جامعة الحاج لخضر – باتنة
كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

قسم علوم التسيير

محاضرات في مقياس:

الريـــاضيــــات المـــــــــاليـــة

إعداد:
د/ جمال جعيل
أ/ أشرف الصوفي

السنة الدراسية 2014/2013

المحتويات:

1- الفائدة البسيطة

1-1- مفاهيم أولية:

1-1-1- الفائدة: هي الثمن الذي يدفعه المقترض من اجل استعمال رأسمال لمدة معينة أو هي كراء المبلغ المقترض.

1-1-2- سعر الفائدة: يطلق عليه أيضا معدل الفائدة، وهو مقدار ما يستحق من فوائد نتيجة استثمار وحدة من رأسمال خلال فترة زمنية محددة.

1-1-3- الفائدة البسيطة: إذا وضع احد الأشخاص مبلغ في بنك وتعهد البنك باحتساب فائدة ثابتة لصالحه على أساس أصل المبلغ خلال فترة زمنية محددة، يقال إن الفائدة بسيطة فالفائدة البسيطة يظل مقدارها ثابتا بغض النظر عن كون الفوائد تدفع بصفة دورية أو عند نهاية الفترة الزمنية المحددة.

1-2- حساب الفائدة البسيطة:

مبلغ الفائدة يتحدد باشتراك ثلاث عناصر: معدل الفائدة،مدة المعاملة و المبلغ المالي موضوع المعاملة.

لتكن الرموز التالية: $\mathbf{I}$: مبلغ الفائدة البسيطة. $\mathbf{C}$:راس المال المودع(المستثمر)

$\mathbf{n}$: مدة المعاملة $\mathbf{t}$: معدل الفائدة.

فان مبلغ الفائدة يعطى بالعلاقة التالية: $I = c \times \frac{t}{100} \times n$

تطبيق: مبلغ 20000 أودع في بنك لمدة 6 سنوات وبمعدل فائدة 10% سنويا.

المطلوب : حساب الفائدة المحققة خلال الست سنوات.

الحل:

$$I = c \times \frac{t}{100} \times n = 20000 \times 0.10 \times 6 = 12000$$

1-3- **الجملة(القيمة المكتسبة):**

إذا كانت قيمة رأسمال C_0 مستثمر لمدة سنة وبمعدل فائدة i فان A جملة هذا المبلغ بعد سنة،تساوي المبلغ الأصلي مضافا إليه قيمة الفائدة المحصلة.

$$A=C_0+C_0.i.n$$

$$A=C_0+C_0.i$$

$$\rightarrow A=C_0(1+i)$$

تطبيق: أودع شخص مبلغ 40000 دج في احد البنوك لمدة 6 سنوات بمعدل فائدة 10%.

المطلوب: ما هو المبلغ المتجمع لهذا الشخص في نهاية هذه الفترة؟

الحل:

$$A=C_0+C_0.i.n$$

$$A=C_0(1+i.n)$$

$$A=40000(1+0.1\times6)$$

$$A=64000$$

2- الخصم وتكافؤ الديون

2-1- عناصر الخصم:

تتمثل العناصر المتحكمة في قيمة الخصم والقيمة الحالية للورقة التجارية عند خصمها في العناصر التالي:

معدل الخصم الذي يطبقه البنك ويرمز لها بالرمز t.

القيمة الاسمية للورقة موضوع الخصم ويرمز لها بالرمز A.

عدد الأيام المرتبطة بالخصم وهي المدة الفاصلة بين تاريخ الاستحقاق ويوم الخصم ويرمز لها بالرمز n.

وتعطى علاقة الخصم "E" كما يلي: $E = \frac{Atn}{36000}$

تطبيق:

ورقة تجارية قيمتها الاسمية 15000 دج، تاريخ استحقاقها 20 جوان 2012 وقدمت للخصم بتاريخ 5 جوان من نفس السنة ، وبمعدل خصم 8%.

المطلوب:

1- احسب عدد أيام الخصم.

2- احسب مبلغ الخصم.

الحل:

1- عدد أيام الخصم : n=20-5=15

2- حساب مبلغ الخصم:

$$E = \frac{Atn}{36000} \rightarrow E = \frac{15000 \times 15 \times 8}{36000}$$

$$E = 50\ D$$

2-2- تكافؤ الأوراق التجارية:

غالبا ما يتم في المعاملات التجارية الاتفاق بين المدين والدائن على استبدال ورقة تجارية أو عدة أوراق تستحق في تاريخ معين أو تواريخ مختلفة بورقة أو أوراق تختلف في قيمتها الاسمية وتواريخ استحقاقها كان يطلب المدين تأخير تسديد دينه أو تسديده على عدة مبالغ بدل مبلغ واحد أو العكس. على أن يتم ذلك بالاتفاق بين المدين والدائن وعلى أساس التكافؤ في القيم (الديون) في تاريخ التكافؤ.

2-2-1- تكافؤ ورقتين تجاريتين: تكافؤ ورقتين تجاريتين أو راسمالين ، يعني تساوي قيمتهما الحالية في تاريخ معين عندما يتم خصمهما بنفس معدل الخصم. فإذا كانت A_1،A_2 القيمة الاسمية لورقتين تجاريتين ، وتاريخ استحقاقهما n_1،n_2 على التوالي (حيث: n_1، n_2 تمثل المدتين الفاصلتين بين تاريخ التكافؤ وتاريخ الاستحقاق)، و D القاسم الثابت والذي يساوي $\frac{36000}{t}$،فنقول عن A_1،A_2 إنهما متكافئتين إذا تساوت قيمتهما الحالية ،ومنه نحصل على العلاقة التالية :

$$\frac{A1}{A2} = \frac{D-n2}{D-n1}$$

2-2-2- تكافؤ ورقة مع عدة أوراق تجارية:

في هذه العملية يستعمل نفس المبدأ في حالة تكافؤ ورقتين مع تغيير في عدد الأوراق بحيث:القيمة الحالية للورقة المكافئة تساوي مجموع القيم الحالية للأوراق الأخرى، ومنه يمكن تحديد القيمة للورقة المكافئة A .

$$A = \frac{A1(D-n1)+A2(D-n2)+A3(D-n3)}{D-n}$$

تطبيق: ثلاث أوراق تجارية،قيمتها الاسمية وأجال استحقاقها على التوالي:

1000 تستحق في 31 ماي.

4000 تستحق في 30 جوان.

3200 تستحق في 30 جويليه.

إذا رغب صاحب هذه الأوراق استبدالها بورقة واحدة، في أول ماي واجل استحقاقها 20 جوان.

ما هي القيمة الاسمية لهذه الورقة الوحيدة؟ المعدل 6%.

الحل:

$D= \frac{36000}{6} = 6000$, n=50 , n1=30 , n2=60 , n3=90

$$A = \frac{A1(D-n1)+A2(D-n2)+A3(D-n3)}{D-n}$$
$$= \frac{1000(6000-30)+4000(6000-60)+3200(6000-90)}{6000-50}$$
$$A = \frac{5970000+23760000+18912000}{5950}$$
$$A = 8175.12$$

3- الفائدة المركبة

3-1- تعريف:

نقول عن مبلغ انه أودع بفائدة مركبة،عندما يتم إضافة الفائدة البسيطة لهذه الفترة إلى المبلغ الأصلي لحساب الفائدة للفترة الموالية،وهكذا في نهاية كل فترة يتم إضافة الفائدة البسيطة الناتجة إلى الرأسمال أو المبلغ المحصل،ثم يتم حساب الفائدة على أساس المبلغ(الرأسمال) والفوائد الناتجة سابقا.

مثال: رأس مال قدره 100000 دج أودع في بنك بمعدل 6% بفائدة مركبة. كم سيعطي بعد ثلاث سنوات.

السنوات	المبلغ المودع في بداية السنة	الفوائد الناتجة خلال سنة	المبلغ المحصل في نهاية السنة
1	100000	6000 = 0.06×100000	106000
2	106000	6360 = 0.06×106000	112360
3	112360	6741.60 = 0.06×11236	119101.60

3-2- القانون العام للفائدة المركبة:

لتكن الرموز التالية: المبلغ الأصلي المودع: a ، سعر الفائدة: i ، عدد الفترات: n

فان القانون العام للفائدة المركبة: $A=a(\mathbf{1}+\mathbf{i})^{\mathbf{n}}$

مثال: مبلغ 100000 دج وضع في بنك بمعدل 6% لمدة 10 سنوات، احسب القيمة المكتسبة خلال هذه المدة؟

الحل:

$A=a(\mathbf{1}+\mathbf{i})^{\mathbf{n}}$

$\mathbf{A= 100000(1+0.06)^{10}}$

$\mathbf{A= 100000\times 1.790848}$

$\mathbf{A= 179084.8}$

3-3- القيمة الحالية لرأسمال:

الحالية هي العملية العكسية للرسملة،فرسملة مبلغ ما تعني تحديد وبمعدل معين القيمة المستقبلية لجملة ذلك المبلغ، أي يتم إضافة الفوائد المركبة إلى المبلغ الأصلي أما الحالية فهي تحديد القيمة الحالية،بمعدل معين لمبلغ يستحق في المستقبل بحيث أن الفوائد المركبة تطرح من ذلك المبلغ.

وتعطى القيمة الحالية بالقانون التالي: $\mathbf{a=A(1+i)^{-n}}$

مثال: أودع احد الأشخاص مبلغ a في بنك بمعدل فائدة 10% وبعد 4 سنوات وجد أن الرصيد في البنك قد وصل إلى 48000 دج. احسب المبلغ الذي أودعه هذا الشخص؟

الحل:

$$\mathbf{a=A(1+i)^{-n}}$$

$$\mathbf{a= 48000(1+0.1)^{-4}}$$

$$\mathbf{a=48000\times0.683013}$$

$$\mathbf{a=32784.64}$$

4- الخصم وتسوية الديون

4-1- تعريف:الخصم بفائدة مركبة e يساوي الفرق بين القيمة الاسمية لرأسمال A وقيمته الحالية"a"

$e= A-a \rightarrow e= A- \mathbf{A(1+i)^{-n}}$

مثال:

احسب القيمة الحالية والخصم بفائدة مركبة لورقة تجارية قيمتها الاسمية 10000 دج تستحق بعد 3 سنوات وبمعدل خصم 5.5%.

الحل:

حساب القيمة الحالية:

$a= \mathbf{A(1+i)^{-n}}$

$a=10000(1.055)^{-3}$

$a=10000(0.851614)$

$a=8516.14$ DA

حساب مبلغ الخصم:

$\mathbf{e=A-a}$

$e=10000-8/516.14$

$e=1483.86$

4-2- تكافؤ الأوراق التجارية أو رؤوس الأموال:

يتكافأ رأسمالان احدهما مقابل الأخر أو رأسمال مقابل عدة رسامي لاذا تساوت القيمة الحالية للطرفين المتقابلين في تاريخ محدد يسمى تاريخ التكافؤ،وإذا حصل هذا التكافؤ في تاريخ معين يبقى صالحا في أي تاريخ آخر.

4-2-1- تكافؤ ورقتين تجاريتين (أو رأسمالين):

لتكن A_1 ، A_2 القيمتين الاسميتين لورقتين تجاريتين ،تستحقان على التوالي بعد فترتي n_1، n_2 فان تكافؤهما يعطى بالعلاقة التالية:

$A_1(1+i)^{-n_1} = A_2(1+i)^{-n_2}$

4-2-2- تكافؤ ورقة تجارية مع عدة أوراق:

لتكن A القيمة الاسمية لورقة تجارية، وتستحق بعد فترة n وتكافئ ثلاث أوراق تجارية A_1 ,A_2,A_3 تستحق على التوالي في الفترات n_1 , n_2,n_3.

علاقة التكافؤ تعطى كما يلي:

$$A(1+i)^{-n}=A_1(1+i)^{-n_1}+A_2(1+i)^{-n_2}+A_3(1+i)^{-n_3}$$

ملاحظة: بنفس الطريقة يمكن إيجاد علاقة تكافؤ بين عدد من الرساميل قابل عدد آخر.

مثال: تاجر مدين بالمبالغ التالية:

A_1: 2000 دج تستحق بعد عام.

A_2: 3000 دج تستحق بعد 3 سنوات.

A_3: 1000 دج تستحق بعد 4 سنوات.

A_4: 4000 دج تستحق بعد 7 سنوات.

أراد هذا التاجر استبدال هذه الديون بدين وحيد يسدد بعد 5 سنوات.

احسب مبلغ هذا الدين الوحيد؟ معدل الحالية سنوي 7%.

الحل:

ليكن A القيمة الاسمية لهذا الدين.

التكافؤ في التاريخ صفر يعطى بالعلاقة التالية:

$$A(1.07)^{-5}=2000(1.07)^{-1}+3000(1.07)^{-3}+1000(1.07)^{-4}+4000(1.07)^{-7}$$

بضرب طرفي العلاقة السابقة بالمقدار $(1.07)^5$ نجد :

$$A= 2000(1.07)^4+3000(1.07)^2+1000(1.07)+4000(1.07)^{-2}$$

$$A=2000(1.310796)+3000(1.1449)+1000(1.07)+4000(0.873439)$$

$$A=10620.05 \text{ DA}$$

5- الدفعات الثابتة

5-1- تعريف:

يقصد بالدفعات الثابتة مبالغ تدفع في مجالات زمنية ثابتة، والمجال الزمني بين دفعتين يسمي فترة وقد تكون الفترة سنة، أو سداسي أو ثلاثي أو شهر، فنتحدث عن سنويات، سداسيات، ثلاثيات، شهريات.

5-2- عناصر الدفعة الثابتة:

تتميز الدفعات الثابتة بالعناصر التالية:

مبالغ الدفعات المقدمة دوريا متساوية.

الفترة الفاصلة بين دفعة وأخرى ،هي أيضا فترات متساوية.

معدل الفائدة،ثابت بالنسبة لكل الدفعات.

تحديد تاريخ أول دفعة وتاريخ أخر دفعة.

عدد الدفعات.

5-3- حساب القيمة المكتسبة للدفعات العادية: القيمة المكتسبة لجملة الدفعات:

لتكن a مبلغ الدفعة ، n عدد الدفعات،A القيمة المكتسبة لجملة الدفعات.

يمكن حساب القيمة المكتسبة لـ n دفعة من خلال العلاقة التالية:

$$A = a\,\frac{(1+i)^n-1}{i}$$

مثال:

احسب القيمة المكتسبة من إيداع 12 دفعة عادية في بنك، مبلغ كل دفعة 7000 دج وبمعدل فائدة 5.5%.

الحل:

$$A=7000\,\frac{(1.055)^{12}-1}{0.055} \quad \Rightarrow A = 7000 \times 16.378559$$

$$\Rightarrow A = 114699.13 \text{ DA}$$

5-4- حساب قيمة الدفعة الثابتة:

$$A = a\,\frac{(1+i)^n-1}{i} \qquad \Longrightarrow a = A\,\frac{i}{(1+i)^n-1}$$

مثال:

نريد تكوين راسمال قدره: 10000 دج بواسطة 5 دفعات سنوية ثابتة في نهاية كل سنة علما بان معدل الفائدة هو 7%. ما هو مبلغ كل دفعة؟

الحل:

$$a = A\,\frac{i}{(1+i)^n-1} \Rightarrow a = 1000\,\frac{0.07}{(1.07)^5-1}$$

$$a = 10000 \times 0.173.890 \Longrightarrow a = 1738.90\ DA$$

5-5- القيمة الحالية للدفعات العادية:

القيمة الحالية لسلسة دفعات نهاية المدة تساوي مجموع القيم الحالية لهذه الدفعات في التاريخ صفر.

ويمكن حساب القيمة الحالية لـ n دفعة من خلال العلاقة التالية:

$$V_0 = a\,\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

مثال:

احسب القيمة الحالية لـ 10 دفعات سنوية مبلغ كل دفعة 11000، ومعدل الفائدة سنوي 7.5%.

الحل:

$$V_0 = a\,\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$\Longrightarrow V_0 = 11000\,\frac{1-(1.075)^{-10}}{0.075}$$

$$\Longrightarrow V_0 = 75504.891$$