

## الفصل الثالث:

## نظرية المستهلك " المدخل الترتيبي ":

## 1. توازن المستهلك (الاختيار الأمثل للمستهلك)

يكون المستهلك في حالة توازن إذا حقق أقصى منفعة ممكنة " إشباع ممكن " من خلال إنفاقه كامل دخله المتاح ( وذلك في حدود الدخل وحدود الأسعار السائدة في السوق ).

أ: توازن المستهلك هندسياً.

يكون المستهلك في وضعية توازن إذا استطاع بلوغ أعلى منحى سواء ممكن باستعمال كامل دخله. فمن خلال خريطة منحنيات السواء التي تمثل الاختيارات المتاحة للمستهلك ومعادلة الدخل التي تمثل إمكانيات الإنفاق المتاحة له يمكننا تحديد وضعية توازن المستهلك المتمثلة في الكميات التي يحقق فيها المستهلك أقصى إشباع ممكن باستعمال دخله. من خلال الشكل أدناه نلاحظ:

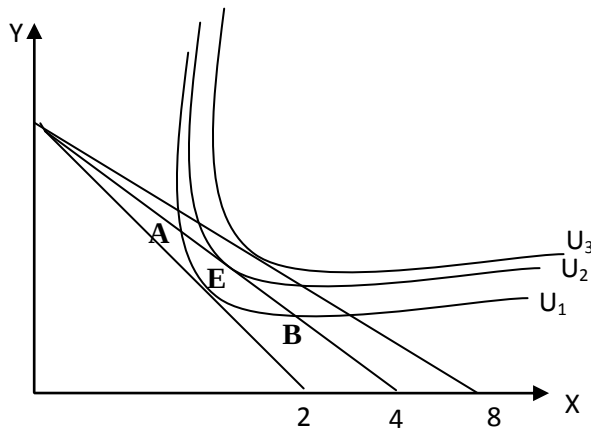
أن النقاط A و B الواقعة على منحى السواء ( $U_1$ ) ليست نقاطاً مثلى، فبالرغم من أن المستهلك ينفق فيها كامل دخله إلا أنه يحقق عند استهلاكها منفعة أقل من المنفعة التي تحققها استهلاك النقطة e الواقعة على منحى السواء ( $U_2$ ) الأعلى من منحى السواء ( $U_1$ ) والتي يمكن للمستهلك الحصول عليها باستعمال كامل دخله إذن، فالنقطة (e) تمثل " نقطة توازن المستهلك " أو التركيبة المثلى إحداثياتها ( $x, y$ ) والتي تحقق أقصى إشباع أو منفعة للمستهلك باستعمال كامل دخله. نستنتج من المنحنى أنه عند نقطة توازن المستهلك يكون خط قيد الميزانية مماساً لمنحنى السواء، وبعبارة أخرى فعند نقطة التوازن يكون لدينا:

$$\text{ميل منحى السواء } (U) = \left( \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \right) = \text{ميل قيد الميزانية } (Px / Py)$$

عند نقطة التوازن لدينا:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = -TMS_{x,y} = -UM_x / UM_y = -Px / Py$$

الشكل رقم: 01.



ب: توازن المستهلك رياضيا.

من أجل إيجاد توازن المستهلك رياضيا ننتهج إحدى الطرق الرياضية لإيجاد التوليفة المثلى ، وهذه الطريقة هي طريقة لاغرنج.

دالة هدف المستهلك هي:

$$\begin{aligned} \text{Max } UT &= F(X, Y) \\ \text{S/C: } R &= XP_x + YP_y \end{aligned}$$

تبعاً لدالة هدف تعظيم المنفعة تحت قيد الدخل تأخذ معادلة لاغرنج الشكل التالي:

لتعظيم دالة المنفعة يجب تعظيم دالة لاغرنج ولتحقيق ذلك يجب توفر شرطين هما:

— الشرط اللازم: إعدام المشتقات الجزئية الأولى لدالة لاغرنج بالنسبة لـ:  $\lambda, y, x$  على الترتيب

— الشرط الكافي: المحدد الهندسي موجب  $|\Delta| > 0$

سنقتصر في هذا الصدد على الشرط الأول فقط:

تعظيم المنفعة تعني  $dL = 0$  وبحساب المشتقات الجزئية نحصل على الجملة التالية :

$$\begin{cases} \frac{\partial L(X, Y, \lambda)}{\partial X} = 0 \Rightarrow UM_x - \lambda P_x = 0 \dots\dots\dots ① \\ \frac{\partial L(X, Y, \lambda)}{\partial Y} = 0 \Rightarrow UM_y - \lambda P_y = 0 \dots\dots\dots ② \\ \frac{\partial L(X, Y, \lambda)}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow R - P_x \cdot X - P_y \cdot Y \dots\dots\dots ③ \end{cases}$$

من المعادلة الأولى و الثانية نجد أن:

$$\begin{aligned} \lambda &= UM_x / P_x \\ \lambda &= UM_y / P_y \\ UM_x / P_x &= UM_y / P_y \end{aligned}$$

و بالتالي فإن شرط توازن المستهلك هو:

$$\begin{cases} UM_x / P_x = UM_y / P_y \\ R = P_x X + P_y Y \end{cases}$$

وهذه هي الطريقة الثانية لإيجاد الشئ التي تحقق التوازن. (أي طريقة شرط التوازن )

مثال رقم 01:

لتكن لدينا دالة المنفعة التالية:  $U = X \cdot Y$ ، و معادلة قيد الميزانية من الشكل:  $100 = 5X + 2Y$ .

**المطلوب:** هو البحث في التوازن.

**الحل:**

-تشكيل معادلة لاغرنج:

$$L = F(X, Y) + \lambda (R - X P_x - Y p_y)$$

$$L = X \cdot Y + \lambda (100 - 5X - 2Y)$$

- الشرط اللازم: إعدام المشتقات الجزئية الأولى لدالة لاغرنج بالنسبة لـ  $x, y, \lambda$  على الترتيب

$$\partial L / \partial x = 0 \Rightarrow y - 5\lambda = 0 \dots\dots\dots(1) \Rightarrow y = 5\lambda$$

$$\partial L / \partial y = 0 \Rightarrow x - 2\lambda = 0 \dots\dots\dots(2) \Rightarrow x = 2\lambda$$

$$\partial L / \partial \lambda = 0 \Rightarrow 100 - 5x - 2y = 0 \dots\dots(3)$$

من (1) و (2) نستنتج أن:

$$\lambda = Y/5 = X/2$$

$$Y/5 = X/2 \Rightarrow Y = 5X / 2$$

بتعويض قيمة Y في المعادلة (3) أو معادلة الدخل نجد:

$$100 - 5X - 2(5X / 2) = 0$$

$$100 - 10X = 0$$

$$X = 10$$

$$Y = 5X / 2 = 5(10) / 2 \Rightarrow Y = 25$$

إذن التوليفة المثلى التي تحقق توازن المستهلك أي أقصى منفعة ممكنة تحت قيد معادلة دخله هي ( $X = 10$ ,

$$Y = 25) \text{ ويحقق من خلالها على منفعة قدرها: } 250UT = 10(25)$$

**ملاحظة:**

$\lambda$ : هو مضاعف لاغرنج ويمثل اقتصاديا المنفعة الحدية لدخل المستهلك (التغير في المنفعة الكلية

الناتج عن تغير دخل المستهلك)، أي عدد وحدات المنفعة التي يحققها آخر دينار ينفق على شراء السلع.

$$\text{وم} \lambda = Y/5 = X/2 = 25/5 = 10/2 = 5$$

**ج:** أثر التغير في الدخل والأسعار على توازن المستهلك:

ج:1. اشتقاق منحنى الاستهلاك - الدخل: **courbe –consommation-revenu**

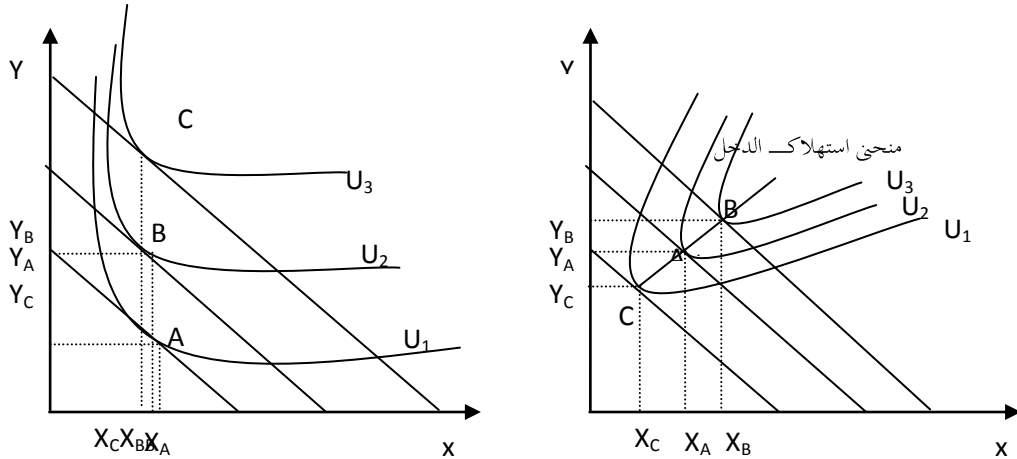
➤ **منحنى الاستهلاك - الدخل:** هو منحنى بياني يصور العلاقة بين دخل الفرد وإنفاقه الاستهلاكي

. ويعرف بأنه المحل الهندسي لنقاط توازن المستهلك الناتجة عن تغير دخل المستهلك دون غيره.

نفرض أن سعر سلعتين  $X$  و  $Y$  ثابت وأن الدخل ( $R$ ) قد ارتفع فإن ذلك يقود رفع خط الميزانية بالتوازي مع وضعيته السابقة ويرتفع عنه بمقدار يعادل مقدار الزيادة في الدخل وينتقل مكان التوازي إلى منحنى سواء أعلى من النقطة ( $C$ ) إلى النقطة ( $A$ ) إلى النقطة ( $B$ ) كما في الأشكال أسفله، فلو كررنا تغيرات الدخل حصلنا على نقاط عديدة للتوازن الجديد ، فإذا وصلنا بين هذه النقاط حصلنا على منحنى الاستهلاك-الدخل الذي يبين لنا المقادير المختلفة من السلعتين  $X$  و  $Y$  التي سيشتريها المستهلك لقاء دخل جديد.

يمثل الشكل الأول منحنى الاستهلاك - الدخل في حالة  $X$  و  $Y$  عاديتين، بحيث كلما زاد الدخل ارتفعت الكميات المطلوبة من كلا السلعتين. أما في الشكل الثاني  $X$  : سلعة رديئة و  $Y$  : سلعة عادية، بحيث كلما ارتفع الدخل مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة، فإن الطلب على السلعة ينخفض بينما الطلب على السلعة يزداد

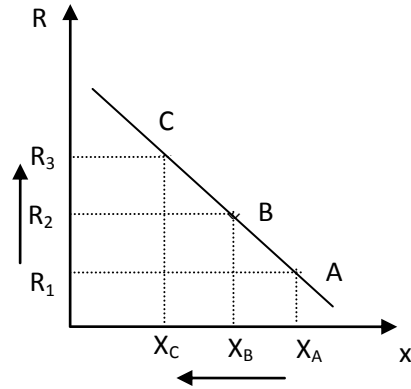
الشكل رقم: (02)  $X$  و  $Y$  عاديتين الشكل (03)  $X$  رديئة و  $Y$  عادية



➤ **منحنى الإنج:**

من خلال الشكل أعلاه يمكن استنتاج منحنى الإنج الذي يوضح العلاقة بين الكميات التوازنية المستهلكة من

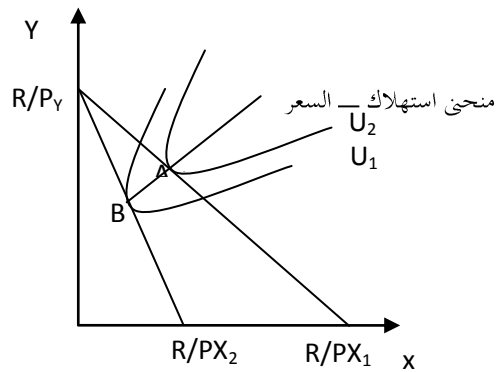
السلعة  $X$  والدخل  $R$  أنظر الشكل رقم 03



➡ منحنى الاستهلاك - السعر:

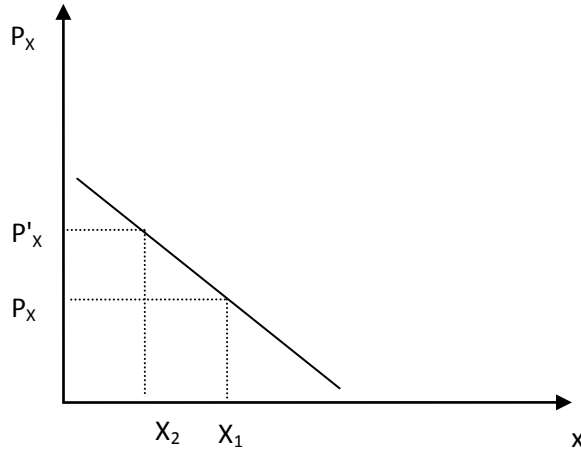
يمكننا أن نشق منحنى الاستهلاك - السعر لمستهلك وذلك بفرض ثبات الدخل وافترض أن سعر أحد السلع تينقد تغير. لنفترض مثلاً أن سعر السلعة  $X$  انخفض بينما بقي سعر السلعة  $Y$  ثابت مما أدى إلى نقل نقطة التوازن من  $B$  إلى  $A$  وإذا وصلنا بين هاتين النقطتين نحصل على منحنى الاستهلاك - السعر.

الشكل رقم: 03



➡ منحنى الطلب:

من خلال المنحنى السابق، يمكننا اشتقاق منحنى الطلب، الذي يعبر عن العلاقة بين الكميات المطلوبة من سلعة معينة و أسعار هذه السلعة. " أنظر الشكل رقم 04 "



ج:2. أثر تغير السعر على وضعية التوازن ( أثر السعر، الإحلال وأثر الدخل)

إن تغير أسعار السلع أو الخدمات يؤدي إلى تغير اختيار المستهلك (نقطة التوازن)، وحسب سلاتسكي :

Slutsky فإن التأثير الإجمالي للسعر على وضعية التوازن ناتج عن تأثير بينهما

-أثر الإحلال **(l'effet de substitution (ES)** : يمثل التغير في كمية الطلب على السلعة الناتج عن

تغير سعرها، المؤدي لتغير الطلب على السلع الأخرى البديلة بطريقة يحافظ فيها المستهلك على مستوى الإشباع المحقق ثابتا في ظل ثبات محددات الطلب الأخرى على هذه السلعة.

- أثر الدخل **(l'effet revenu (ER)** : يمثل التغير في كمية الطلب على السلعة الناتج عن تغير

القدرة الشرائية للمستهلك الناتج بدوره عن تغير سعر هذه السلعة (حيث يتغير مستوى الإشباع) فيظل ثبات محددات الطلب الأخرى على هذه السلعة.

-الأثر الكلي (أثر السعر) **(l'Effet Total (ET)** = أثر الدخل (ES) + أثر الإحلال (ER).

مثال: لتكن لدينا المعطيات التالية:

$$U = X.Y$$

$$P_X = 40 \quad P_Y = 80 \quad R = 2400$$

المطلوب : حساب الكميات التوازنية  $Y, X$  .

نفترض أن  $P_X$  انخفض إلى 10DA

حدد : اثر السعر - اثر الإحلال - اثر الدخل .

الحل

$$L(X, Y, \lambda) = X.Y + \lambda(2400 - 40X - 80Y)$$

$$dL=0$$

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial X} = 0 \Rightarrow \partial L / \partial X = 0 \Rightarrow Y - 40\lambda = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial Y} = 0 \Rightarrow \partial L / \partial Y = 0 \Rightarrow X - 80 = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow \partial L / \partial \lambda = 0 \Rightarrow 2400 - 40X - 80Y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} X = \frac{80Y}{40} = 2Y \\ Y = \frac{40X}{80} = 1/2X \end{cases}$$

$$2400 = 40(2Y) = 1/2X$$

$$Y_a = 15 \quad X = 2Y \quad X_a = 30 \quad U_1 = 450$$

انخفاض السعر إلى 10 يؤدي إلى انتقال التوازن من A إلى C.

نبحث عن  $X_C$  و  $Y_C$  ؟

$$U = X.Y$$

$$2400 = 10X + 80Y$$

$$L(X.Y.\lambda) = X.Y + \lambda(2400 - 10X - 80Y)$$

$$dL=0$$

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial X} = 0 \Rightarrow \partial L / \partial X = 0 \Rightarrow Y - 10\lambda = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial Y} = 0 \Rightarrow \partial L / \partial Y = 0 \Rightarrow X - 80\lambda = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow \partial L / \partial \lambda = 0 \Rightarrow 2400 - 10X - 80\lambda = 0 \end{cases}$$

$$X=8Y$$

$$2400 = 10(8Y) + 80Y \quad Y_C = 15 \quad X_C = 120$$

الأثر الكلي:

$$\begin{cases} X_C - X_A = 120 - 30 = 90 \\ Y_C - Y_A = 15 - 25 = -10 \end{cases}$$

اثر الإحلال:

لدينا عند النقطة B، افترض الدخل الحقيقي ثابت ( مستوى الإشباع ثابت ) لكن السعر النسبي متغير ( ميل خط الميزانية  $-P_X/P_Y$  ) وبالتالي نكتب :

$$TMS_{X,Y} = d_Y / d_X = - P_X / P_Y \quad (U_1 = 450 \text{ لأن B تنتمي إلى نفس منحنى السواء})$$

عند النقطة B لدينا: ميل منحنى السواء = ميل خط الميزانية

$$dY/dX =$$

لدينا:

$$-P_X' / P_Y$$

$$X.Y = U_1 \rightarrow X.Y = 450 \rightarrow Y = 450/X$$

$$dY/dX = -450 / X^2 = -P_X' / P_Y = -10 / 80$$

$$X^2 = 3600$$

$$X_b = 60$$

$$X_b \cdot Y_b = 450$$

$$Y_b = 7.5$$

اثر الإحلال:

$$ES = \begin{cases} Xb - Xa = 60 - 30 = 30 \\ Yb - Ya = 7.5 - 15 = -7.5 \end{cases}$$