

## CHAPITRE II

# Algorithmes de recherche et résolution des problèmes



# Résolution des problèmes

## Etapes intuitives par un humain

- Modéliser la situation actuelle
- Enumérer les solutions possibles
- Evaluer la valeur des solutions
- Retenir la meilleure option possible satisfaisant le but

## Comment parcourir efficacement la liste des solutions ?

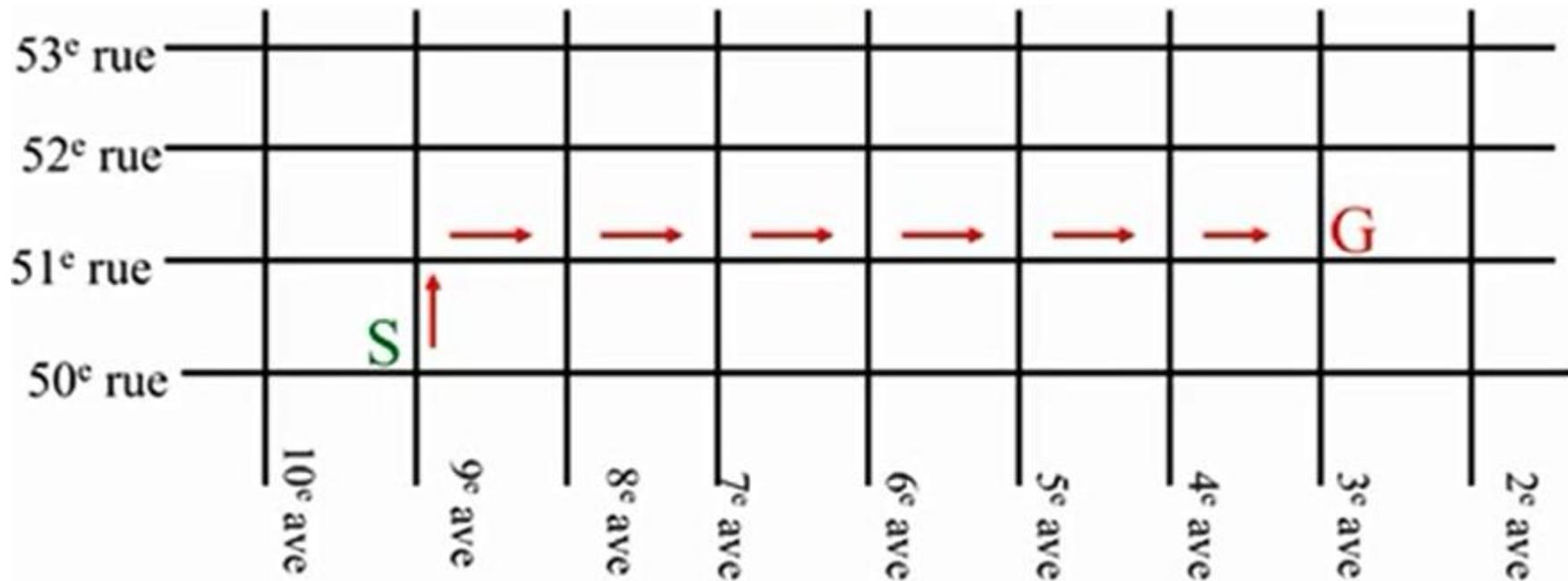
## La résolution de plusieurs problèmes peut être faite par une recherche dans un graphe :

- Chaque nœud correspond à un état de l'environnement
- Chaque chemin à travers un graphe représente une suite d'actions
- La solution : il suffit de chercher le chemin qui satisfait le mieux notre mesure de performance

# Résolutions des problèmes

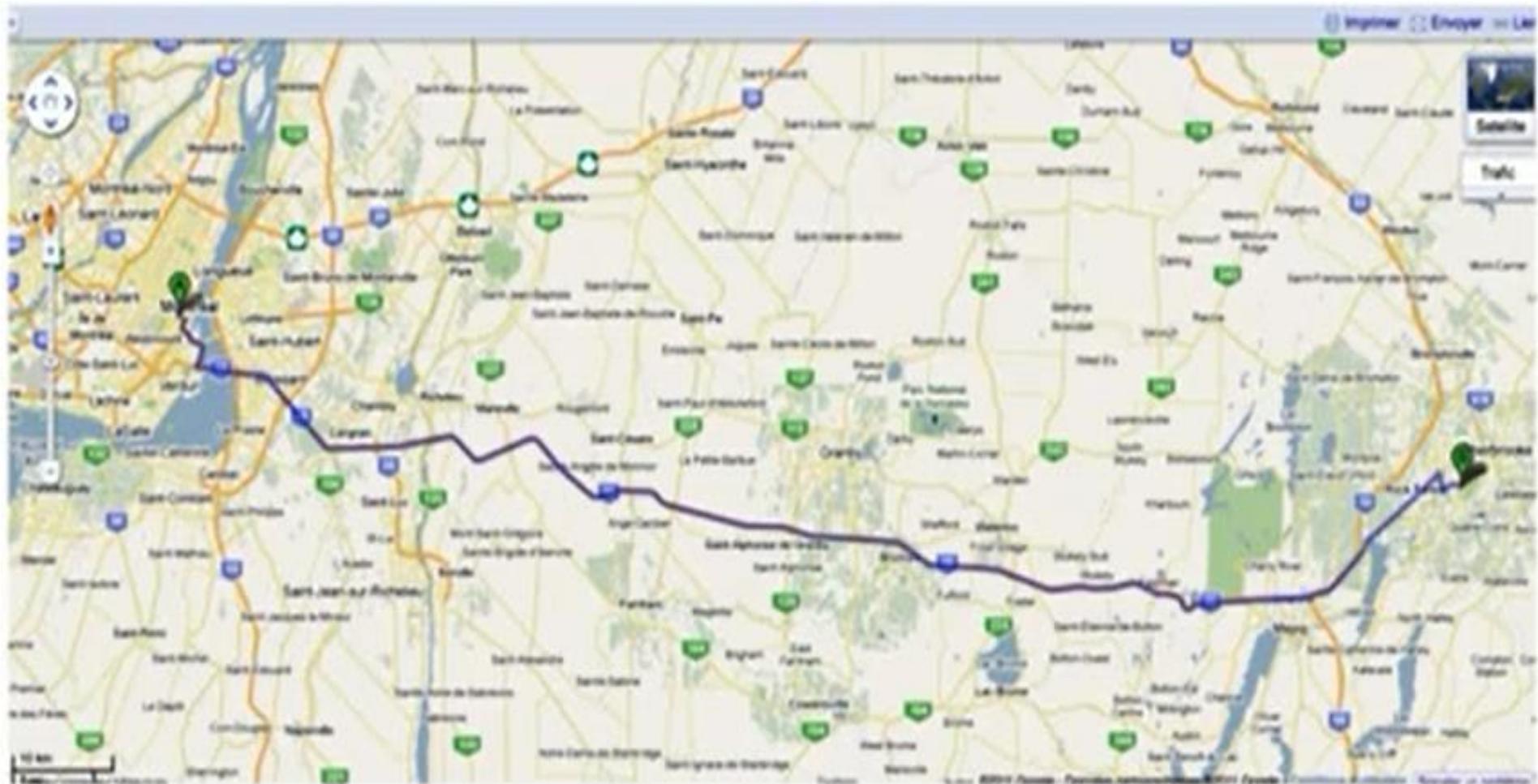
## Exemple : trouver un chemin dans une ville

Trouver un chemin de la 9<sup>e</sup> ave & 50<sup>e</sup> rue à la 3<sup>e</sup> ave et 51<sup>e</sup> rue



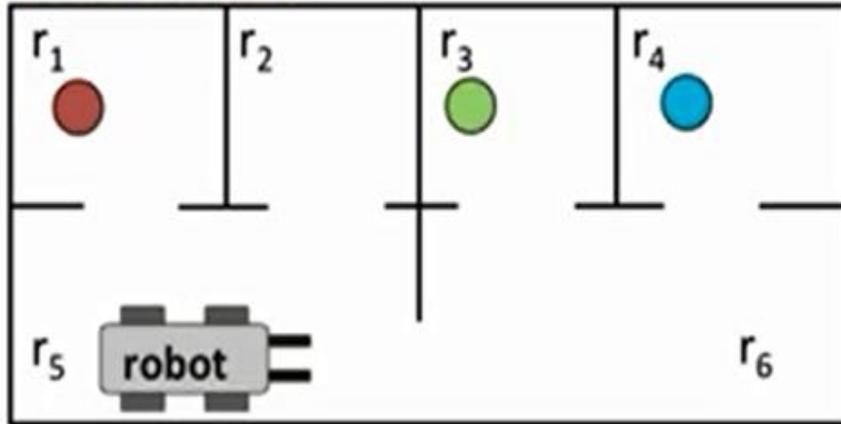
# Résolutions des problèmes

## Exemple : Google Maps

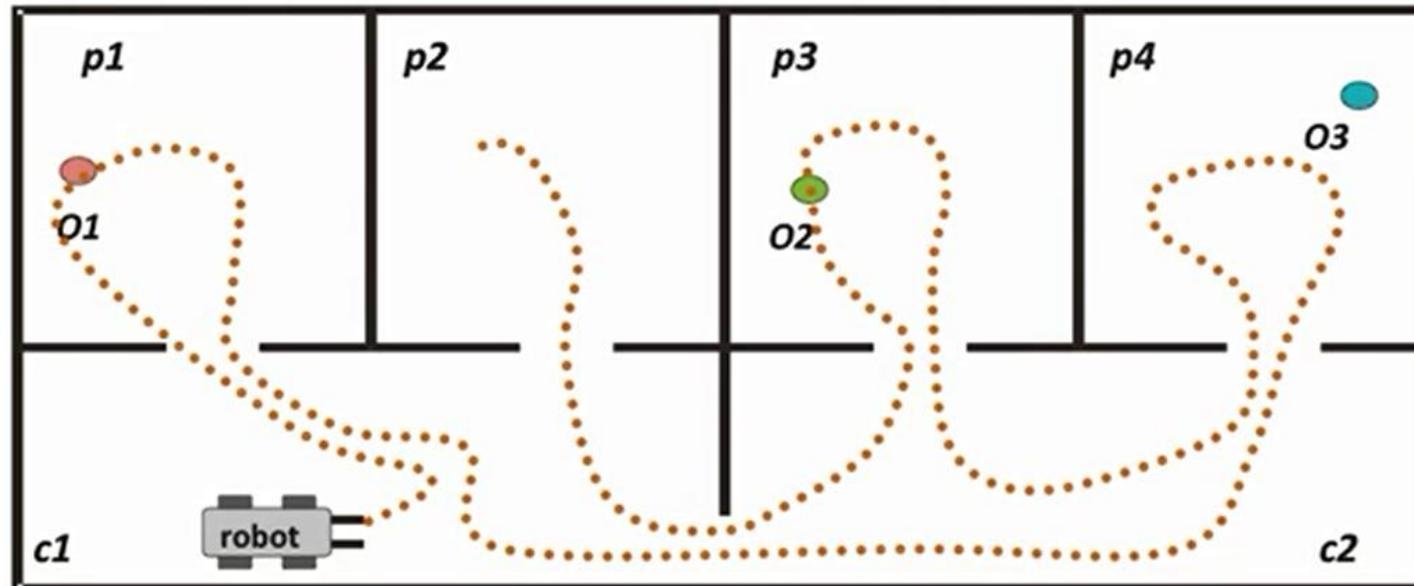
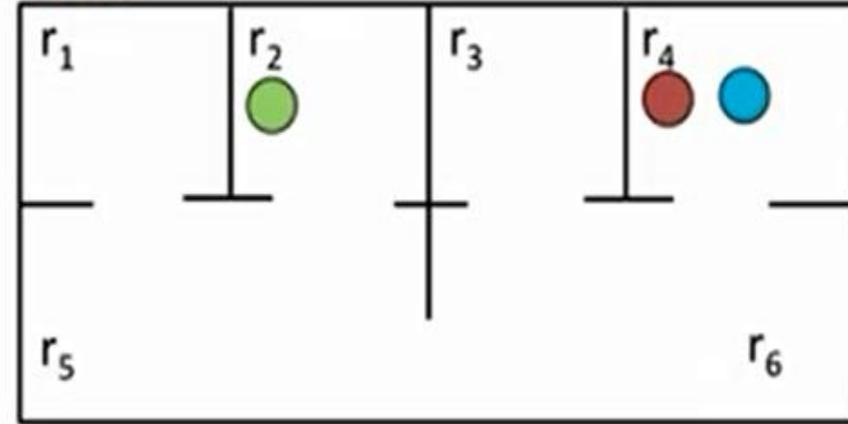


## Exemple : livrer des colis

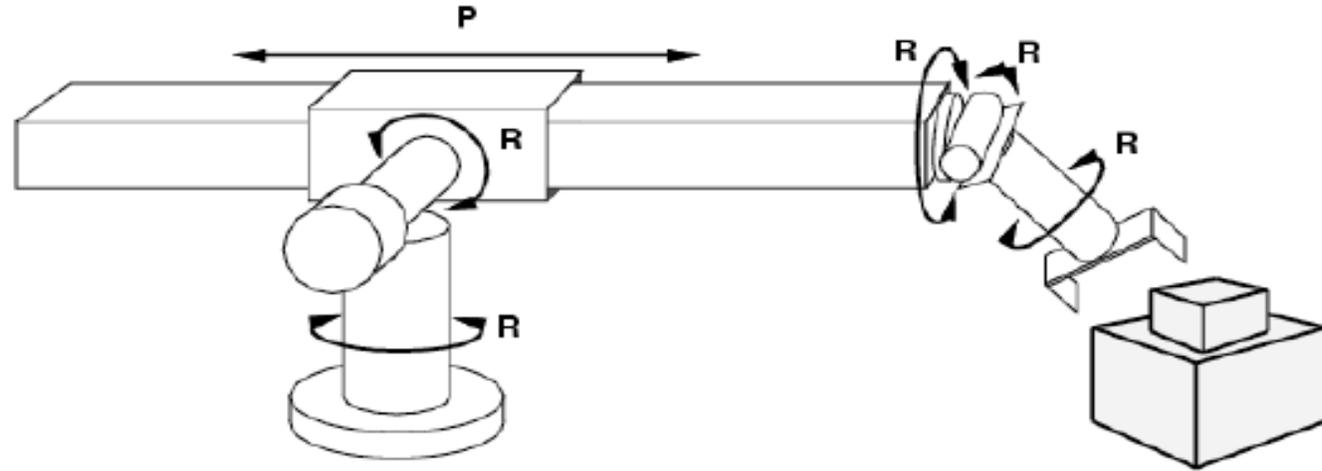
État initial



But



## Exemple: Agent bras manipulateur



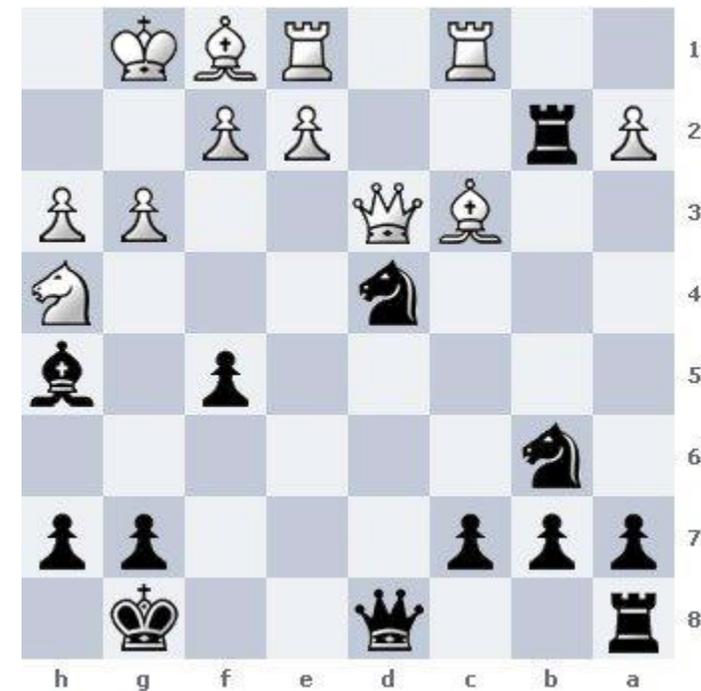
- Etats? configuration du bras, objets à assembler
- Actions? mouvements du bras
- Test état but? objet assemblé (positions relatives des pièces)
- Coût? temps; nombre d'actions

## Exemple : Jeu d'échec

Etat initial



Etat but



# Résolutions des problèmes

## Exemple : N-Puzzle (Jeu de Taquin)

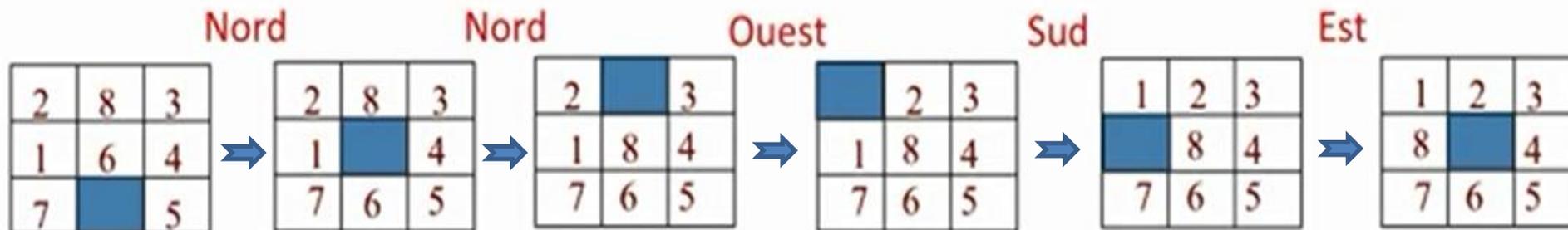
Etat initial

2	8	3
1	6	4
7		5

?

Etat but

1	2	3
8		4
7	6	5

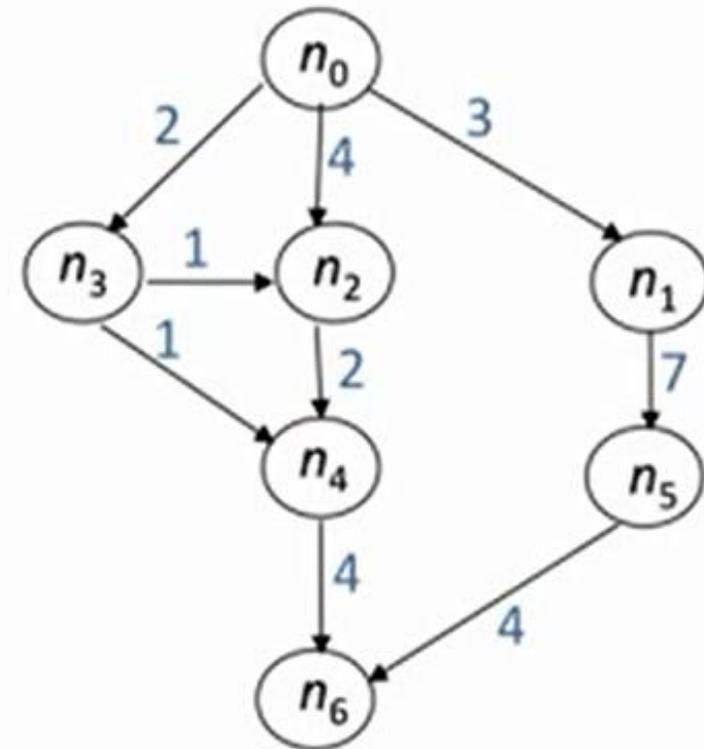


## Problème de recherche dans un graphe

- Algorithme de recherche dans un graphe
  - ◆ Entrées :
    - » un nœud initial
    - » une fonction  $goal(n)$  qui retourne *true* si le but est atteint
    - » une fonction de transition  $transitions(n)$  qui retourne les nœuds successeurs de  $n$
    - » une fonction  $c(n,n')$  strictement positive, qui retourne le coût de passer de  $n$  à  $n'$  (permet de considérer le cas avec coûts variables)
  - ◆ Sortie :
    - » un chemin dans un graphe (séquence nœuds / arrêtes)
  - ◆ Le **coût d'un chemin** est la **somme des coûts des arrêtes** dans le graphe
  - ◆ Il peut y avoir plusieurs nœuds qui satisfont le but
- Enjeux :
  - ◆ trouver un chemin solution, ou
  - ◆ trouver un chemin optimal, ou
  - ◆ trouver rapidement un chemin (optimalité pas importante)

## Exemple : trouver chemin entre deux villes

- Villes : nœuds
- Chemins entre deux villes : arrêtes
- Ville de départ : nœud (état) initial  $n_0$
- Routes entre les villes :  $transitions(n_0) = (n_3, n_2, n_1)$
- Distances entre les villes :  $c(n_0, n_2) = 4$
- Ville de destination :  $goal(n)$  : vrai si  $n=n_6$   
(où  $n_6$  est le nœud de la ville de destination)



# Algorithmes de recherche

Tout problème de recherche est caractérisé par une situation de départ et un but à atteindre et un espace de recherche:

- L'espace de recherche est composé de l'ensemble des états possibles.
- Déterminer les opérations possibles pour passer d'un état à un autre.
- Déterminer une stratégie de recherche.

Il existe différentes stratégies :

- **Non informées (Aveugles) :**

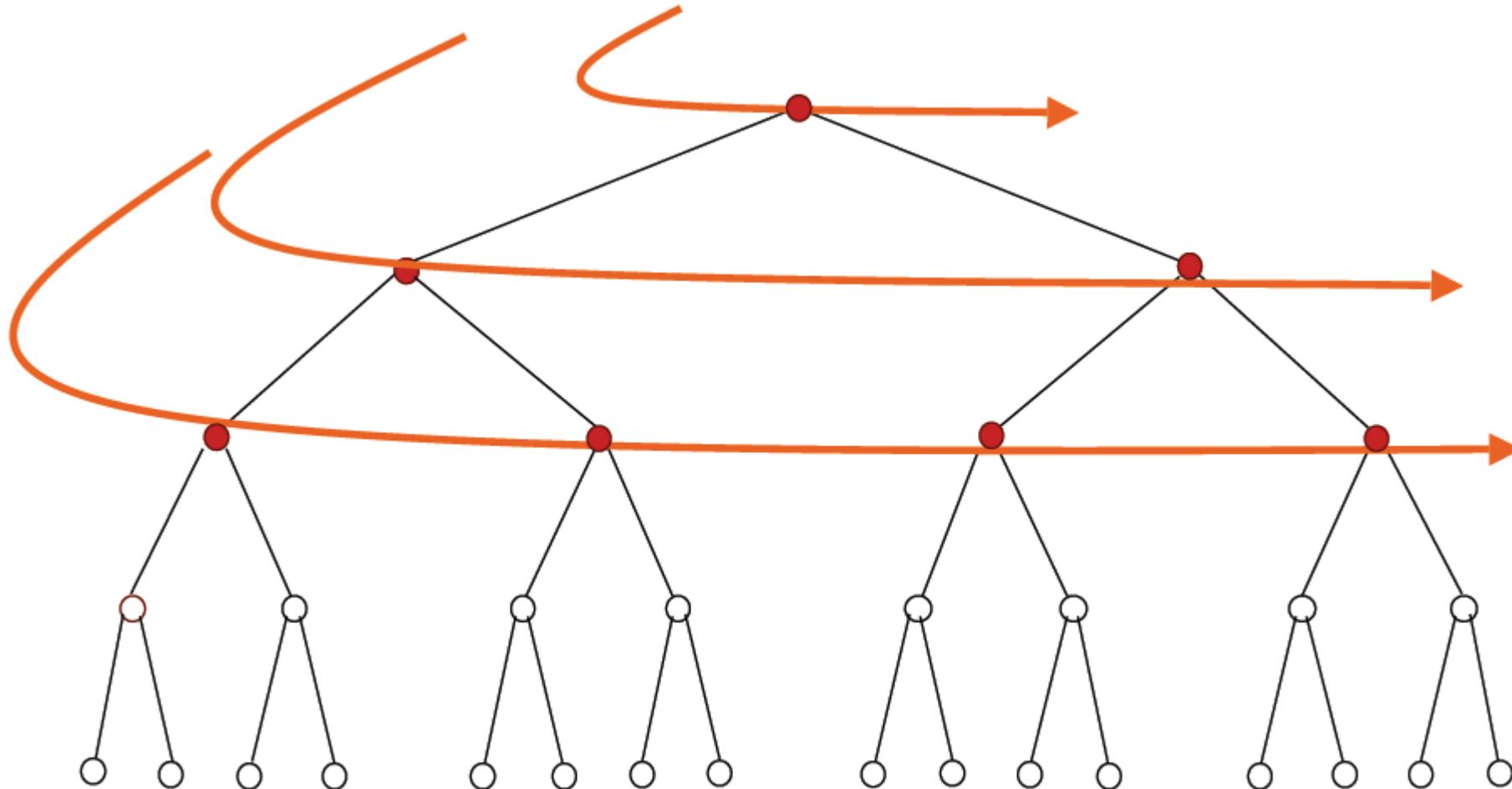
- En largeur d'abord (breadth-first search)
- En profondeur d'abord (depth-first search) et ses variantes

- **Informées :**

- A coût uniforme
- Meilleur d'abord (Best-first search),
  - Recherche gloutonne (greedy best-first search),
  - Algorithme A\*

## Algorithme de recherche : Largeur d'abord

- Principe : Pour un nœud donné, explorer les nœuds frères avant d'explorer leurs enfants.



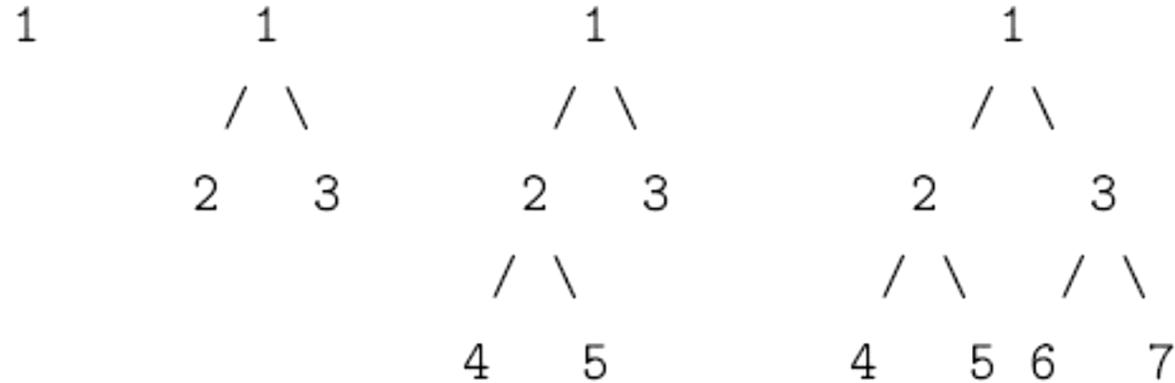
# Algorithme de recherche : Largeur d'abord

## Algorithme Largeur d'abord :

- 1- Mettre le nœud *état initial* dans une file FIFO : **OPEN**
- 2- Si **n** correspond à l'état final alors succès
- 3- Si **OPEN** est vide alors Echec
- 4- Retirer **n** de **OPEN**
- 5- Si **n** n'a pas de successeur alors aller à 3 sinon :
  - Développer les successeurs de **n**
  - Les insérer dans **OPEN**
  - Etablir le chaînage
  - Insérer **n** dans **Closed** (une file contenant les nœuds déjà explorés)
- 6- Si parmi les successeurs il existe des états finaux alors succès sinon aller à 3

# Algorithme de recherche : Largeur d'abord

- Parcours d'un arbre



1. Mettre 1 dans la liste. On obtient [1].

2. Enlever le premier élément de la liste (le 1) et rajouter ses successeurs 2, 3.

On obtient [2,3].

3. Enlever le premier élément de la liste (le 2) et rajouter ses successeurs 4, 5.

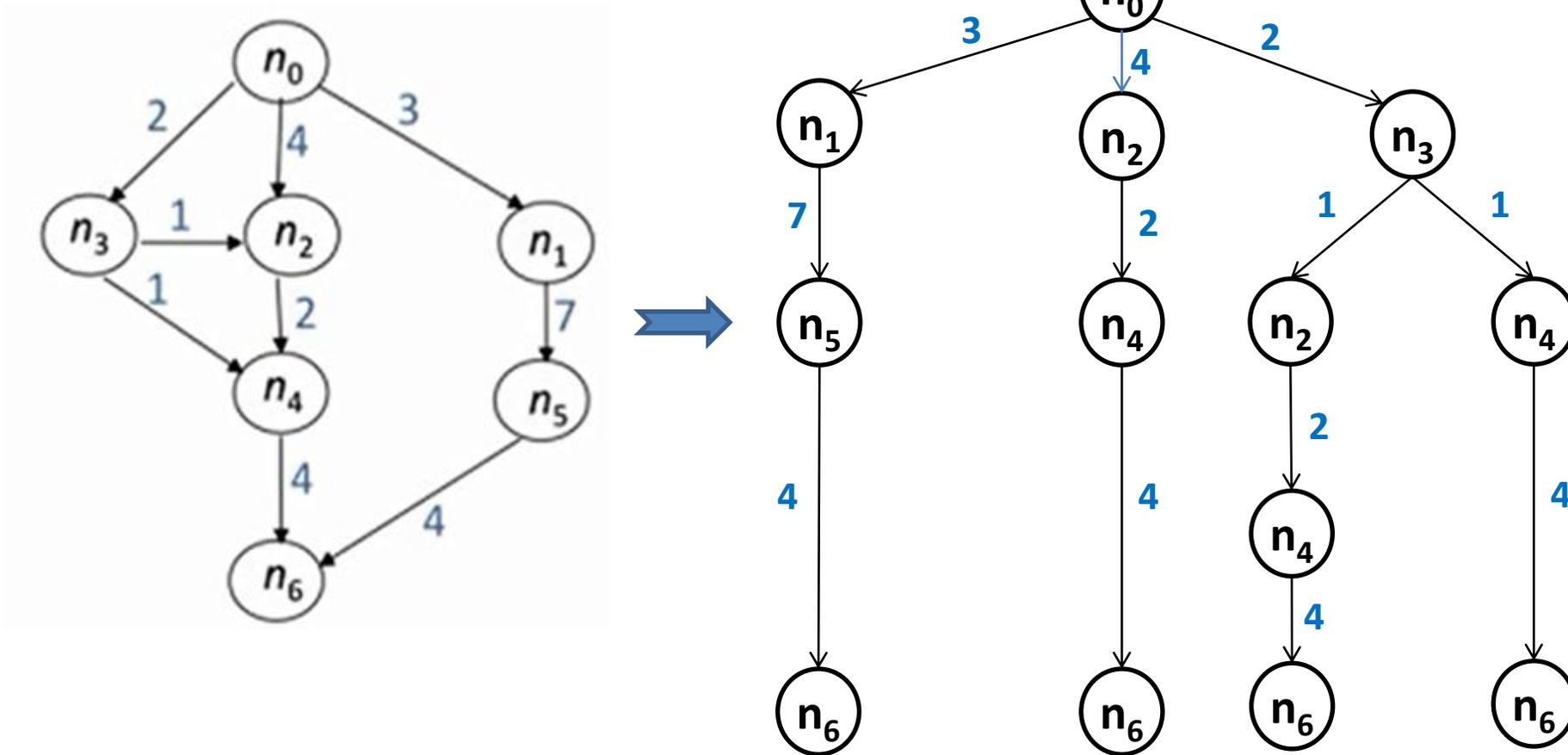
On obtient [3,4,5].

4. Enlever le premier élément de la liste (le 3) et rajouter ses successeurs 6, 7.

On obtient [4,5,6,7].

# Algorithme de recherche : Largeur d'abord

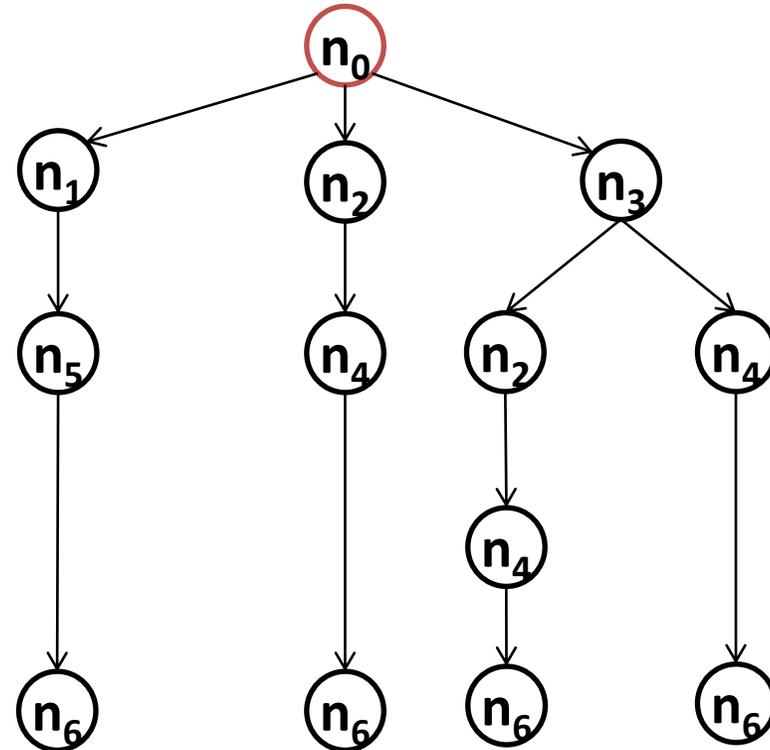
Exemple : Chemin entre deux villes  $n_0$  et  $n_6$



# Algorithme de recherche : Largeur d'abord

## ▪ Déroulement :

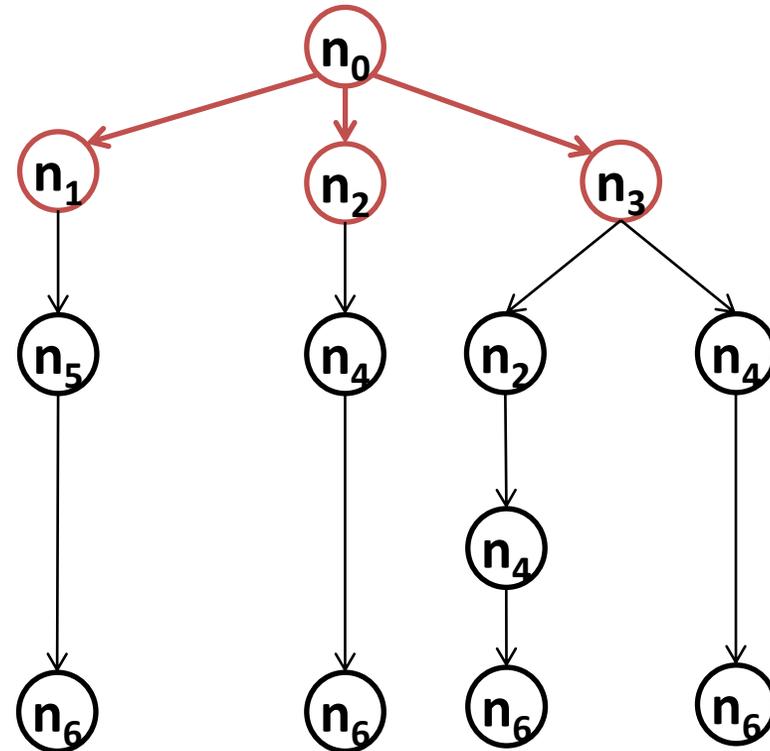
1. Mettre  $n_0$  dans la liste **Open**. On obtient  $[n_0]$ .



# Algorithme de recherche : Largeur d'abord

## ▪ Déroulement :

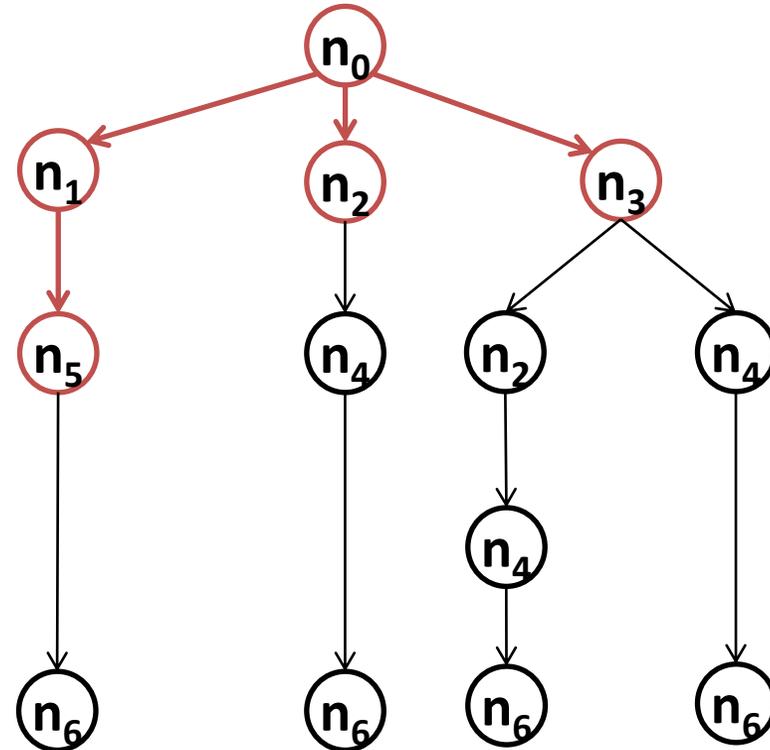
1. Mettre  $n_0$  dans la liste **Open**. On obtient  $[n_0]$ .
2. Enlever le premier élément de la liste (le  $n_0$ ) et rajouter ses successeurs  $n_1, n_2, n_3$ . On obtient  $[n_1, n_2, n_3]$ .



# Algorithme de recherche : Largeur d'abord

## ▪ Déroulement :

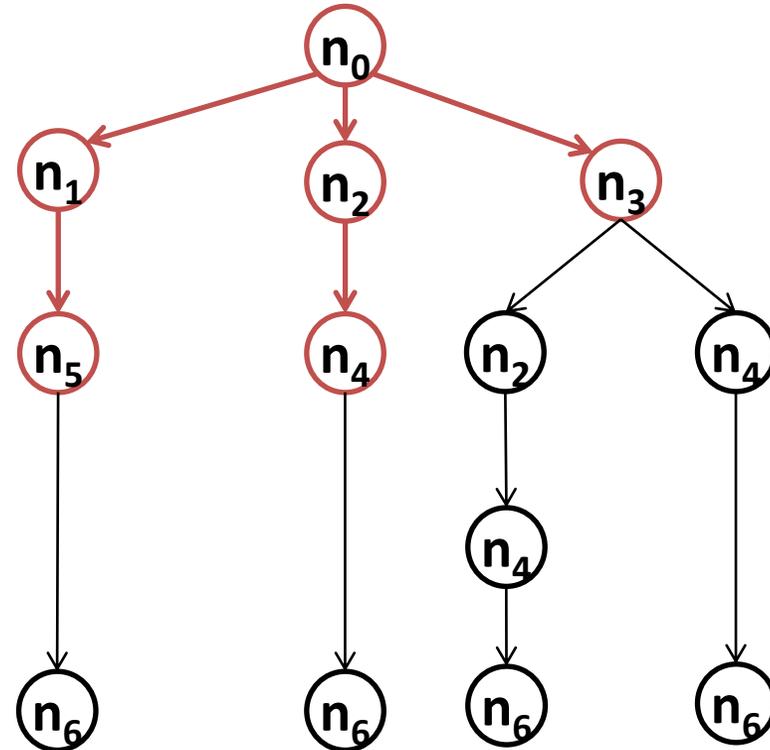
1. Mettre  $n_0$  dans la liste **Open**. On obtient  $[n_0]$ .
2. Enlever le premier élément de la liste (le  $n_0$ ) et rajouter ses successeurs  $n_1, n_2, n_3$ . On obtient  $[n_1, n_2, n_3]$ .
3. Enlever le premier élément de la liste (le  $n_1$ ) et rajouter son successeurs  $n_5$ . On obtient  $[n_2, n_3, n_5]$ .



# Algorithme de recherche : Largeur d'abord

## ▪ Déroulement :

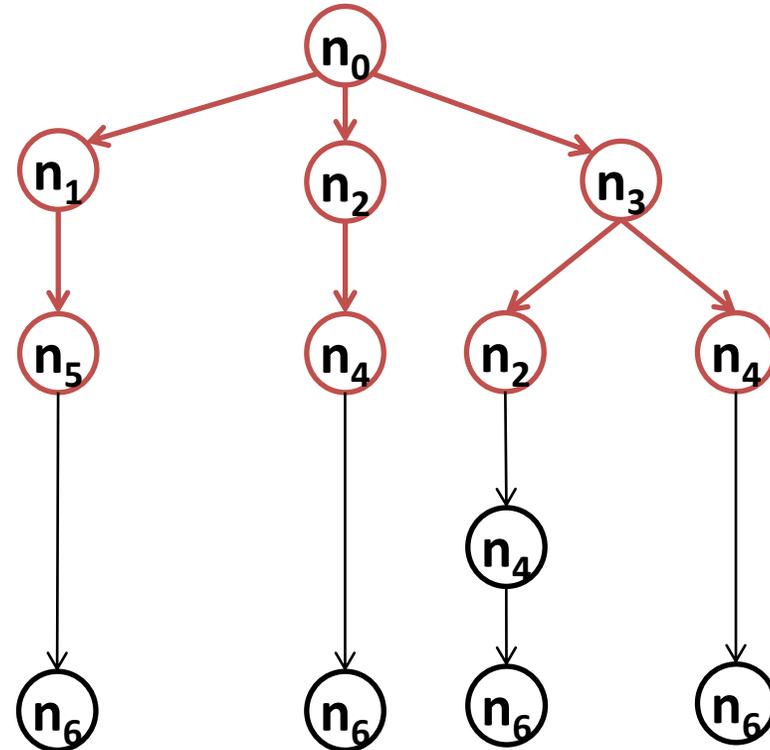
1. Mettre  $n_0$  dans la liste **Open**. On obtient  $[n_0]$ .
2. Enlever le premier élément de la liste (le  $n_0$ ) et rajouter ses successeurs  $n_1, n_2, n_3$ . On obtient  $[n_1, n_2, n_3]$ .
3. Enlever le premier élément de la liste (le  $n_1$ ) et rajouter son successeurs  $n_5$ . On obtient  $[n_2, n_3, n_5]$ .
4. Enlever le premier élément de la liste (le  $n_2$ ) et rajouter son successeurs  $n_4$ . On obtient  $[n_3, n_5, n_4]$ .



# Algorithme de recherche : Largeur d'abord

## ▪ Déroulement :

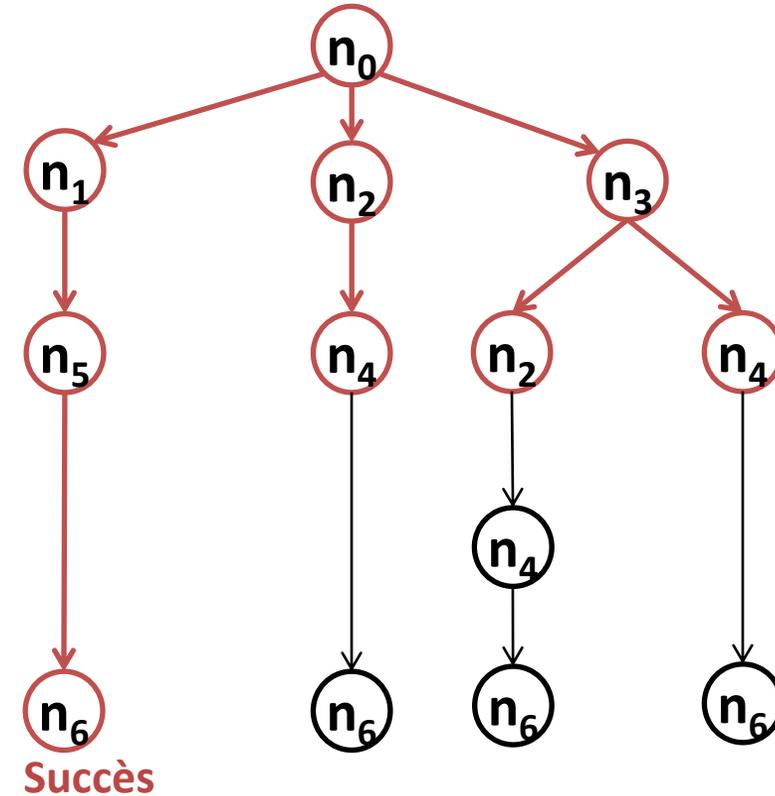
1. Mettre  $n_0$  dans la liste **Open**. On obtient  $[n_0]$ .
2. Enlever le premier élément de la liste (le  $n_0$ ) et rajouter ses successeurs  $n_1, n_2, n_3$ . On obtient  $[n_1, n_2, n_3]$ .
3. Enlever le premier élément de la liste (le  $n_1$ ) et rajouter son successeur  $n_5$ . On obtient  $[n_2, n_3, n_5]$ .
4. Enlever le premier élément de la liste (le  $n_2$ ) et rajouter son successeur  $n_4$ . On obtient  $[n_3, n_5, n_4]$ .
5. Enlever le premier élément de la liste (le  $n_3$ ) et rajouter ses successeurs  $n_2, n_4$ . On obtient  $[n_5, n_4, n_2, n_4]$ .



# Algorithme de recherche : Largeur d'abord

## ▪ Déroulement :

1. Mettre  $n_0$  dans la liste **Open**. On obtient  $[n_0]$ .
2. Enlever le premier élément de la liste (le  $n_0$ ) et rajouter ses successeurs  $n_1, n_2, n_3$ . On obtient  $[n_1, n_2, n_3]$ .
3. Enlever le premier élément de la liste (le  $n_1$ ) et rajouter son successeur  $n_5$ . On obtient  $[n_2, n_3, n_5]$ .
4. Enlever le premier élément de la liste (le  $n_2$ ) et rajouter son successeur  $n_4$ . On obtient  $[n_3, n_5, n_4]$ .
5. Enlever le premier élément de la liste (le  $n_3$ ) et rajouter ses successeurs  $n_2, n_4$ .et On obtient  $[n_5, n_4, n_2, n_4]$ .
6. Enlever le premier élément de la liste (le  $n_5$ ) et rajouter son successeur  $n_6$ .et On obtient  $[n_4, n_2, n_4, n_6]$ .



$n_6$  Apparaît dans Open  
alors arrêter



# Algorithme de recherche : Profondeur d'abord

## Algorithme Profondeur d'abord :

1- Mettre le nœud **état initial** dans une pile LIFO : **OPEN**

2- Si pile vide alors Echec

3- Dépiler **n**

4- Développer les successeurs de **n**

- Si successeurs existent alors

- Empiler les successeurs

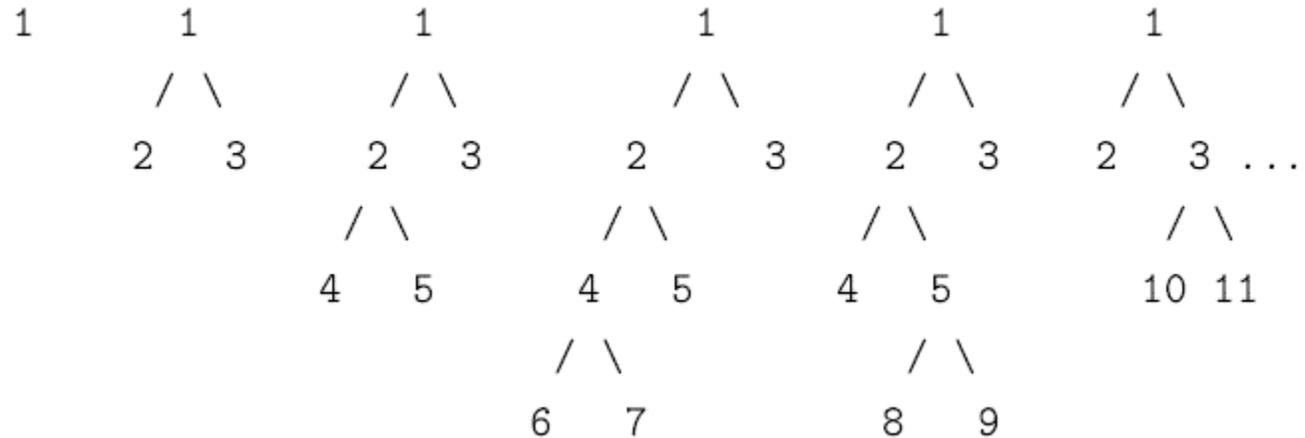
- Etablir le chaînage successeur de **n**

- Mettre **n** dans **Closed**

6- Si parmi les successeurs il existe des états finaux alors succès sinon aller à 2

# Algorithme de recherche : Profondeur d'abord

## ▪ Parcours d'un arbre



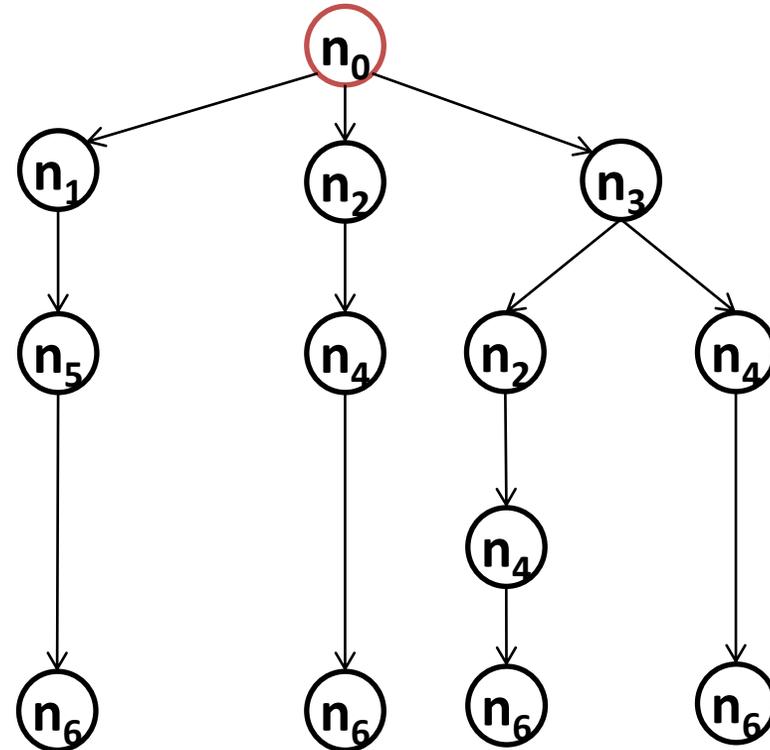
On utilise une structure de pile :

1. Mettre 1 dans la pile. On obtient [1].
2. Enlever le premier élément de la pile (le 1) et rajouter ses successeurs 2, 3. On obtient [2,3].
3. Enlever le premier élément de la pile (le 2) et rajouter ses successeurs 4, 5. On obtient [4,5,3].
4. Enlever le premier élément de la pile (le 4) et rajouter ses successeurs 6, 7. On obtient [6,7,5,3].
5. Enlever le premier élément de la pile (le 6) qui n'a pas de successeurs. On obtient [7,5,3].
6. Enlever le premier élément de la pile (le 7) qui n'a pas de successeurs. On obtient [5,3].
7. Enlever le premier élément de la pile (le 5) et rajouter ses successeurs 8, 9. On obtient [8,9,3].
8. Enlever le premier élément de la pile (le 8) qui n'a pas de successeurs. On obtient [9,3].
9. Enlever le premier élément de la pile (le 9) qui n'a pas de successeurs. On obtient [3].
10. Enlever le premier élément de la pile (le 3) et rajouter ses successeurs 10, 11. On obtient [10,11].....

# Algorithme de recherche : Profondeur d'abord

- **Déroulement :**

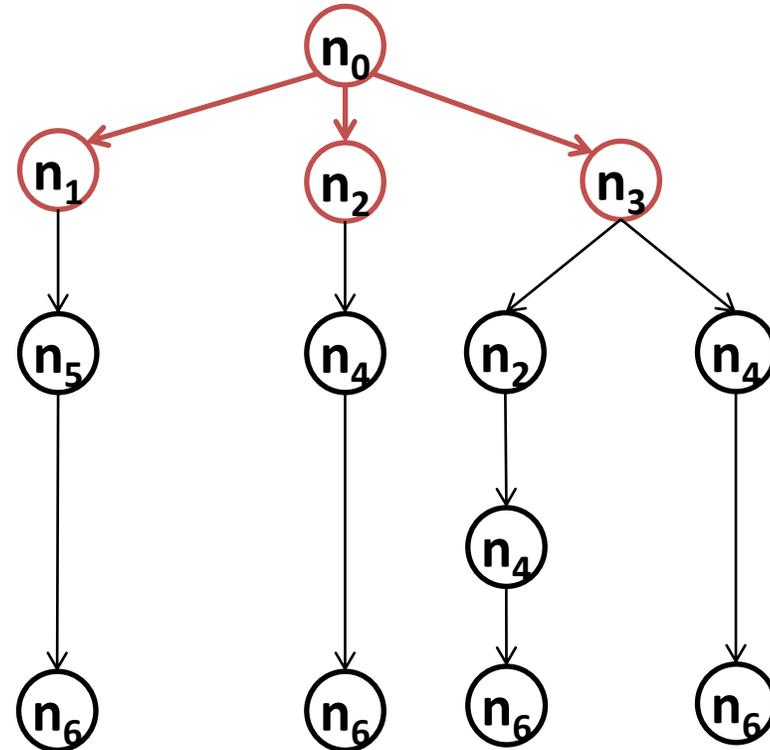
1. Mettre  $n_0$  dans la pile **Open**. On obtient  $[n_0]$ .



# Algorithme de recherche : Profondeur d'abord

## ▪ Déroulement :

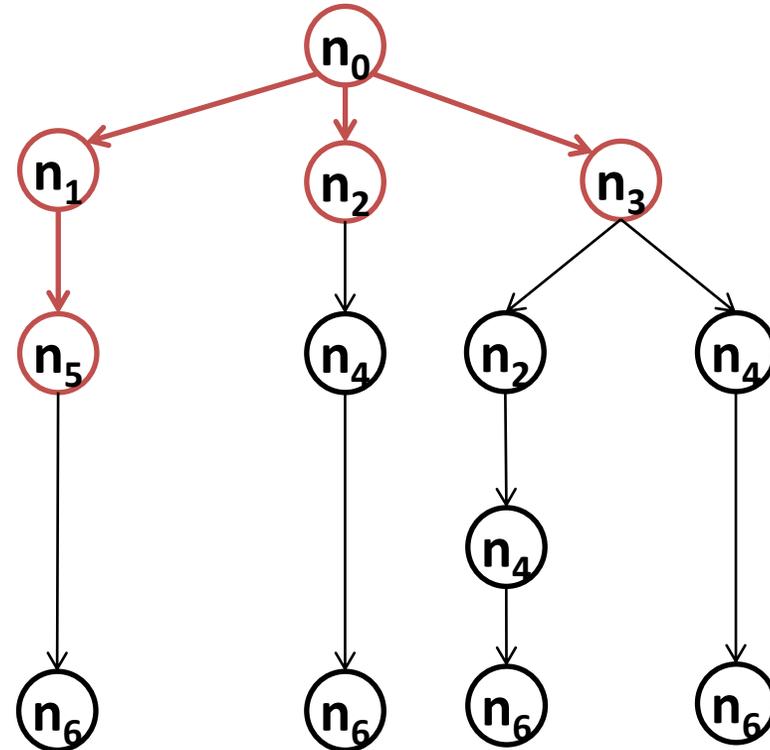
1. Mettre  $n_0$  dans la pile **Open**. On obtient  $[n_0]$ .
2. Enlever le premier élément de la pile (le  $n_0$ ) et rajouter ses successeurs  $n_1, n_2, n_3$ . On obtient  $[n_1, n_2, n_3]$ .



# Algorithme de recherche : Profondeur d'abord

## ▪ Déroulement :

1. Mettre  $n_0$  dans la pile **Open**. On obtient  $[n_0]$ .
2. Enlever le premier élément de la pile (le  $n_0$ ) et rajouter ses successeurs  $n_1, n_2, n_3$ . On obtient  $[n_1, n_2, n_3]$ .
3. Enlever le premier élément de la pile (le  $n_1$ ) et rajouter ses successeurs  $n_5$ . On obtient  $[n_5, n_2, n_3]$ .

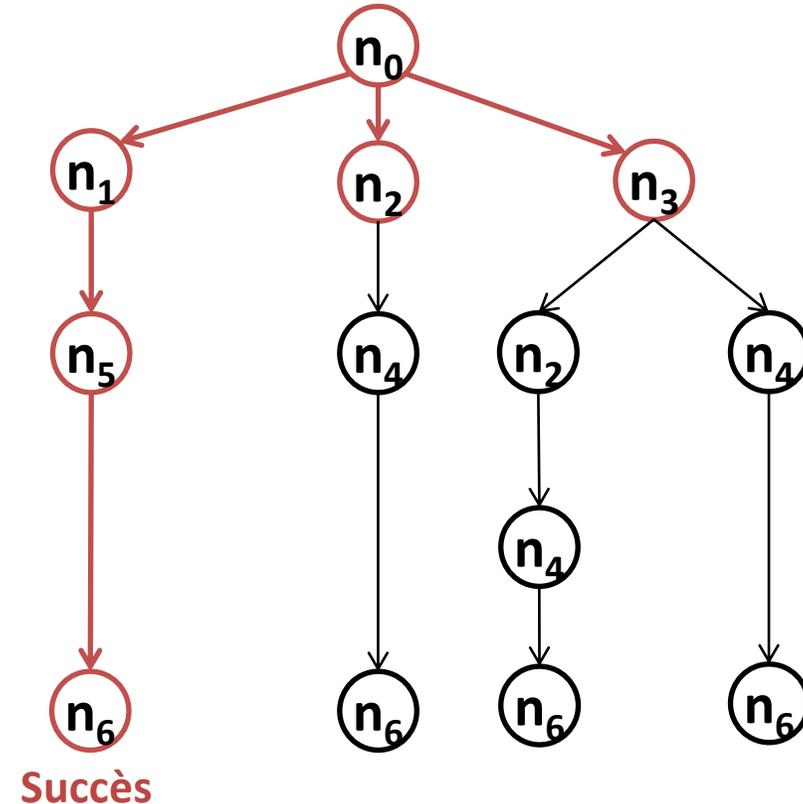


# Algorithme de recherche : Profondeur d'abord

## ▪ Déroulement :

1. Mettre  $n_0$  dans la pile **Open**. On obtient  $[n_0]$ .
2. Enlever le premier élément de la pile (le  $n_0$ ) et rajouter ses successeurs  $n_1, n_2, n_3$ . On obtient  $[n_1, n_2, n_3]$ .
3. Enlever le premier élément de la pile (le  $n_1$ ) et rajouter ses successeurs  $n_5$ . On obtient  $[n_5, n_2, n_3]$ .
4. Enlever le premier élément de la pile (le  $n_5$ ) et rajouter ses successeurs  $n_6$ . On obtient  $[n_6, n_2, n_3]$ .

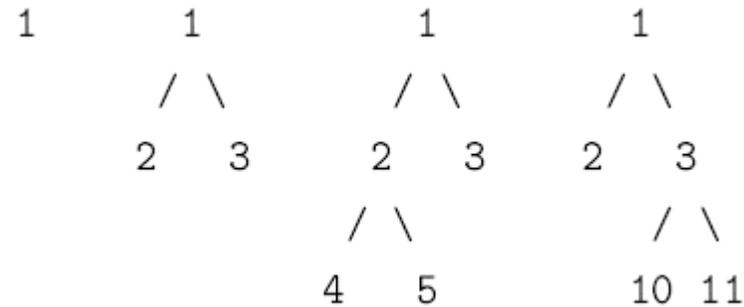
$n_6$  Apparaît dans Open  
alors arrêter



# Algorithme de recherche : Profondeur limitée

C'est une recherche en profondeur d'abord où l'on explore les états jusqu'à une profondeur limitée.

Exemple avec limite = 2



On rajoute les successeurs d'un état uniquement si on n'a pas dépassé la limite 2.

1. Mettre 1 dans la pile avec sa profondeur. On obtient [(1,0)].
2. Enlever le premier élément de la pile (1, 0) et rajouter ses successeurs 2, 3 si on n'a pas dépassé la limite. On obtient [(2,1),(3,1)].
3. Enlever le premier élément de la pile (2, 1) et rajouter ses successeurs 4, 5 si on n'a pas dépassé la limite. On obtient [(4,2),(5,2),(3,1)].
4. Enlever le premier élément de la pile (4, 2) et ne rien rajouter. On obtient [(5,2),(3,1)].
5. Enlever le premier élément de la pile (5, 2) et ne rien rajouter. On obtient [(3,1)].
6. Enlever le premier élément de la pile (3, 1) et rajouter ses successeurs 10, 11 si on n'a pas dépassé la limite. On obtient [(10,2),(11,2)].
7. Enlever le premier élément de la pile (10, 2) et ne rien rajouter. On obtient [(11,2)].
8. Enlever le premier élément de la pile (11, 2) et ne rien rajouter. On obtient [].

## Algorithme de recherche : Profondeur itérative

C'est une itération de la recherche en profondeur limitée.

```
Pour p de 0 a infini faire  
{  
  recherche_profondeur_limitée(p)  
}
```

# Algorithme de recherche : Largeur - Profondeur

## Synthèse

- La stratégie en largeur d'abord est intéressante car s'il existe un chemin vers le but dans les premiers niveaux, elle trouve le plus court chemin.
- La recherche en profondeur d'abord est intéressante aussi parce qu'elle retourne le meilleur chemin Si l'état but se trouve dans les premières branches de l'arbre de recherche.
- ❖ Mais : ces deux stratégies sont dites aveugles car elles ne tiennent pas compte du chemin qui mène à l'état but (aucune information sur le chemin).

## Algorithme de recherche : A coût uniforme

- **Principe** : A chaque arc du graphe est associé un coût de parcours. Cet algorithme fourni une solution de coût optimal.

Soit  $C(n_i, n_j)$  le coût d'un arc allant de  $n_i$  à  $n_j$ .

La fonction de coût d'un nœud  $ns$  qui est le nœud successeur de  $n$  est calculée comme suit :

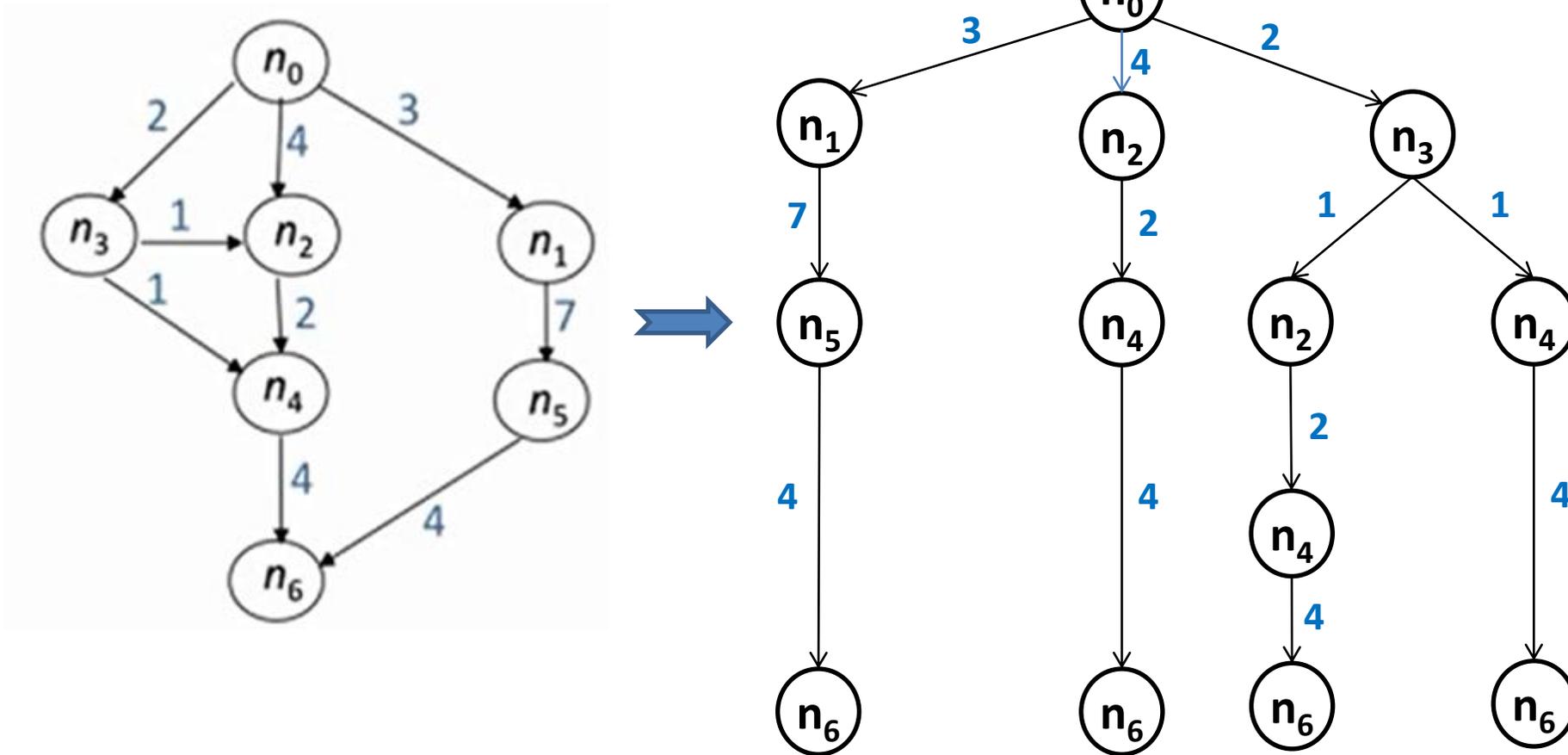
$$g(ns) = g(n) + c(n, ns)$$

$g(n)$  est le coût jusqu'au nœud  $n$

Les nœuds ouverts du graphe sont ordonnés par ordre croissant.

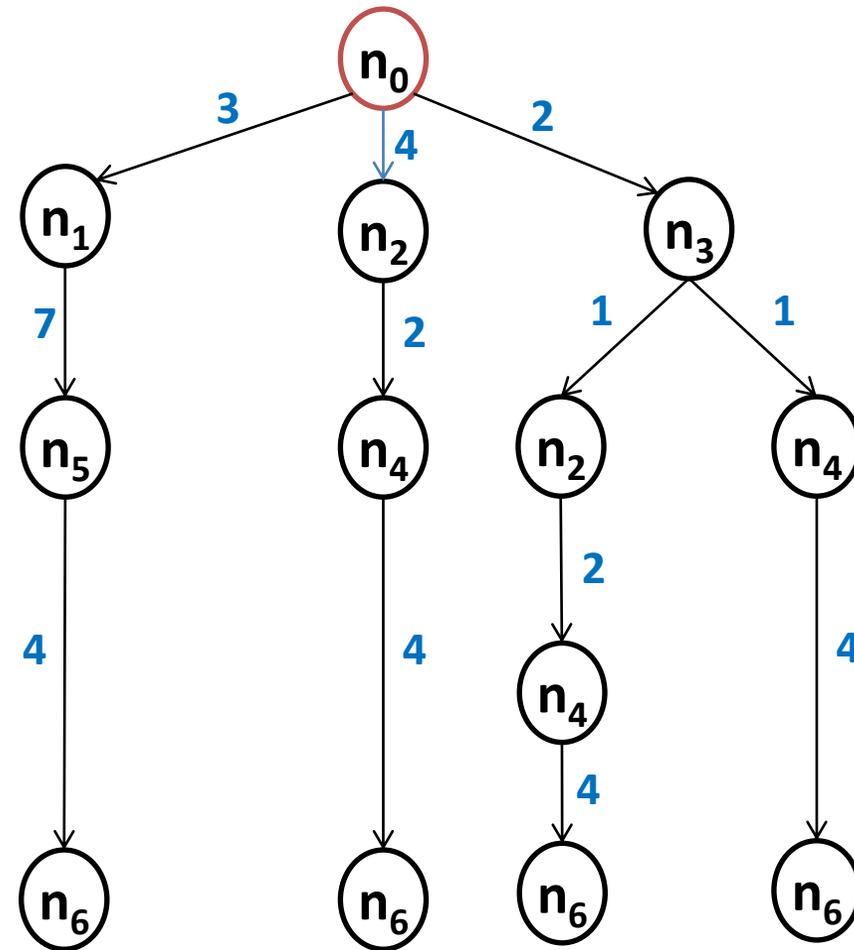
# Algorithme de recherche : A coût uniforme

- Déroulement : Chemin entre deux villes



# Algorithme de recherche : A coût uniforme

1. Mettre  $n_0$  dans la liste avec son coût initial. On obtient  $[(n_0, 0)]$ .



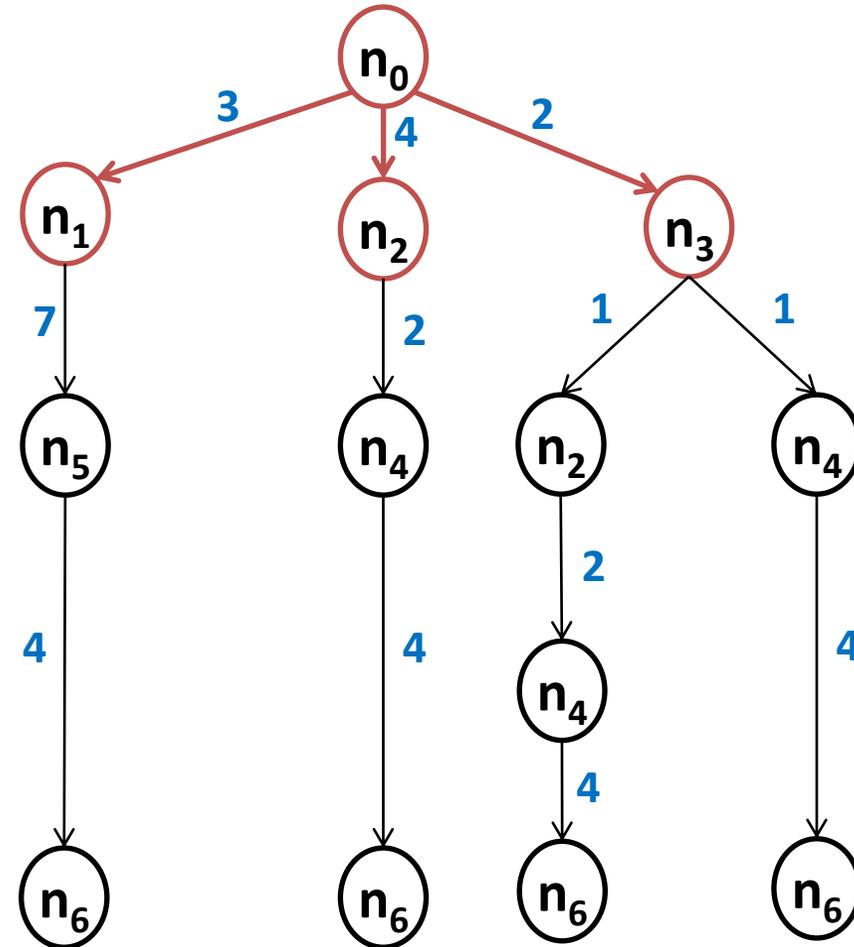
# Algorithme de recherche : A coût uniforme

1. Mettre  $n_0$  dans la liste avec son coût initial. On obtient  $[(n_0, 0)]$ .

2. Enlever le premier élément de la liste  $(n_0, 0)$  et rajouter ses successeurs  $n_1, n_2, n_3$  à la liste d'états en respectant l'ordre croissant. Pour cela on calculera le coût total de chaque successeur :  $g(ns) = g(n) + c(n, ns)$

$$g(n_1) = g(n_0) + c(n_0, n_1) = 3$$

On obtient :  $[(n_3, 2, n_0), (n_1, 3, n_0), (n_2, 4, n_0)]$



# Algorithme de recherche : A coût uniforme

1. Mettre  $n_0$  dans la liste avec son coût initial. On obtient  $[(n_0, 0)]$ .

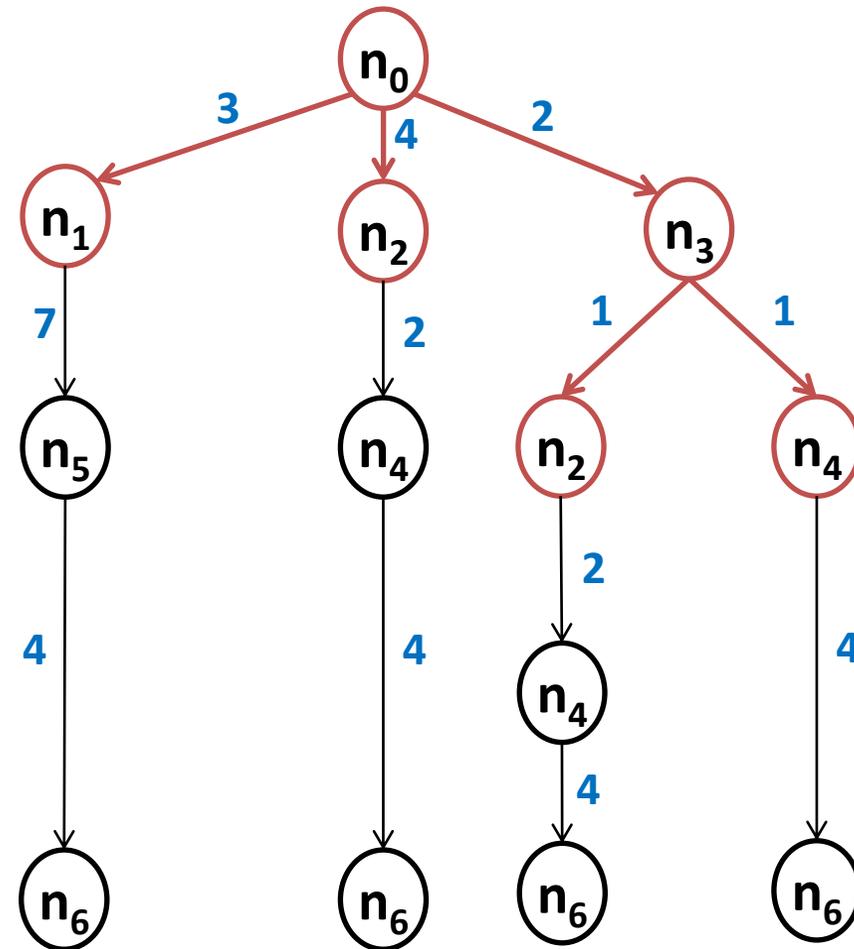
2. Enlever le premier élément de la liste  $(n_0, 0)$  et rajouter ses successeurs  $n_1, n_2, n_3$  à la liste d'états en respectant l'ordre croissant. Pour cela on calculera le coût total de chaque successeur :  $g(ns) = g(n) + c(n, ns)$

$$g(n_1) = g(n_0) + c(n_0, n_1) = 3$$

On obtient :  $[(n_3, 2, n_0), (n_1, 3, n_0), (n_2, 4, n_0)]$

3. Enlever le premier élément de la liste  $(n_3, 2, n_0)$  et rajouter ses successeurs  $n_2, n_4$  à la liste d'états en respectant l'ordre croissant.

On obtient :  $[(n_1, 3, n_0), (n_2, 3, n_3), (n_4, 3, n_3), (n_2, 4, n_0)]$



# Algorithme de recherche : A coût uniforme

1. Mettre  $n_0$  dans la liste avec son coût initial. On obtient  $[(n_0, 0)]$ .

2. Enlever le premier élément de la liste  $(n_0, 0)$  et rajouter ses successeurs  $n_1, n_2, n_3$  à la liste d'états en respectant l'ordre croissant. Pour cela on calculera le coût total de chaque successeur :  $g(ns) = g(n) + c(n, ns)$

$$g(n_1) = g(n_0) + c(n_0, n_1) = 3$$

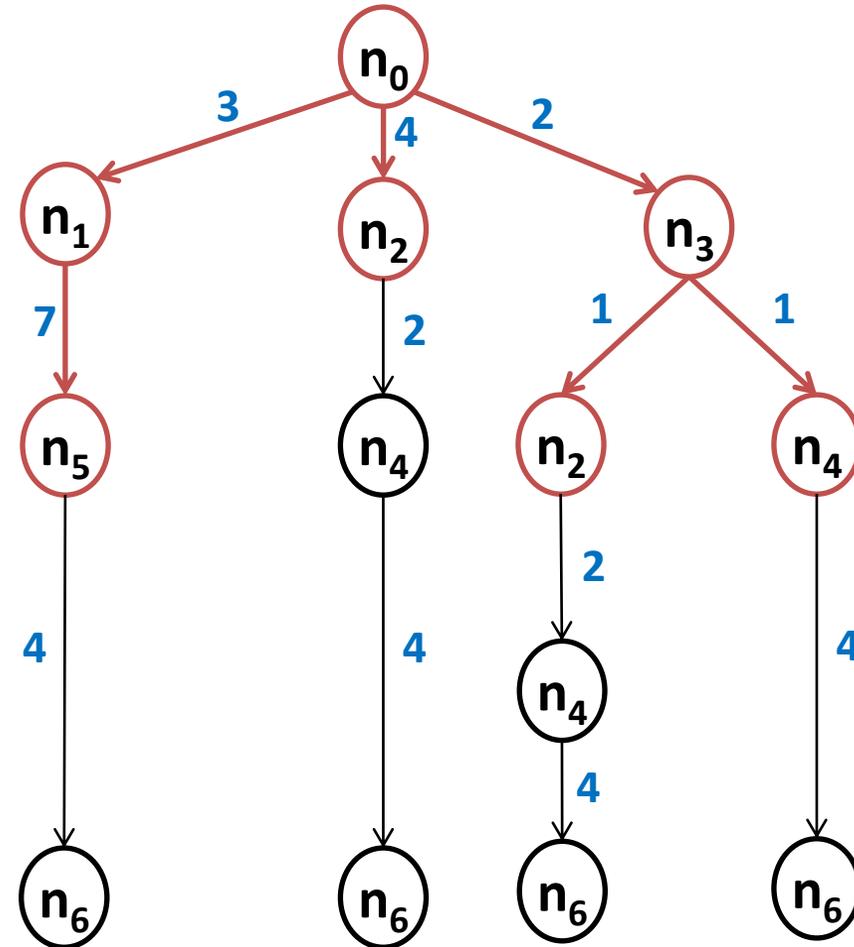
On obtient :  $[(n_3, 2, n_0), (n_1, 3, n_0), (n_2, 4, n_0)]$

3. Enlever le premier élément de la liste  $(n_3, 2, n_0)$  et rajouter ses successeurs  $n_2, n_4$  à la liste d'états en respectant l'ordre croissant.

On obtient :  $[(n_1, 3, n_0), (n_2, 3, n_3), (n_4, 3, n_3), (n_2, 4, n_0)]$

4. Enlever le premier élément de la liste  $(n_1, 3, n_0)$  et rajouter ses successeurs  $n_5$  à la liste d'états en respectant l'ordre croissant.

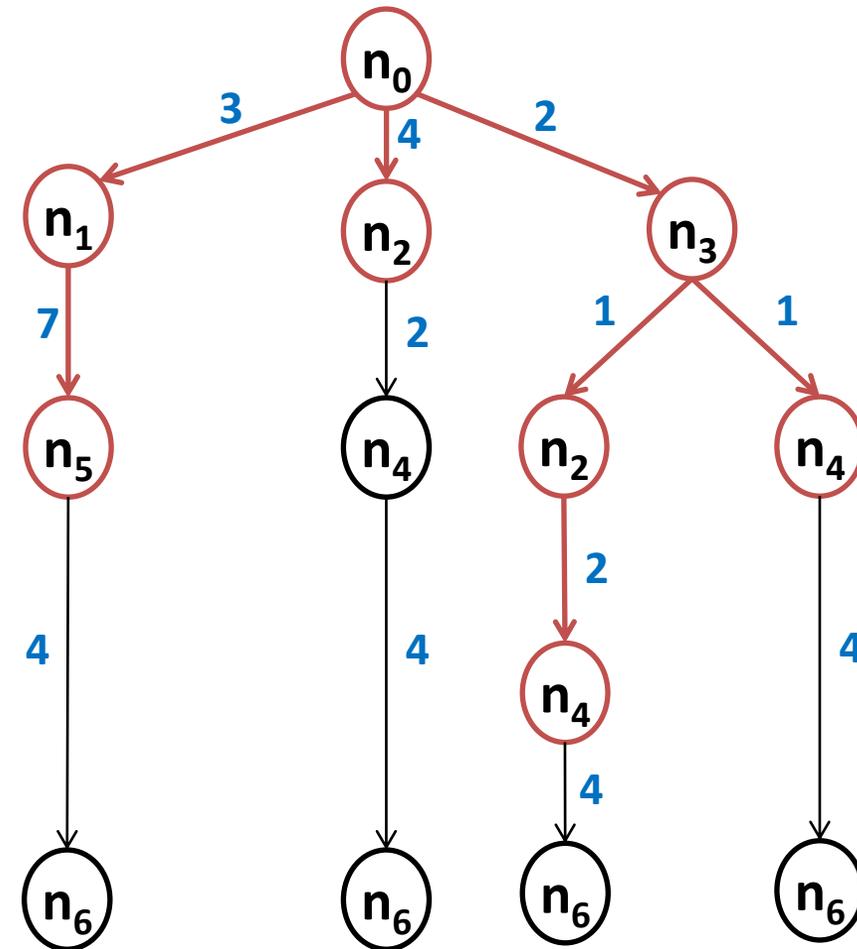
On obtient :  $[(n_2, 3, n_3), (n_4, 3, n_3), (n_2, 4, n_0), (n_5, 10, n_1)]$



# Algorithme de recherche : A coût uniforme

5. Enlever le premier élément de la liste  $(n_2, 3, n_3)$  et rajouter ses successeurs  $n_4$  à la liste d'états en respectant l'ordre croissant.

On obtient :  $[(n_4, 3, n_3), (n_2, 4, n_0), (n_4, 5, n_2), (n_5, 10, n_1)]$



# Algorithme de recherche : A coût uniforme

5. Enlever le premier élément de la liste  $(n_2, 3, n_3)$  et rajouter ses successeurs  $n_4$  à la liste d'états en respectant l'ordre croissant.

On obtient :  $[(n_4, 3, n_3), (n_2, 4, n_0), (n_4, 5, n_2), (n_5, 10, n_1)]$

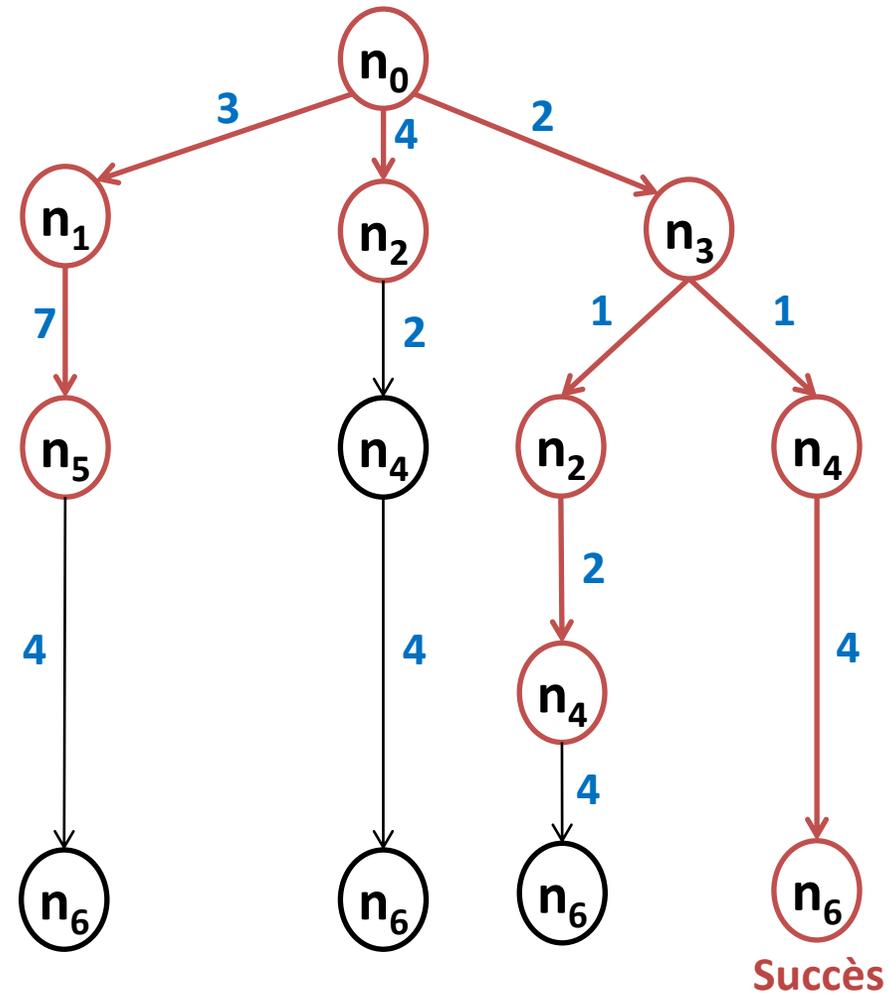
6. Enlever le premier élément de la liste  $(n_4, 3, n_3)$  et rajouter ses successeurs  $n_6$  à la liste d'états en respectant l'ordre croissant.

On obtient :  $[(n_6, 7, n_4), (n_5, 10, n_1)]$

$n_6$  Apparaît dans Open

alors arrêter

Le chemin à coût optimal est :  $n_0, n_3, n_4, n_6$



Si coût de chaque arc = 1, alors recherche à coût uniforme = recherche en largeur d'abord.

# Algorithme de recherche : Heuristique

## Meilleur d'abord : Best-first search

1. Démarrer la recherche avec la liste contenant l'**état initial** du problème.
2. Si la liste n'est pas vide alors :
  - Choisir un état **n** de mesure **minimale** à traiter.
  - Si **n** est un **état final** alors retourner **succès**
  - Sinon, rajouter tous les successeurs de **n** à la liste d'états à traiter par **ordre croissant** selon la mesure d'utilité.  
Recommencer au point 2.
3. Sinon retourner **échec**.

# Algorithme de recherche : Heuristique

## Meilleur d'abord : Best-first search

### Cas particulier 1 : Recherche gloutonne (greedy best-first search)

- La mesure d'utilité est donnée par une fonction d'estimation  **$h$** .
- Pour chaque état  **$n$** ,  **$h(n)$**  représente l'estimation du coût de  **$n$**  vers un état final.

Par exemple, dans le problème du chemin le plus court entre deux villes on peut prendre  **$h(n) = \text{distance directe}$**  entre  **$n$**  et la **ville destination**.

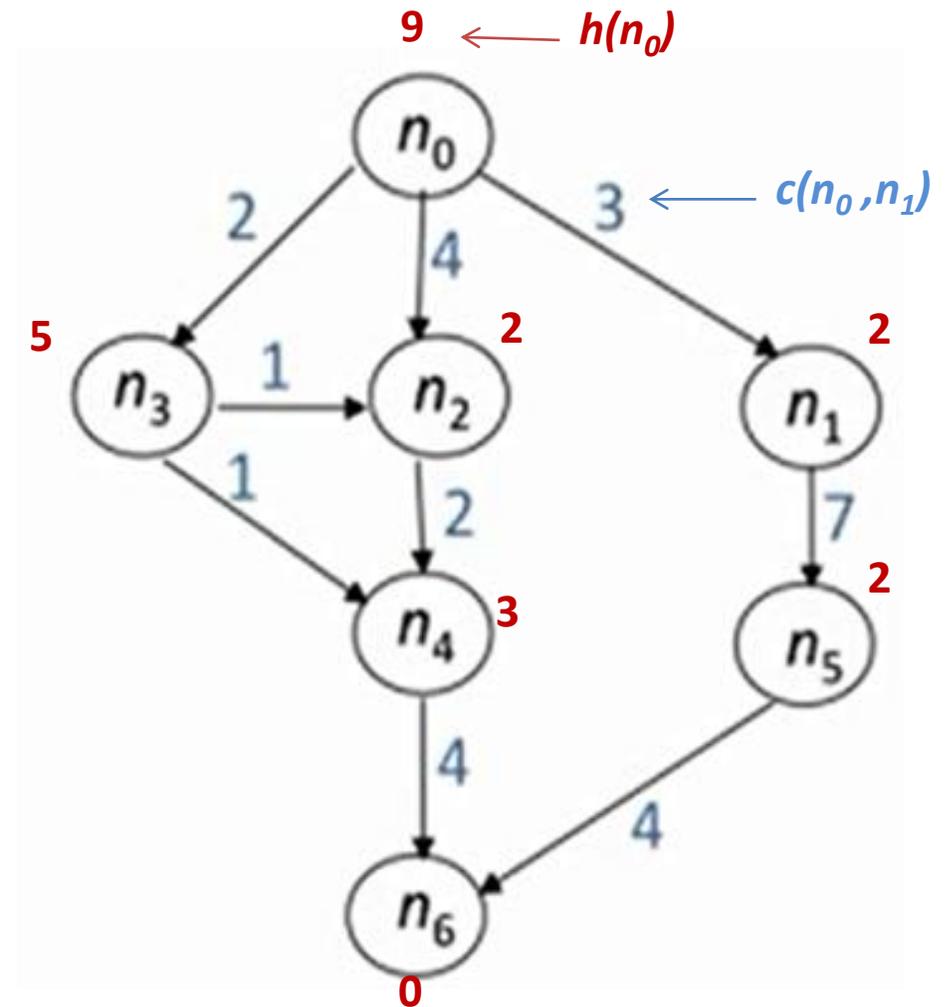
- La recherche gloutonne choisira l'état qui semble le plus proche d'un état final selon la fonction d'estimation.

# Cas particulier 1 : Recherche gloutonne (greedy best-first search)

Etat de la liste Open :

- $(n_0, 9, \text{void})$
- $(n_2, 2, n_0), (n_1, 2, n_0), (n_3, 5, n_0)$
- $(n_1, 2, n_0), (n_4, 3, n_2), (n_3, 5, n_0)$
- $(n_5, 2, n_1), (n_4, 3, n_2), (n_3, 5, n_0)$
- $(n_6, 0, n_5), (n_4, 3, n_2), (n_3, 5, n_0)$

Chemin :  $n_0 \rightarrow n_1 \rightarrow n_5 \rightarrow n_6$



# Algorithme de recherche : Heuristique

## Meilleur d'abord : Best-first search

### Cas particulier 2 : Algorithme A\*

- On évite d'explorer les chemins qui sont déjà chers.
- La mesure d'utilité est donnée par une fonction d'évaluation  $f$ .
- Pour chaque état  $n$  :  $f(n) = g(n) + h(n)$ , où :
  - $g(n)$  est le coût jusqu'à présent pour atteindre  $n$
  - $h(n)$  est le coût estimé pour aller de  $n$  vers un état final.
  - $f(n)$  est le coût total estimé pour aller d'un état initial vers un état final en passant par  $n$ .

$h$  est dite admissible si pour tout  $n$  :  $h(n) \leq c(n)$

$c(n)$  étant le coût réel menant de  $n$  vers l'état final

# Algorithme de recherche : Heuristique

## Algorithme A\*

- Une heuristique  $h(n)$  est une fonction d'estimation du coût restant entre un nœud  $n$  d'un graphe et le nœud **but**.

### **Exemples de fonctions d'heuristique $h$ :**

- Chemin entre deux villes :
  - Distance à vol d'oiseau entre la ville  $n$  et la ville de destination.
- Jeu de taquin :
  - Nombre de nombres mal placés

# Algorithme de recherche : A\*

1. Déclarer deux nœuds ***n***, ***ns***
2. Déclarer deux listes **Open** et **Closed** (vides au départ)
3. Ajouter le nœud **Etat initial** dans **Open**.
4. Si **Open** est vide Alors sortir de la boucle avec un **échec**.
5. ***n*=nœud** à la tête de **Open**
6. Enlever ***n*** de **Open** et l'ajouter dans **Closed**.
7. Si ***n*=but** alors sortir de la boucle et **retourner le chemin**.
8. Sinon : pour chaque successeur ***ns*** de ***n*** :
  - Initialiser la valeur  **$g(ns) = g(n) + c(n, ns)$**
  - Mettre le parent de ***ns*** à ***n***
  - Si **Open** ou **Closed** contient un nœud ***ns'*=*ns*** avec  **$f(ns) \leq f(ns')$**   
Alors enlever ***ns'*** de **Open** ou **Closed** et insérer ***ns*** dans **Open**  
(en respectant l'ordre croissant de ***f***)  
Sinon : Insérer ***ns*** dans **Open** (en respectant l'ordre croissant de ***f***)
  - Aller à 4.

# Algorithme de recherche : Heuristique

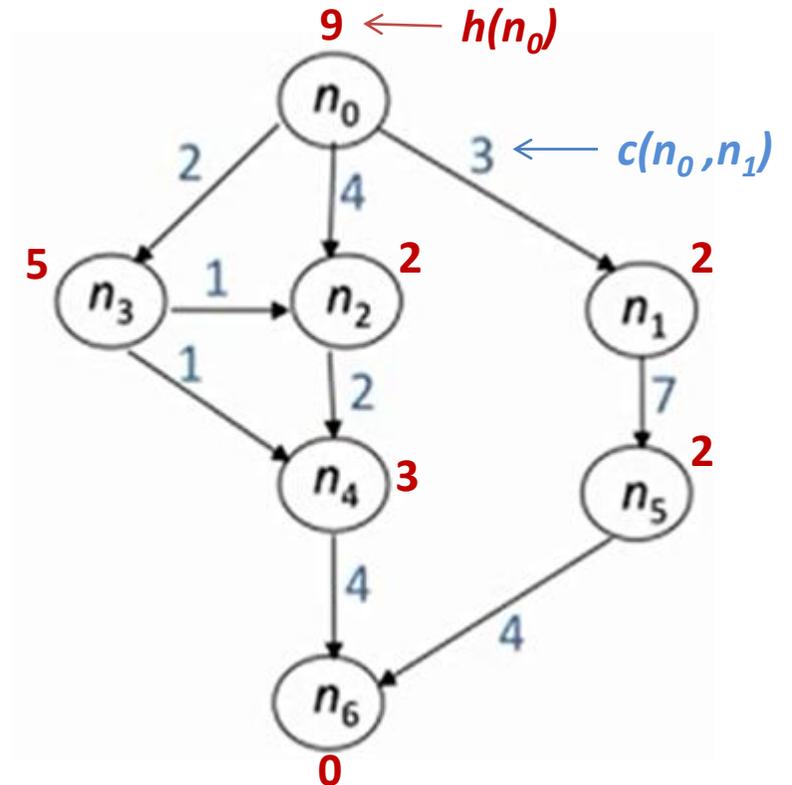
## Algorithme A\* : Exemple de recherche d'un chemin entre deux villes

$n_0$  : ville de départ (noeud initial)

$n_6$  : ville de destination (noeud but)

$h$  : Distance à vol d'oiseau entre une ville et la ville de destination (heuristique)

$c$  : Distance réelle entre deux villes



# Algorithme de recherche : Heuristique

## Algorithme A\* : Chemin entre deux villes (Déroulement)

### Contenu de *open* à chaque itération (état, f, parent) :

1.  $(n_0, 9, \text{void})$
2.  $(n_1, 5, n_0), (n_2, 6, n_0), (n_3, 7, n_0)$
3.  $(n_2, 6, n_0), (n_3, 7, n_0), (n_5, 12, n_1)$
4.  $(n_3, 7, n_0), (n_4, 9, n_2), (n_5, 12, n_1)$
5.  $(n_2, 5, n_3), (n_4, 6, n_3), (n_5, 12, n_1)$

6.  $(n_4, 6, n_3), (n_5, 12, n_1)$

7.  $(n_6, 7, n_4), (n_5, 12, n_1)$

8. Solution :  $n_0, n_3, n_4, n_6$

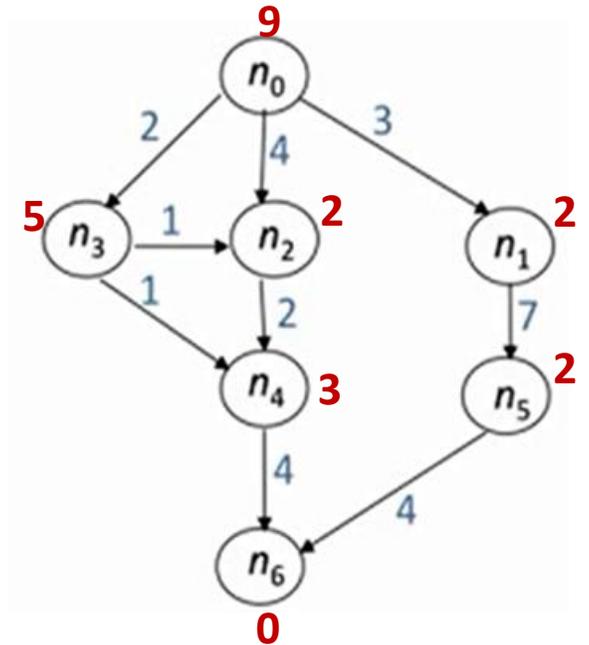
### Contenu de *closed* à chaque itération :

1. Vide
2.  $(n_0, 9, \text{void})$
3.  $(n_0, 9, \text{void}), (n_1, 5, n_0)$
4.  $(n_0, 9, \text{void}), (n_1, 5, n_0), (n_2, 6, n_0)$
5.  $(n_0, 9, \text{void}), (n_1, 5, n_0), (n_3, 7, n_0)$

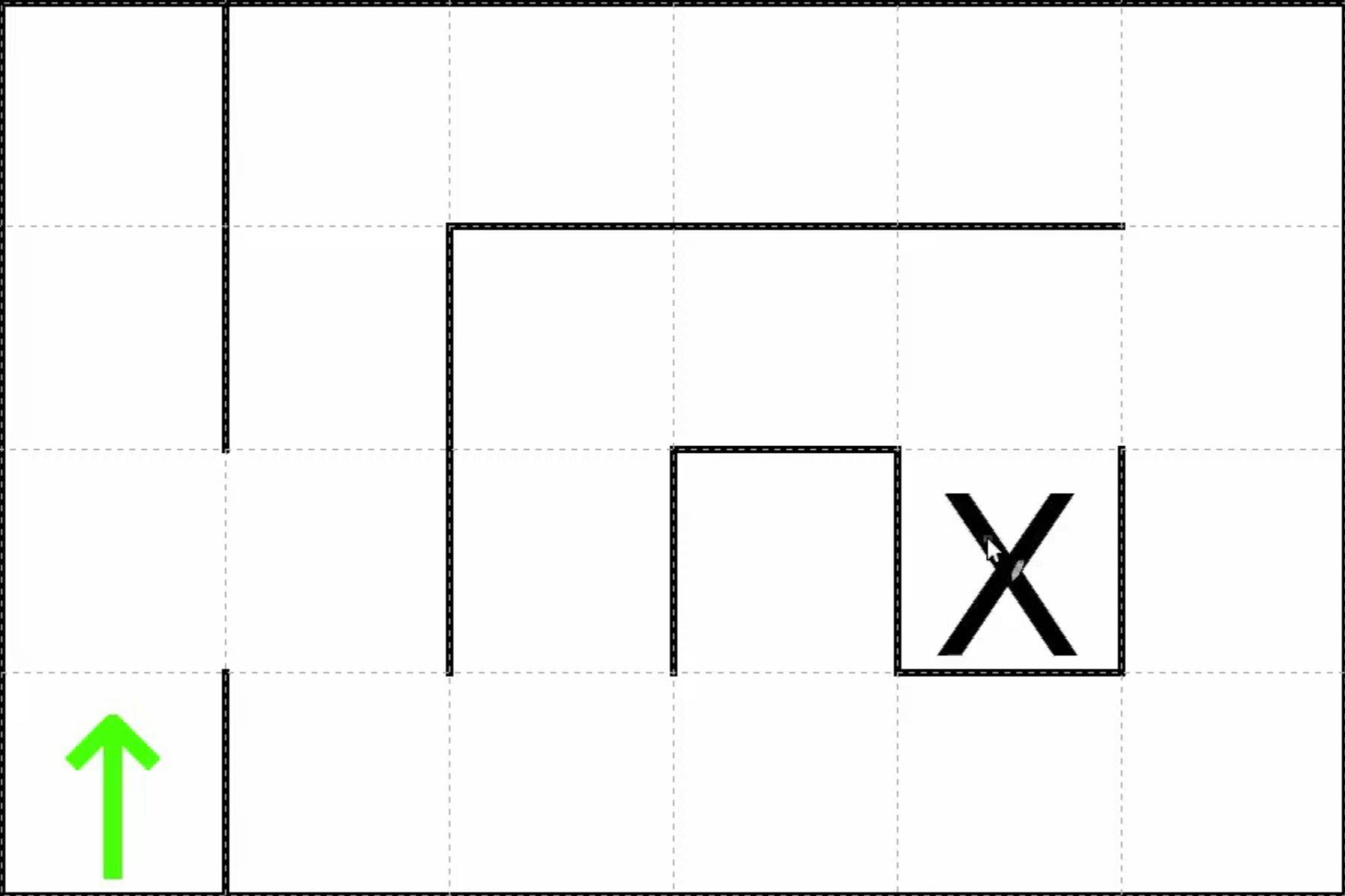
6.  $(n_0, 9, \text{void}), (n_1, 5, n_0), (n_3, 7, n_0), (n_2, 5, n_3)$

7.  $(n_0, 9, \text{void}), (n_1, 5, n_0), (n_3, 7, n_0), (n_2, 5, n_3), (n_4, 6, n_3)$

8.  $(n_0, 9, \text{void}), (n_1, 5, n_0), (n_3, 7, n_0), (n_2, 5, n_3), (n_4, 6, n_3), (n_6, 7, n_4)$

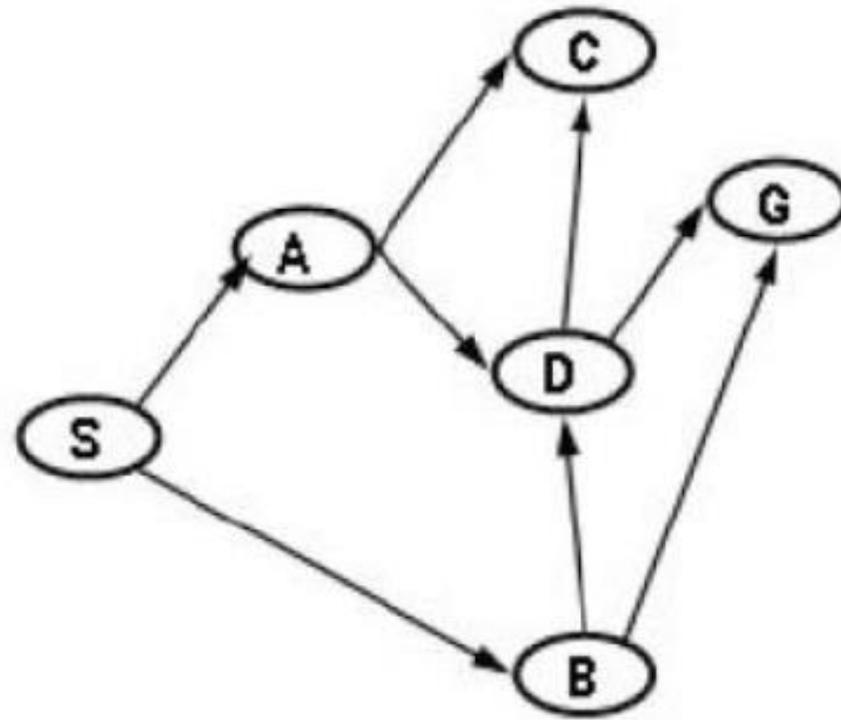




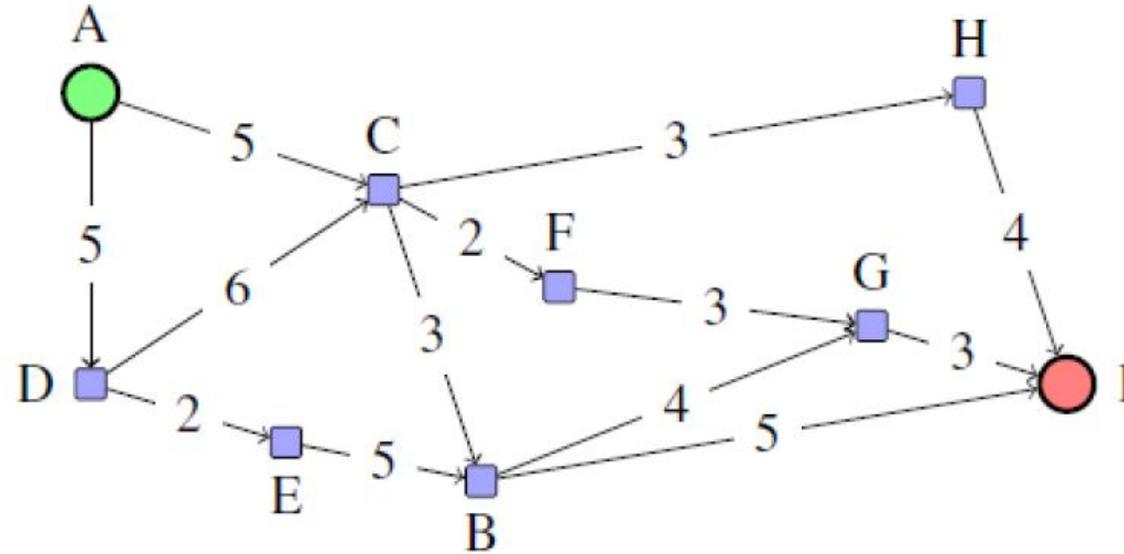




**Exercice 2** : Transformer le graphe d'états suivant en un arbre de recherche ensuite appliquer une recherche en largeur d'abord puis en profondeur d'abord pour chercher l'état **G** à partir de **S**.



**Exercice 3 :** On considère la carte suivante. L'objectif est de trouver le chemin optimal entre **A** et **I**. On donne également deux heuristiques  $h1$  et  $h2$  :



Nœud	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$h1$	10	5	5	10	10	3	3	3	0
$h2$	10	2	8	11	6	2	1	5	0

1. Appliquez les stratégies Largeur d'abord, Profondeur d'abord, A coût uniforme

2. Appliquez un algorithme glouton en utilisant  $h2$  puis un algorithme  $A^*$  en utilisant  $h1$

(Donnez la suite des nœuds développés (l'état de la liste OPEN à chaque itération), déduire alors le chemin traversé dans les différents cas ?)