans le problème du chemin le plus court entre deux villes on peut prendre **$h(n) = \text{distance directe}$** entre **$n$** et la **ville destination**.

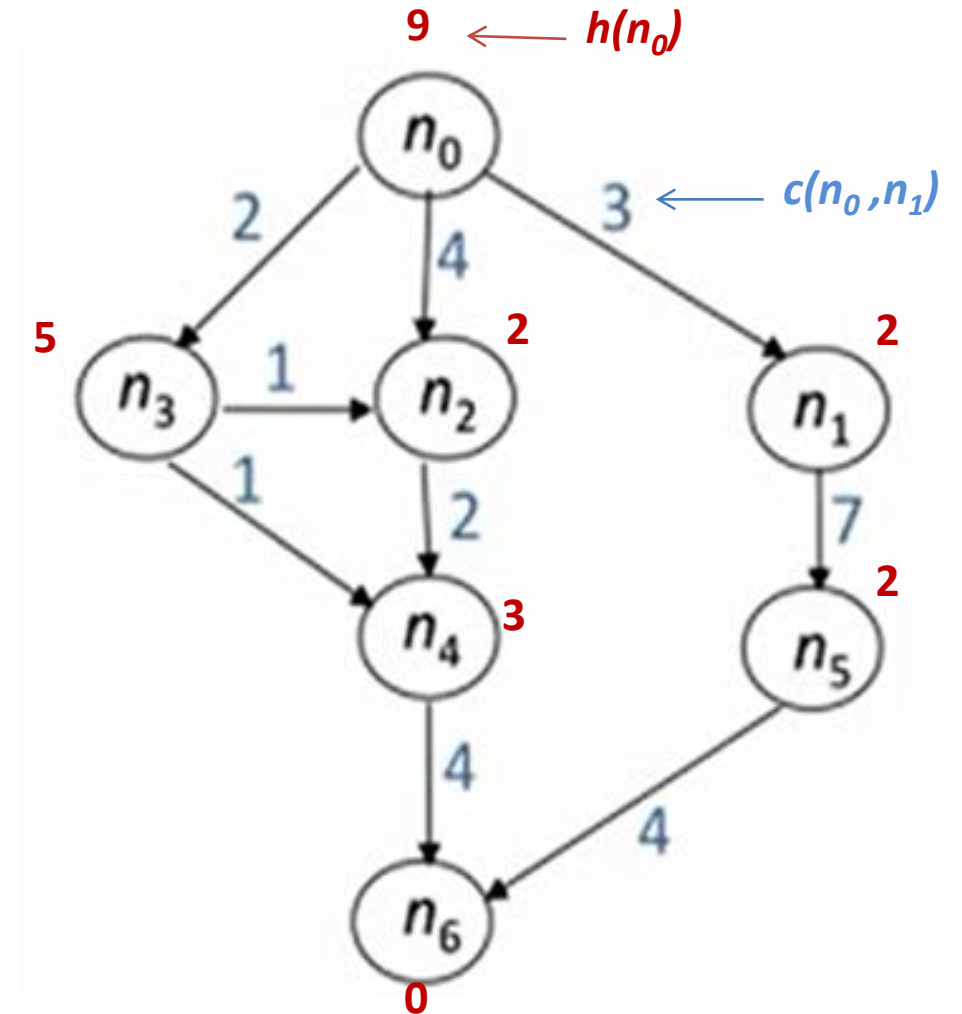
- La recherche gloutonne choisira l'état qui semble le plus proche d'un état final selon la fonction d'estimation.

Cas particulier 1 : Recherche gloutonne (greedy best-first search)

Etat de la liste Open :

- $(n_0, 9, \text{void})$
- $(n_2, 2, n_0), (n_1, 2, n_0), (n_3, 5, n_0)$
- $(n_1, 2, n_0), (n_4, 3, n_2), (n_3, 5, n_0)$
- $(n_5, 2, n_1), (n_4, 3, n_2), (n_3, 5, n_0)$
- $(n_6, 0, n_5), (n_4, 3, n_2), (n_3, 5, n_0)$

Chemin : $n_0 \rightarrow n_1 \rightarrow n_5 \rightarrow n_6$



Algorithme de recherche : Heuristique

Meilleur d'abord : Best-first search

Cas particulier 2 : Algorithme A*

- On évite d'explorer les chemins qui sont déjà chers.
- La mesure d'utilité est donnée par une fonction d'évaluation f .
- Pour chaque état n : $f(n) = g(n) + h(n)$, où :
 - $g(n)$ est le coût jusqu'à présent pour atteindre n
 - $h(n)$ est le coût estimé pour aller de n vers un état final.
 - $f(n)$ est le coût total estimé pour aller d'un état initial vers un état final en passant par n .

h est dite admissible si pour tout n : $h(n) \leq c(n)$

$c(n)$ étant le coût réel menant de n vers l'état final

Algorithme de recherche : Heuristique

Algorithme A*

- Une heuristique $h(n)$ est une fonction d'estimation du coût restant entre un nœud n d'un graphe et le nœud **but**.

Exemples de fonctions d'heuristique h :

- Chemin entre deux villes :
 - Distance à vol d'oiseau entre la ville n et la ville de destination.
- Jeu de taquin :
 - Nombre de nombres mal placés

Algorithme de recherche : A*

1. Déclarer deux nœuds ***n***, ***ns***
2. Déclarer deux listes ***Open*** et ***Closed*** (vides au départ)
3. Ajouter le nœud ***Etat initial*** dans ***Open***.
4. Si ***Open*** est vide Alors sortir de la boucle avec un ***échec***.
5. ***n=nœud*** à la tête de ***Open***
6. Enlever ***n*** de ***Open*** et l'ajouter dans ***Closed***.
7. Si ***n=but*** alors sortir de la boucle et ***retourner le chemin***.
8. Sinon : pour chaque successeur ***ns*** de ***n*** :
 - Initialiser la valeur **$g(ns) = g(n) + c(n,ns)$**
 - Mettre le parent de ***ns*** à ***n***
 - Si ***Open*** ou ***Closed*** contient un nœud ***ns'=ns*** avec **$f(ns) \leq f(ns')$**
Alors enlever ***ns'*** de ***Open*** ou ***Closed*** et insérer ***ns*** dans ***Open***
(en respectant l'ordre croissant de ***f***)
Sinon : Insérer ***ns*** dans ***Open*** (en respectant l'ordre croissant de ***f***)
 - Aller à 4.

Algorithme de recherche : Heuristique

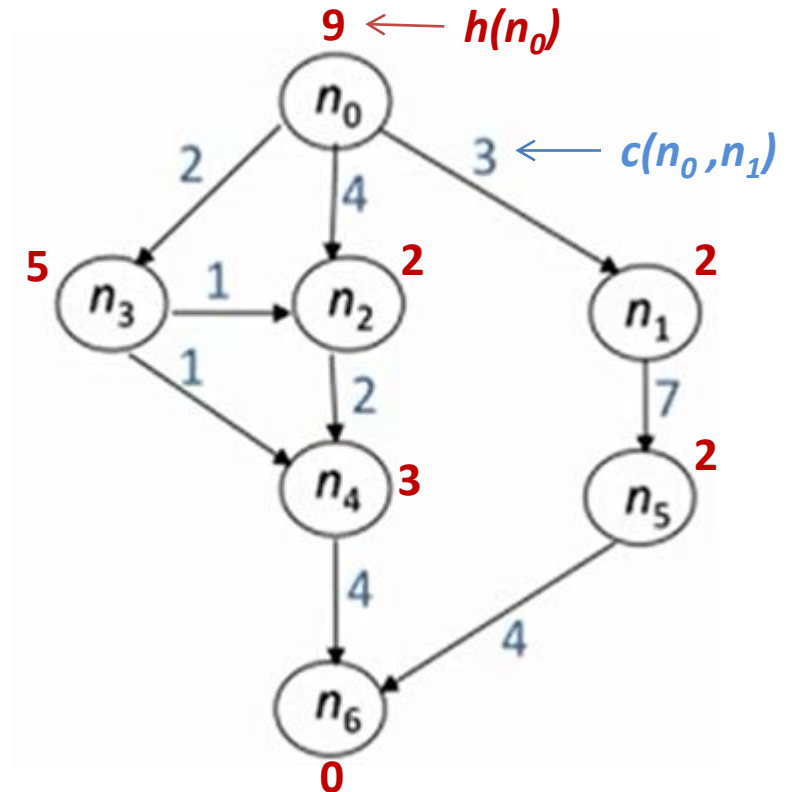
Algorithme A* : Exemple de recherche d'un chemin entre deux villes

n_0 : ville de départ (noeud initial)

n_6 : ville de destination (noeud but)

h : Distance à vol d'oiseau entre une ville et la ville de destination (heuristique)

c : Distance réelle entre deux villes



Algorithme de recherche : Heuristique

Algorithme A* : Chemin entre deux villes (Déroulement)

Contenu de *open* à chaque itération (état, f, parent) :

1. $(n_0, 9, \text{void})$
2. $(n_1, 5, n_0), (n_2, 6, n_0), (n_3, 7, n_0)$
3. $(n_2, 6, n_0), (n_3, 7, n_0), (n_5, 12, n_1)$
4. $(n_3, 7, n_0), (n_4, 9, n_2), (n_5, 12, n_1)$
5. $(n_2, 5, n_3), (n_4, 6, n_3), (n_5, 12, n_1)$

6. $(n_4, 6, n_3), (n_5, 12, n_1)$
7. $(n_6, 7, n_4), (n_5, 12, n_1)$

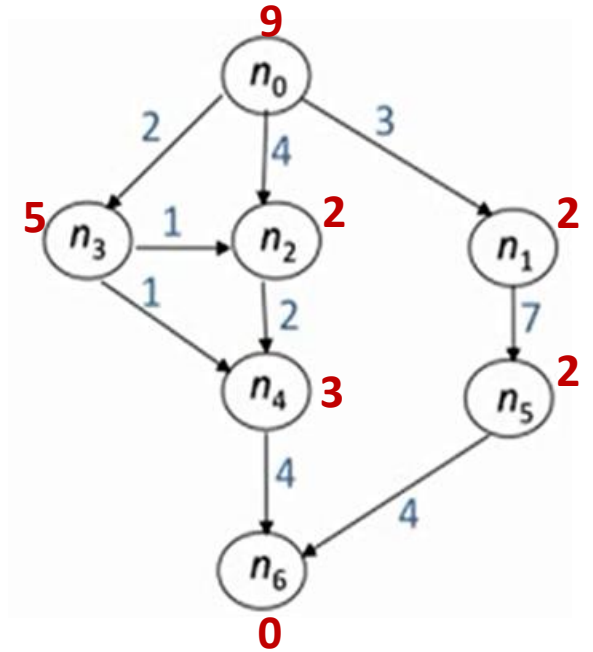
8. Solution : n_0, n_3, n_4, n_6

Contenu de *closed* à chaque itération :

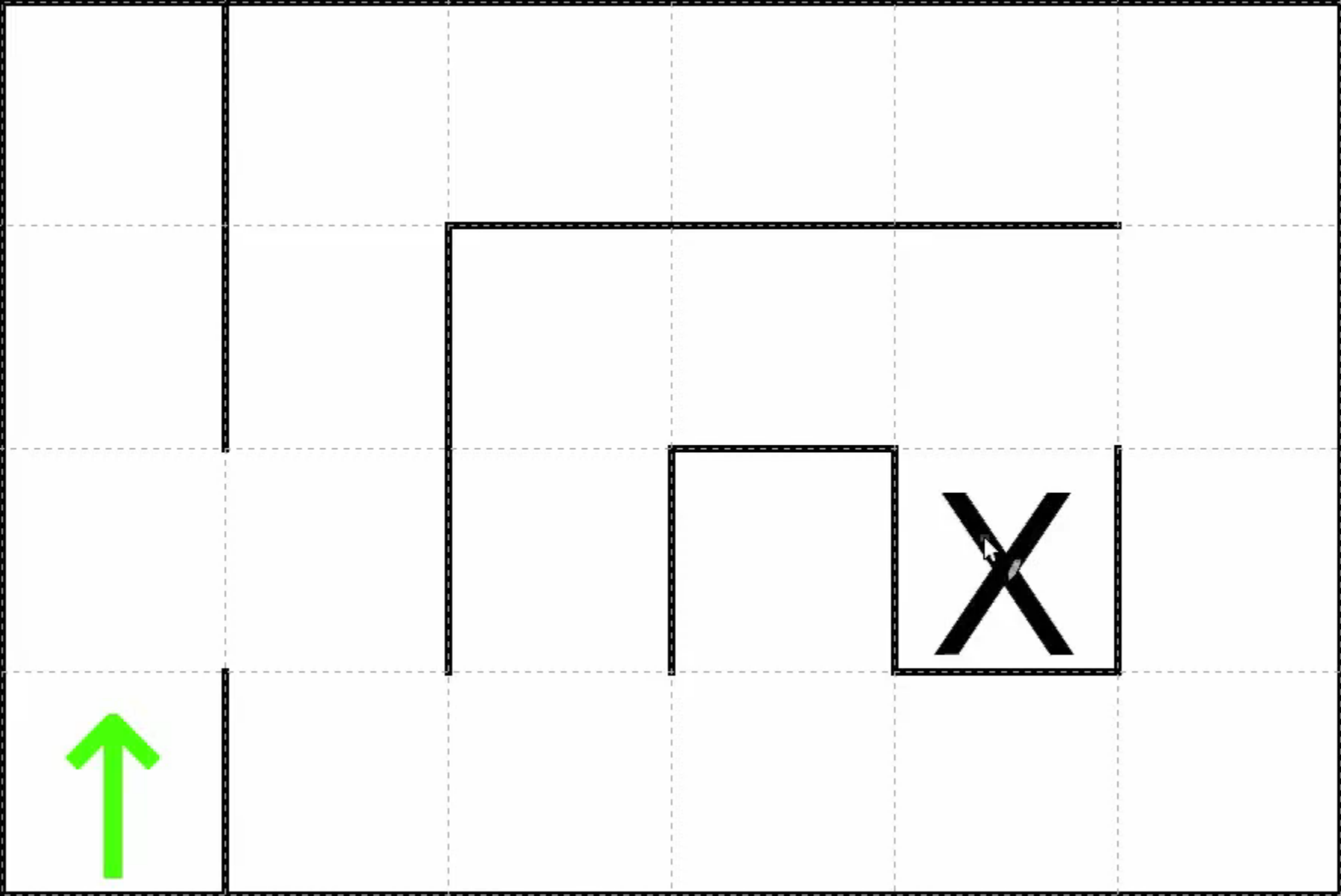
1. Vide
2. $(n_0, 9, \text{void})$
3. $(n_0, 9, \text{void}), (n_1, 5, n_0)$
4. $(n_0, 9, \text{void}), (n_1, 5, n_0), (n_2, 6, n_0)$
5. $(n_0, 9, \text{void}), (n_1, 5, n_0), (n_3, 7, n_0)$

6. $(n_0, 9, \text{void}), (n_1, 5, n_0), (n_3, 7, n_0), (n_2, 5, n_3)$
7. $(n_0, 9, \text{void}), (n_1, 5, n_0), (n_3, 7, n_0), (n_2, 5, n_3), (n_4, 6, n_3)$

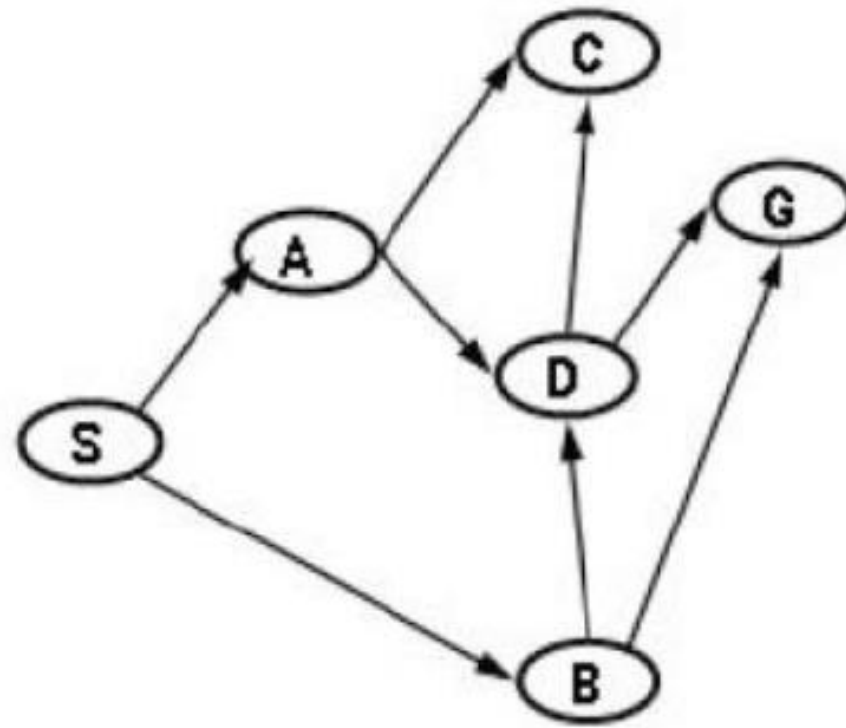
8. $(n_0, 9, \text{void}), (n_1, 5, n_0), (n_3, 7, n_0), (n_2, 5, n_3), (n_4, 6, n_3), (n_6, 7, n_4)$



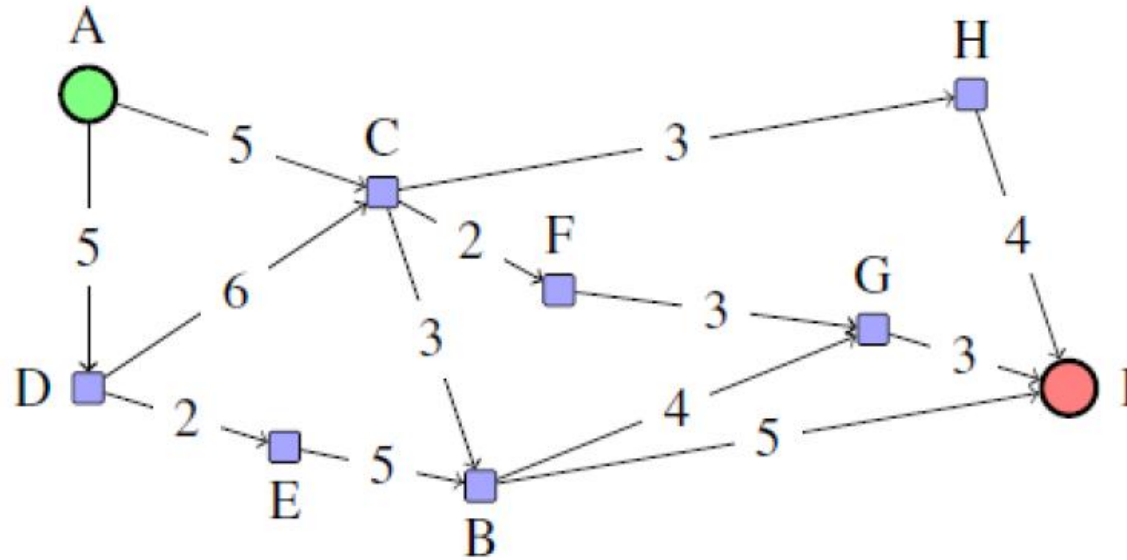




Exercice 2 : Transformer le graphe d'états suivant en un arbre de recherche ensuite appliquer une recherche en largeur d'abord puis en profondeur d'abord pour chercher l'état **G** à partir de **S**.



Exercice 3 : On considère la carte suivante. L'objectif est de trouver le chemin optimal entre **A** et **I**. On donne également deux heuristiques $h1$ et $h2$:



Nœud	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$h1$	10	5	5	10	10	3	3	3	0
$h2$	10	2	8	11	6	2	1	5	0

1. Appliquez les stratégies Largeur d'abord, Profondeur d'abord, A coût uniforme
 2. Appliquez un algorithme glouton en utilisant $h2$ puis un algorithme A^* en utilisant $h1$
- (Donnez la suite des nœuds développés (l'état de la liste OPEN à chaque itération), déduire alors le chemin traversé dans les différents cas ?)