
serie d'exercice 01
Rappel sur le dénombrement et analyse
combinatoire

Ex. 1 Donner les expressions simplifiées des ensembles suivants :

- (a) $(A \cup B) \cap (A \cup C)$;
- (b) $(\overline{A} \cup B) \cap (A \cup B)$;
- (c) $(\overline{A} \cup B) \cap (A \cup B) \cap (\overline{A} \cup \overline{B})$.

Ex. 2 Exprimer chacun des événements suivants à l'aide des événements A, B et C et des opérateurs réunion, intersection et complémentation :

- (a) au moins un des trois événements a lieu ;
- (b) au plus un des trois événements a lieu ;
- (c) aucun des trois événements n'a lieu ;
- (d) les trois événements ont lieu ;
- (e) exactement un seul des trois événements a lieu ;
- (f) A et B ont lieu, mais pas C ;
- (g) A a lieu, sinon B n'a pas lieu non plus.

Ex. 3 On lance une pièce trois fois et on considère les événements suivants :

- (a) A : "pile apparaît exactement deux fois" ;
- (b) B : "pile apparaît au moins deux fois" ;
- (c) C : "pile apparaît quand face est apparu au moins une fois" ;

Exprimer A, B et C ainsi que $\overline{A} \cap B$, $\overline{A} \cap \overline{B}$ et $A \cap C$.

Ex. 4 Dans chacun des cas suivants, donner le nombre d'éléments de et des événements considérés : (a)

Une famille a 4 enfants.

A : "les filles et les garçons sont alternés" ;

B : "le premier et le quatrième sont des garçons" ;

C : "il y a autant de filles que de garçons" ;

D : "il y a 3 enfants en suivant du même sexe".

(b) Un représentant doit visiter 2 fois 3 villes a, b et c.

A : "il visite a en premier et en dernier".

(c) Un ascenseur porte 2 personnes et il y a 3 niveaux.

A : "elles s'arrêtent à 2 niveaux différents" ;

B : "une personne s'arrête au premier niveau".

Ex. 5 On lance deux dés, l'un bleu, l'autre rouge. Soit x le nombre obtenu par le dé bleu et y le nombre obtenu par le dé rouge. On appelle l'ensemble de tous les couples (x, y) possibles.

(a) Donner un diagramme cartésien de Ω .

(b) Soient les événements A, B, C et D définis respectivement par : $x + y \leq 3$; $x + y = 4$ ou 5 ;

$6 \leq x + y \leq 7$ et $x + y > 7$.

Représenter graphiquement ces événements. Forment-ils un système complet d'événements ?

Ex. 6 $2n$ personnes doivent s'asseoir autour d'une table ronde.

- (a) De combien de façons différentes peuvent-elles être placées ?
- (b) Si on a n hommes et n femmes, de combien de façons différentes peuvent-ils être placés en respectant l'alternance ?

Ex. 7 Combien y-a-t-il de nombres écrits avec 3 chiffres tous différents pris parmi les chiffres :

- (a) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ?
- (b) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ?

Ex. 8 Déterminer le cardinal de l'ensemble des nombres de 4 chiffres que l'on peut écrire avec les 6 chiffres 1, 2, 3, 4, 5, 6 et calculer la somme de tous les nombres de cet ensemble dans les cas suivants :

- (a) un chiffre peut être utilisé plusieurs fois ;
- (b) les 4 chiffres doivent être distincts.

Ex. 9 Une association de 12 hommes et 8 femmes désire former un comité de 5 personnes dans lequel doivent se trouver au moins 2 hommes et 2 femmes.

- (a) De combien de façon peut-on former ce comité ?
- (b) Même question en supposant que Monsieur A et Madame B ne peuvent faire partie simultanément du comité.

Ex. 10

Dans un jeu de 32 cartes, on tire au hasard 6 cartes.

- (a) Quel est le nombre de tirages possibles ?
- (b) Dans combien de cas obtient-on entre autre 2 dames et 3 trèfles exactement ?

Ex. 11

Une main est un ensemble de 13 cartes prises dans un jeu de 52. Combien y-a-t-il de mains contenant :

- (a) au moins un pique ?
- (b) au plus un pique ?
- (c) exactement 1 as et au plus 2 piques ?