(معامل الارتباط بيرسونrp)

- **الارتباط بين متغيرين كميين**

يعتبر معامل الارتباط برافيس بيرسونBravis pearson والذي يرمز له بالرمز"rp" أحد الاختبارات الاحصائية البارامترية، ومن اكثر معاملات الارتباط استعمالا وهذا عندما تكون بيانات كلا المتغيرين كمية أي من مستوى قياس مسافات متساوية او نسبة مثل: العلاقة بين متغير الاقدمية في العمل ومتغير الدخل أو العلاقة بين الاجر والاداء في العمل.

شروط تطبيق rp

- بيانات كلا المتغيرين كمية (مستوى القياس مسافات متساوي أو نسبة)
- التوزيع الاعتدالي لبيانات كلا المتغيرين
- أن لا يقل حجم العينة عن 50 فردا (لضمان اقتراب توزيع البيانات من الاعتدالية)
- أن تكون العلاقة بين المتغيرين(x) و ()yخطية أي: كل زيادة في المتغيرx تصحبها زيادة في المتغير y أو أن كل تناقص في المتغير x يصاحبه تناقص في المتغير y ، أو أن الزيادة في المتغير x تصاحبه نقصا في المتغير y أو التناقص في المتغير xتصحبه زيادة في المتغير y

للتأكد من خطية العلاقة نقوم برسم لوحة الانتشار حيث يتم تمثيل احد المتغيرين على المحور الافقي (x) وقيم المتغير الاخر على المحور العمودي (y) حيث يتم تمثيل كل زوج من القيم المتناظرة بنقطة واحدة في المستوى.

<u>الارتباط</u> : هو تعيين طبيعة وقوة العلاقة بين متغيرين أو عدمها

<u>معامل الارتباط :</u>

يعرف معامل الارتباط والذي يرمز له بالرمز r بأنه عبارة عن مقياس رقمي يقيس قوة الارتباط بين متغيرين , حيث تتراوح قيمته بين (+1) و (-1) .

<u>خصائص معامل الارتباط</u>

1- معامل الارتباط مقياس وصفي
2- تتراوح قيمة معامل الارتباط بين -1 و +1.
3- معامل الارتباط يتأثر بالقيم الشاذة.
4- إذا كانت قيمة معامل الارتباط قريبة من الصفر فهذا دليل على عدم وجود علاقة خطية بين المتغيرين. أما إذا كانت قيمة المعامل واحد صحيح فهذا دليل على أن العلاقة عكسية تامة ، أما إذا كانت قيمة معامل الارتباط عند الواحد الصحيح الموجب فهذا يدل على العلاقة الموجبة الطردية التامة، وفيما عدا ذلك فإن العلاقة توصف قوية أو متوسطة أو ضعيفة حسب الجدول التالي:

ضعيفة جدا	صفر – أقل من 0.20
ضعيفة	0.20 – أقل من 0.40
متوسطة	0.40 – أقل من 0.60
قوية	0.60 – أقل من 0.80
قوية جدا	0.80 – أقل من 1.00
تام	1.00

عيوب معامل الارتباط

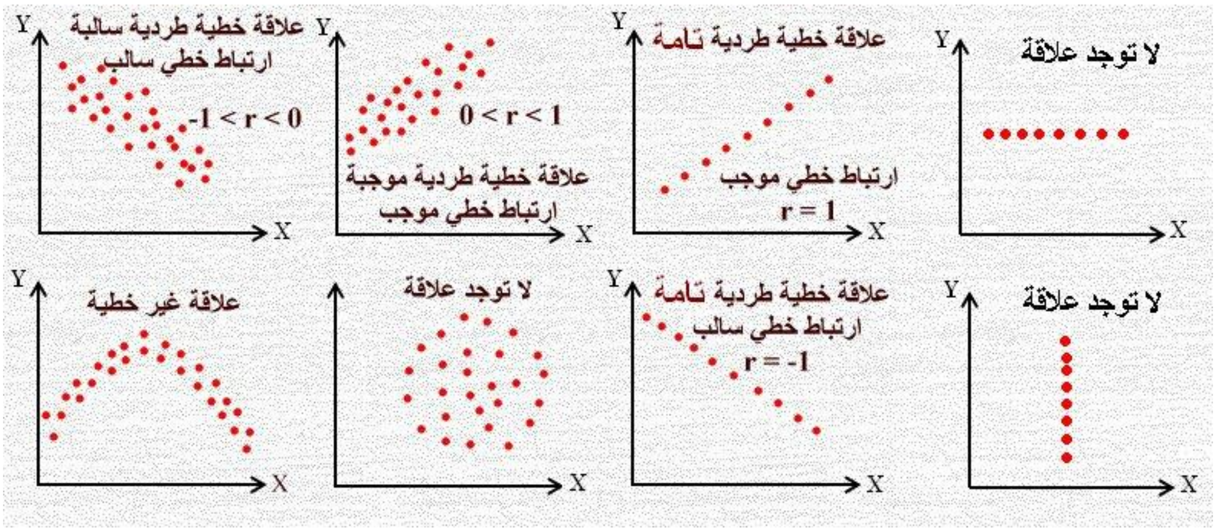
1- مقياس وصفي يقف عند حدود وصف العلاقة بين الظاهرتين ولا يسمح بالتنبؤ بقيمة أحد المتغيرين بمعلومية الآخر.
2- لا يوضح العلاقة السببية بين المتغيرين أي أنه لا يميز بين المتغير المستقل والمتغير التابع
3- لا يفرق بين العلاقة الحقيقة والعلاقة الناشئة من الصدفة.
مثلا العلاقة بين درجة الاختبار ورقم السجل المدني تساوي 0.55

طرق حساب معاملrp

هناك ثلاثة طرق لحساب معامل الارتباط بيرسون:

- من خلال الدرجات الخام.
- من خلال الدرجات المعيارية.
- من خلال الانحرافات المعيارية.

شكل الانتشار



1-حساب معامل بيرسون باستخدام الدرجات الخام:

- معادلة معامل بيرسون:

$$rp = \frac{n\sum(x.y) - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{[n\sum x^2 - (\sum x)^2][n\sum y^2 - (\Sigma y)^2]}}$$

حيث: rp = رمز معامل الارتباط

n = حجم العينة

x et y = المتغيران

تمارين

البيانات التالية تمثل عدد مرات التغيب (x) عن العمل والاداء (y) لدى عينة من 10 عمال.

Xy	y²	x²	Y	X	N
30	9	100	3	10	1
12	144	1	12	1	2

15	1	225	1	15	3
32	64	16	8	4	4
21	49	9	7	3	5
20	100	4	10	2	6
15	225	1	15	1	7
36	36	36	6	6	8
30	4	225	2	15	9
28	361	4	19	2	10
249	993	621	83	59	Σ

وبالتعويض في المعادلة السابقة نحصل على:

$$r = \frac{10\,(249) - (59)(83)}{\sqrt{[10\,(621) - (59)^2][10\,(993) - \ (83)^2}}$$

$$r = \ -0.83$$

فالعلاقة بين المتغيرين قوية وعكسية سالبة، أي أنه كلما زاد التغيب عن العمل انخفض مستوى الاداء والعكس صحيح.

الدلالة الإحصائية لمعامل بيرسو lkmlm;ن:

بالرجوع إلى جدول القيم الحرجة لمعامل الارتباط بيرسون (انظر الملحق المرفق)، وعند درجة الحرية $ddl = n - 2$ حيث n هو حجم العينة (وبالتالي: ddl = 8) وعند مستوى الدلالة $\alpha = .05$ مثلا، نجد أن قيمته تقدر بـ 0.632 وعليه نقبل الفرضية الصفرية التي تنص على عدم وجود ارتباط دال بين التغيب والأداء في العمل

اساليب ارتباطية بين متغيرين اسميين (معامل الارتباط كرامر (coefficient de cramer)

.

يقصد بالارتباط بين متغيرين أو ظاهرتين وجود علاقة بينهما من نوع ما، حيث إذا تغير أحد المتغيرين في اتجاه ما فإن المتغير الاخر يميل إلى التغير بنفس الاتجاه أو باتجاه معاكس.

تجدر الاشارة إلى ان هناك انواع للارتباط تتمثل في:

-الارتباط الثنائي والذي يضم نوعان هما: الارتباط البسيط والذي يبحث في العلاقة بين متغيرين اثنين فقط دون اعتبار متغيرات أخرى يمكن أن تربط بهما. والارتباط الجزئي والذي يبحث في العلاقة بين متغيرين اثنين من بين عدة متغيرات بافتراض ثبات هذه المتغيرات، وكمثال على ذلك علاقة الذكاء بالتحصيل، قد ترجع إلى ارتباط كلا المتغيرين (الذكاء والتحصيل) بمتغير ثالث كالمستوى الاقتصادي-الاجتماعي للفرد.

وحتى نحدد العلاقة بين الذكاء والتحصيل فإننا نقوم بضبط أو تحييد المستوى الاقتصادي-الاجتماعي على كل منهما.

-الارتباط المتعدد وهو الذي يبحث في العلاقة بين متغير من جهة ومجموعة متغيرات من جهة أخرى

وسنحاول في هذا المحور عرض بعض هذه الاختبارات الاحصائية وهذا وفق مستويات القياس الاربعة والاختبارات الاحصائية المناسبة لكل مستوى من هذه المستويات.

وسنبدأ بالعلاقة بين متغيرين اسميين (معامل كرامر)

اذا اراد باحث معرفة الارتباط بين متغيرين اسميين Xو Y لكل منهما اكثر من تقسيمين يستخدم معامل الارتباط كرامر والذي يعطى بالمعادلة التالية:

$$RC= \sqrt{\frac{x^2}{n(k-1)}}$$

حيث تشير x^2 إلى كاي تربيع

N : حجم العينة

k-1 : إلى درجات الحرية

شروط تطبيق معامل كرامر

1- البيانات من مستوى قياس اسمي

2- المتغيرين نوعيين

تطبيقات

التمرين الاول: قام باحث بدراسة حول دور مجموعة من برامج التكوين اثناء الخدمة في زيادة الدافعية للإنجاز، ومن خلال دراسته تحصل على البيانات التالية:

النتيجة \ البرامج	ا	ب	ج	المجموع
زادت	45	50	30	125
بقيت كما هي	29	20	31	80
انخفضت	06	03	15	24
المجموع	80	73	76	229

المطلوب: هل هناك علاقة ارتباطية دالة احصائيا بين البرنامج والنتيجة عند $\alpha = 0.01$ و$\alpha = 0.05$

اساليب ارتباطية بين متغيرين اسميين معامل الارتباط فاي

($\emptyset$ ***Phi***)

يطبق معامل ارتباط فاي ϕ في حالة حساب العلاقة بين متغيرين اسميين منفصلين ويكون كلاهما لديه تقسيما ثنائيا. وكمثال على ذلك استجابة الشخص على استبيان حول رايه في التعليم المختلط في المرحلة الابتدائية (x) والتعليم المختلط في المرحلة المتوسطة(y)، وكانت بدائل الاجابة على السؤالين بنعم أو لا (سعيد التل 2006 ص 175).

او كانت لدينا اجابة ثنائية (نعم-لا) على سؤلين(x.y) من اختبار نفسي، وكان المطلوب التعرف على الارتباط بين هذين السؤالين.

يمكن تصنيف استجابة الافراد من خلال المثال الاول والمثال الثاني في جدول من 04 خلايا، كما يلي:

y \ X	نعم	لا
نعم	A	B
لا	C	D

حيث : A ,B, C, D هي المشاهدات في صورة تكرارات والموزعة على الاقسام المختلفة لهذين المتغيرين أو السؤالين. والقانون الذي يستخدم لحساب معامل ارتباط فاي ...

$$\phi = \frac{AD-BC}{\sqrt{(A+B)(C+D)(A+C)(B+D)}}$$

A: عدد الافراد الذين أجابوا بنعم على x ونعم علىy

B: عدد الافراد الذين اجابوا بلا علىx ونعم على y

C: عدد الافراد الذين اجابوا بنعم على x ولا على y

D: عدد الافراد الذين اجابوا بلا على xولا على y

- **لمعرفة الدلالة الاحصائية لمعامل فاي.ϕ عند مستوى معين، علينا أن نحول قيمة فاي المحسوبة إلى Z كما يلي:**

$$Z = \phi\sqrt{n}$$

وبذلك تتحول قيمة معامل الارتباط إلى Z التي تكون قيمها الحرجة للرفض والقبول كما هو معروف عند مستوى 0.05 هي ± 1.96

وعند 0.01 هي ± 2.58

ملاحظة: للحصول على قيمة z في الجدول نأخذ مستوى الثقة ونقسمه على 2

مثال: $\frac{0.95}{2}=$ 0.4750 ونلاحظ القيمة المقابلة لها في جدول Z

تمارين:

1- جاءت بيانات الاستجابة على سؤالين من اسئلة ايزنك للشخصية كما هي موضحة في الجدول:

y \ x	نعم	لا
نعم	5	9
لا	13	4

هل العلاقة بين استجابات المفحوصين على السؤالين دالة احصائيا؟

الـتـنـبـؤ

كيف نستطيع التنبؤ بظاهرة معينة من خلال معرفة ما له علاقة بهذه الظاهرة.

(إذاكان كذا ، سيكون كذا)

التنبؤ علاقة بين متغيرين $[\, y = f(x) \,]$ $x\,,\ y$ من خلال f وهي دالة تربط بين متغيرين يفترض الباحث أن أحدها تابع والآخر مستقل

والتنبؤ هو معرفة أحد المتغيرين بمعلومية الآخر ، والمتغير المطلوب معرفته يسمى (المتغير التابع) ، والمتغير المعلوم يسمى (المتغير المستقل)

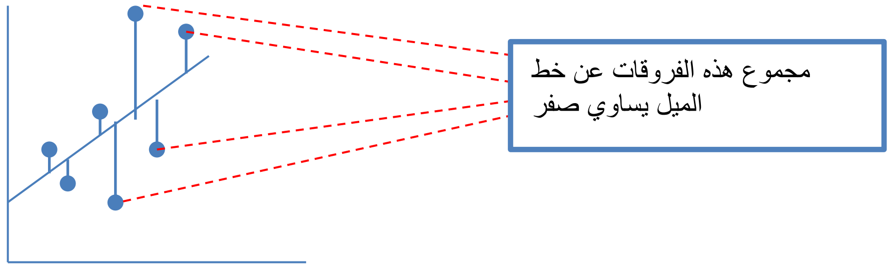
وهذا هو أبسط وأسهل أنواع التنبؤ $[\, y = f(x) \,]$، فالبساطة جاءت من عدد المتغيرات فهو أقل ما يكون. وقد تكون أكثر من متغير $[\, y = f(x_1, x_2, x_3 \ldots\ldots\ldots\ldots x_n \,]$ وهذا أكثر واقعية لأن الظاهرة تتأثر بعد متغيرات وليس متغيرا واحدا. فالتحصيل لا يتأثر بالذكاء فقط بل أيضا بالبيئة وبالمثابرة وبتعلم الوالدين ....الخ

فالسهولة هنا جاءت من المعادلة الرياضية فهذه الدالة فقط عن العلاقة الخطية ، ولكن هناك صور للعلاقات غير خطية ، فهناك العلاقات المنحنية وعلاقات تأخذ شكل حرف S وعلاقات عكسية وعلاقات لوغارتمية وعلاقات أسية.

فيجب معرفة طبيعة العلاقة بين الظاهر هل هي خطية أم لا ، ويكون ذلك من خلال الرسم للبيانات.
وهناك طرق أخرى بالحسابات لكنها أصعب.

أسلوب تحليل الانحدار

الأساس العلمي الذي بني عليه أسلوب تحليل الانحدار يعتمد على طريقة المربعات الصغرى **(OLS)** Ordinary Least Squares وتتلخص هذه الطريقة في أن تجعل مجموع مربعات الأخطاء أقل ما يمكن.
الفرق بين التقدير والمعلمة يسمى الخطأ والمجموع يساوي صفر $E(\mu - \bar{x}) = 0$



تفترض أن معادلة الانحدار الخطي البسيط بين متغيرين أحدهما تابع والآخر مستقل على الصورة التالية:

$$Y = a + bx + \epsilon$$

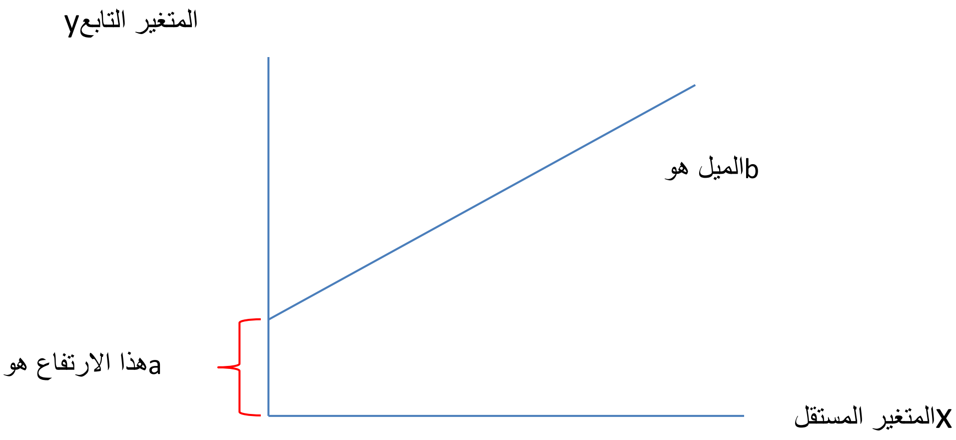
المتغير التابع

الجزء المقطوع من المحور الرأسي (ثابت)

ميل الخط المستقيم على المحور الأفقي

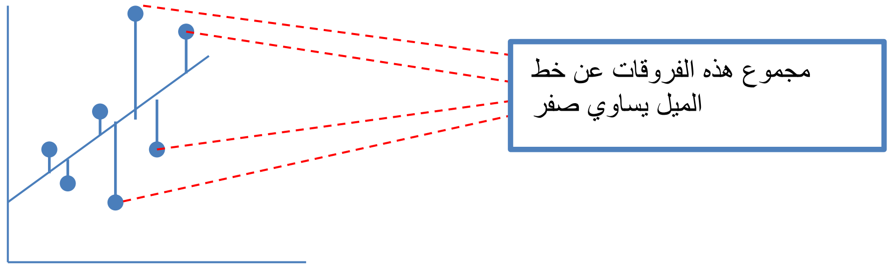
المتغير المستقل

الخطأ العشوائي



$$y = a + bx + \epsilon$$

يبقى أن نعرف كيف نقدر (a) و (b) لذلك يجب أن يختفي الخطأ العشوائي(ϵ) من المعادلة ، وذلك من خلال طريقة المربعات الصغرى التي تجعل مجموع مربعات الأخطاء أقل ما يمكن (أي صفر) كما في الشكل التالي:



وتصبح المعادلة هكذا: $\hat{Y} = \hat{a} + \hat{b}x$

و نلاحظ أن x ليس عليها علامة ^ لأنها معلومة في الأصل

حيث أن $\hat{b}$ عبارة عن : (معامل الارتباط × $\frac{\text{الانحراف المعياري} y}{\text{الانحراف المعياري} x}$) وتحسب بالمعادلة التالية:

$$\hat{b} = r \times \frac{S_y}{S_x}$$

وتدل (b) على كمية الزيادة في (y) إذا زادت (x) بوحدة واحدة.

كما أن $\hat{a}$ عبارة عن الثابت في المعادلة ، تحسب عن طريق المعادلة التالية:

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$$

حيث $(\bar{x})$ متوسط المتغير المستقل و $(\bar{y})$ متوسط المتغير التابع

=====

معامل التحديد r^2(التفسير) : يتراوح بين (صفر و 1) ، دائما موجب فهو مربع معامل الارتباط.

انه نسبة مساهمة المتغير المستقيل في تفسير التغيرات التي تحدث في المتغير التابع

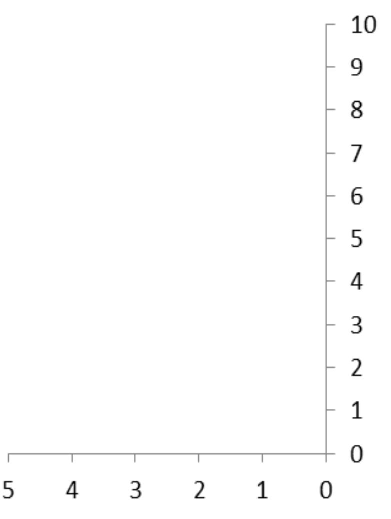
تمرين1 :

- أوجد معامل الارتباط بين المتغيرين (x) و(Y).
- احسب معامل التحديد واشرح معناه

مقياس الإحصاء استدلالي: السنة الثانية علم الاجتماع الأستاذة زرقي

- قدّر معادلة انحدار (y) على (x) [معادلة التنبؤ] $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}(x)$
- ارسم الشكل الانتشاري للعلاقة بين المتغيرين، مع رسم خط ميل الانحدار.

اسم الطالب	x	y	$(x-\bar{x})$	$(y-\bar{y})$	$(x-\bar{x})^2$	$(y-\bar{y})^2$	$(x-\bar{x})(y-\bar{y})$
محمد	1	2					
فهد	2	4					
سعد	3	6					
خالد	4	8					
سعود	5	10					
المجموع∑	15	30					



- $\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = - =$
- $\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = - =$
- $S_x = \sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}} = \sqrt{-} = \sqrt{\quad} =$
- $S_y = \sqrt{\frac{\sum(y-\bar{y})^2}{n}} = \sqrt{-} = \sqrt{\quad} =$
- $r = \frac{\sum(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sqrt{\sum(x-\bar{x})^2 \sum(y-\bar{y})^2}} = \frac{}{\sqrt{\quad \times \quad}} = \frac{}{\sqrt{\quad}} = - =$

- **التعليق** : توجد علاقة ارتباط .... بين عدد ساعات المذاكرة والدرجة التي يحصل عليها الطالب
- **معامل التحديد**r^2**يساوي** .... أي أن المتغير (x) يفسر التغيرات التي يحدث في المتغير (y) بنسبة ....%
- $\hat{b} = r \times \frac{S_y}{S_x} = \quad \times - = \quad \times \quad =$
- $\hat{a} = \bar{y} - (\hat{b} \times \bar{x}) = \quad -(\quad \times \quad) =$

إذن معادلة انحدار(y)على(x) في هذا المثال هي: $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}\,(x)$

$\hat{y} = \quad + \quad (\quad)$

تطبيق

- **تنبأبالقيم التي ستكون للمتغير (y) في حالات قيم (X) التالية ، ثم حدد مكانها على الشكل الانتشاري:**

x=4.5	x=2.5	x= 0
$\hat{y} = \quad + \quad (\quad) =$	$\hat{y} = \quad + \quad (\quad) =$	$\hat{y} = \quad + \quad (\quad) =$

حل تمرين 1 :

- أوجد معامل الارتباط بين المتغيرين (x) و(Y).

- احسب معامل التحديد واشرح معناه
- قدّر معادلة انحدار (y) على (x) [معادلة التنبؤ] $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}(x)$
- ارسم الشكل الانتشاري للعلاقة بين المتغيرين، مع رسم خط ميل الانحدار.

اسم الطالب	x	y	$(x-\bar{x})$	$(y-\bar{y})$	$(x-\bar{x})^2$	$(y-\bar{y})^2$	$(x-\bar{x})(y-\bar{y})$
محمد	1	2	-2	-4	4	16	8
فهد	2	4	-1	-2	1	4	2
سعد	3	6	0	0	0	0	0
خالد	4	8	1	2	1	4	2
سعود	5	10	2	4	4	16	8
المجموع∑	15	30			10	40	20

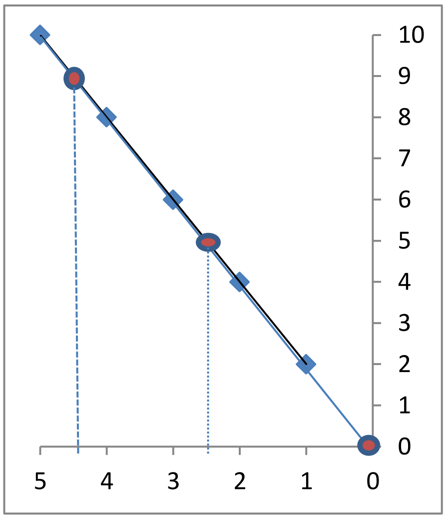
$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{15}{5} = 3$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{30}{5} = 6$$

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{10}{5}} = \sqrt{2} = 1.41$$

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum(y-\bar{y})^2}{n}} = \sqrt{\frac{40}{5}} = \sqrt{8} = 2.82$$

$$r = \frac{\sum(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sqrt{\sum(x-\bar{x})^2 \sum(y-\bar{y})^2}} = \frac{20}{\sqrt{10\times40}} = \frac{20}{\sqrt{40}} = \frac{20}{20} = 1.00$$



- **التعليق** : توجد علاقة ارتباط تامة بين عدد ساعات المذاكرة والدرجة التي يحصل عليها الطالب
- **معامل التحديد** r^2 **يساوي 1.00** أي أن المتغير (x) يفسر التغيرات التي يحدث في المتغير(y) بنسبة 100%
- $\hat{b} = r \times \frac{S_y}{S_x} = 1.00 \times \frac{2.82}{1.41} = 1.00 \times 2.00 = 2.00$
- $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} = 6 - 2(3) = 0.$

- إذن معادلة انحدار(y)على(x) في هذا المثال هي: $\hat{y} = 0 + 2(x)$

تطبيق

- **قدّر القيم التي ستكون للمتغير (y) في حالات قيم (X) التالية ، ثم حدد مكانها على الشكل الانتشاري:**

x=4.5	x=2.5	x= 0
$\hat{y} = 0 + 2(4.5) = 9$	$\hat{y} = 0 + 2(2.5) = 5$	$\hat{y} = 0 + 2\ (0) = 0$

المعالجة الاحصائية لمقاييس المسافات المتساوية والنسبة(اختبار الفروق بين المتوسطات *t* student)

تمهيد:

يعتبر اختبار *t* student من الاختبارات الاحصائية الاستدلالية البارامترية، ويستخدم للتعرف على ما اذا كان الفرق بين متوسطين جوهريا ام لا.

يرجع هذا الاختبار الاحصائي إلى العالم البريطاني William Gosset الذي اكتشفه سنة 1908 ولم يشأ ذكر اسمه فنشره بإمضاء "student" أي "طالب" كبديل مستعار لاسمه

شروط تطبيق اختبار « t–student »

- اختيار العينتين يكون بطريقة عشوائية
- أن تكون المفردات مستقلة عن بعضها البعض؛ بمعنى أن اختيار إحدى المفردات لا يمنع من اختيار أي مفردة أخرى.
- أن يكون هناك تجانس بين العينات ويقصد هنا بالتجانس مدى التفاوت بين تباين أي عينتين ويقاس هذا المدى بقسمة التباين الأكبر على التباين الأصغر.
- البيانات كمية (مستوى القياس مسافات متساوية أو نسبة)
- أن يكون توزيع البيانات اعتداليا.
- يستخدم هذا الاختبار في التصميم التجريبي لأنه يبين أثر المتغير المستقل على المتغير التابع.

1- اختبار *t* لعينتين مترابطتين:

الغرض منه هو اختبار فرضية صفرية حول متوسطي عينة واحدة، ويستخدم:

- عندما تكون لدى الباحث مجموعة من الأفراد يلاحظهما في وضعيتين مختلفتين.
- أو في حالة عينة واحدة يطبق عليها قياسا قبليا وقياسا بعديا.

- و المعادلة المستخدمة في هذه الحالة تعطى كاالتالي:

$$t = \left|\frac{\bar{d}}{s\bar{d}}\right|$$

حيث: $\bar{d}$: متوسط الفرق بين درجات أفراد العينة في الحالة الأولى والثانية، وتحسب بالعلاقة التالية:

$$\bar{d} = \frac{\sum d}{n}$$

حيث:

d هو الفرق بين الدرجات

n يمثل عدد أفراد العينة

$s\bar{d}$: الخطأ المعياري للفروق

نحسب $s\bar{d}$ كما يلي:

$$s\bar{d} = \frac{sd}{\sqrt{n}}$$

Sd: الانحراف المعياري لتوزيع الفروق

حيث:

$$sd = \sqrt{\frac{n(\sum d^2)-(\sum d)^2}{n(n-1)}}$$

- **تمرين:** أراد باحث تجريب فعالية دواء لمعالجة حالة الاكتئاب الحاد، فاختار عينة من 6 أفراد مكتئبين، وقاس درجة الاكتئاب لديهم قبل تجريب الدواء، ثم قاسها بعد تناولهم للدواء بمدة معينة، وافترض أنه لا يوجد اختلاف في درجة الاكتئاب سواء قبل تناول الدواء أو بعده. وهذه بيانات القياسين:

الأفراد	1	2	3	4	5	6	Σ
قبل	7	5	4	6	7	8	
بعد	9	4	8	8	10	10	
d	−2	1	−4	−2	−3	−2	**−12**
d²	4	1	16	4	9	4	**38**

- $\bar{d} = \frac{-12}{6} = -2$
- $sd = \sqrt{\frac{6*38-144}{30}} = 1.67$
- $s\bar{d} = \frac{1.67}{\sqrt{6}} = 0.68$
- $t = \frac{-2}{0.68} = 2.94$

- **الدلالة الإحصائية لمعامل t:**

- عند: $ddl = n - 1 = 5$
- و: $\alpha = 0.05$

فإننا نلاحظ أن قيمة "ت" الجدولية (2.571) أصغر من قيمة "ت" المحسوبة (2.94)، وبالتالي نرفض H_o وعليه الفرق دال إحصائيا.

2- اختبار t لعينتين مستقلتين ومتساويتين في الحجم: ($n1 = n2$)

نشير في البداية إلى أن اختبار "t" لا يستطيع أن يفحص الدلالة الإحصائية للفروق لأكثر من عينتين، هناك اختبارات إحصائية بارامترية أخرى تمكن من ذلك لعل أشهرها هو اختبار تحليل التباينF . ففي حالة العينتين المستقلتين، فإن معادلة اختبار "t" تصبح:

$$t = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{\sqrt{\frac{s^2{}_1 + s^2{}_2}{n-1}}}$$

حيث: يمثل $\bar{x}_1\ et \bar{x}_2$ المتوسطين الحسابيين للعينة الأولى والثانية.

و: $s^2{}_1$ et $s_2{}^2$ تبايني العينة الأولى والثانية، والذي يحسب عن طريق:

$$s^2 = \frac{\sum(x-m)^2}{n-1}$$

- **مثال:** في اختبار لقياس التفكير الابتكاري لدى عينتين تتكون كل واحدة منهما من 15 متربصا من متربصي التكوين المهني، افترض باحث أنه لا توجد فروق دالة بين الذكور والإناث فيما يخص هذا المتغير، وهذا حسب البيانات التالية المتحصل عليها:

الذكور	**الإناث**
$n_2 = 15$	$n_1 = 15$
$m_2 = 15.81$	$m_1 = 23.63$
$s^2{}_2 = 2.62$	$s^2{}_1 = 3.62$

وبالتعويض في المعادلة السابقة، نحصل على: $t = 6.55$

- **الدلالة الإحصائية:** تتم مقارنة قيمة "ت" المحسوبة بنظيرتها الجدولية عند:

- $ddl = n_1 + n_2 - 2 = 29$
- $\alpha = 0.05$

فنلاحظ أن قيمة "ت" المحسوبة (6.55) أكبر من قيمة "ت" الجدولية (2.46) وعليه نرفض الفرضية الصفرية، والفرق دال ولصالح عينة الإناث التي كان متوسط نتائجها أعلى

الـتـوزيـعـات الاحصائـيـة

التوزيعات الاحصائية هي توزيعات احتمالية ، والاحتمالات هي موضوعات رياضية تدرس سلوك ظاهرة معينة بالأرقام وتحدد أمكانية حدوثها $0 \leq P(A) \leq 1$

وقد قدم علم الاحصاء العديد من التوزيعات الاحصائية للمتغيرات العشوائية التي تسهل التعامل معها ومتابعة سلوك الظاهرة أو المتغير وحساب الاحتمالات المتغيرة.

المتغيرات العشوائية تنقسم إلى قسمين/

أولا/ متغيرات عشوائية متقطعة:
وهي المتغيرات التي تأخذ قيما منفصلة بينها فراغات غير متصلة ، وهذا النوع له توزيعات إحصائية هامة منها:

1) توزيع برونللي.
2) توزيع ذي الحدين.
3) توزيع بواسون.
4) التوزيع الهندسي.
5) التوزيع الهندسي الزائدي.
6) توزيع ذي الحدين السالب.
7) التوزيع المنتظم.

ثانيا/ متغيرات عشوائية متصلة:
وهي المتغيرات التي تأخذ قيما متواصلة لا تنقطع ولا يوجد بينها فجوات أو فواصل مثل : الوزن ، والعمر، والطول، والدخل، والزمن، والمسافة، الدرجات .... وهذه لها توزيعات إحصائية متصلة مثل:

1) **التوزيع الطبيعي.**
2) **توزيع t.**
3) **توزيع f.**
4) **توزيع x^2.**
5) التوزيع المنتظم المتصل.
6) توزيع بيتا.
7) توزيع جاما.
8) توزيع كوشي.

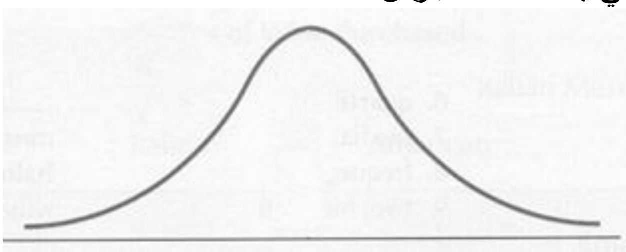
التوزيع الطبيعي

التوزيع الطبيعي أهم التوزيعات الاحصائية على الإطلاق لسببين:

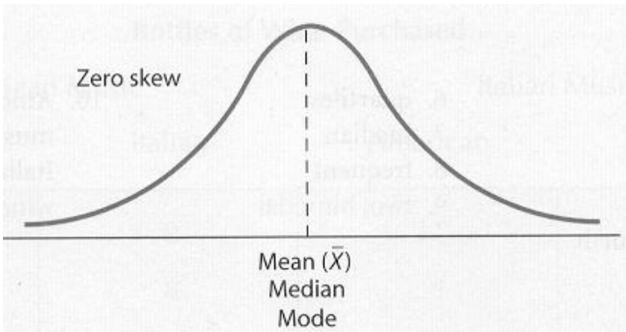
- السبب الأول : أن أغلب الظواهر الحياتية تتبع هذا التوزيع (الطول، الوزن ، العمر، الذكاء ....)
- السبب الثاني: بيانات الظواهر التي لا تتبع التوزيع الطبيعي أي التي تتبع توزيعات أخرى عند زيادة حجمها فإنها تتوزع طبيعيا.

خصائص التوزيع الطبيعي:

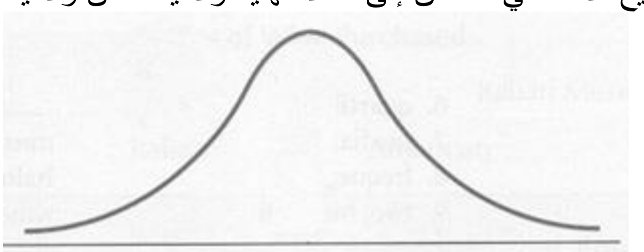
1- منحنى التوزيع الطبيعي يأخذ شكل الجرس.



2- منحنى التوزيع الطبيعي متماثل حول المتوسط الحسابي ، وهذا التماثل يعني أن: معامل الالتواء يساوي صفر.
3- قمة منحنى التوزيع الطبيعي قمة معتدلة ليست مرتفعة مدببة، وليست منخفضة مفرطحة. وهذا معناه أن معامل التفرطح يساوي 3
4- في التوزيع الطبيعي يتساوى المتوسط والوسيط والمنوال.

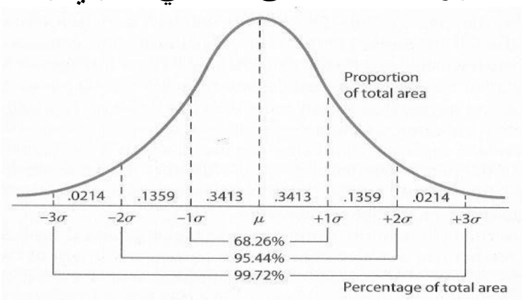


5- التوزيع الطبيعي يعتمد على معلمتين همنا المتوسط μ والتباين σ^2.
6- طرفي منحنى التوزيع الاعتدالي ممتدان إلى ما لا نهاية ولا يقاطعان ولا يمسان المحور الأفقي.



7- المساحة تحت المنحنى الطبيعي محسوبة كما يلي:

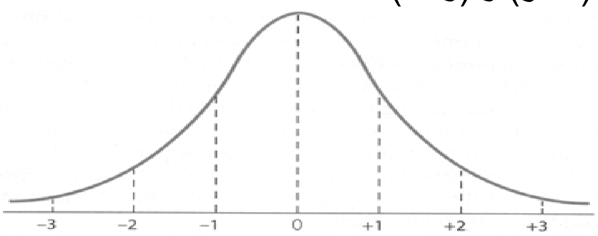
- المساحة المحصورة تحت المنحنى الطبيعي بين $(\mu - 1\sigma$ و $\mu + 1\sigma)$ تساوي 68%
- المساحة المحصورة تحت المنحنى الطبيعي بين $(\mu - 2\sigma$ و $\mu + 2\sigma)$ تساوي 95%
- المساحة المحصورة تحت المنحنى الطبيعي بين $(\mu - 3\sigma$ و $\mu + 3\sigma)$ تساوي 99%
- المساحة الكلية المحصورة تحت المنحنى الطبيعي تساوي واحد صحيح



8- يمكن تحويل منحنى التوزيع الطبيعي إلى منحنى توزيع معياري وذلك بتحويل قيم المتغير العشوائي الأصلية إلى درجات معيارية من خلال المعادلة التالية:

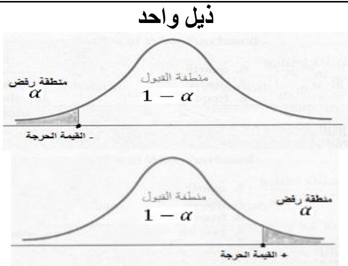
$$\mathbf{Z} = \frac{x-\mu}{\sigma}$$ **الدرجة المعيارية**

9- التوزيع الطبيعي المعياري له نفس الخصائص ما عدا كل ما يتعلق بالمتوسط μ والتباين σ^2 حيث أنهما أصبحا (صفر) و (واحد).



10- متوسط التوزيع الطبيعي المعياري (صفر) وتباينه (1) ، ولذلك يمكن تحويل أي توزيع طبيعي إلى توزيع طبيعي معياري له جداول إحصائية واحدة .

11- القيم الجدولية من جدول التوزيع الطبيعي المعياري الهامة في اختبار(**z**) يمكن تلخيصها في أربع قيم كما يلي:

ذيل واحد		**ذيلين**	
			
$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$ $\frac{\alpha}{2} = 0.025$	$\alpha = 0.01$ $\frac{\alpha}{2} = 0.005$
1.64	**2.33**	**1.96**	**2.58**

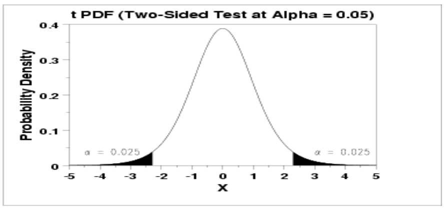
توزيع ت

توزيعاحتماليستخدملتقديرمعلماتالسكانعندمايكونحجمالعينةصغيرو / أوعندمايكونتباينالمجتمعغيرمعروف.

لماذااستخدمرالتوزيع؟

إنتوزيعالمعاينةللإحصاء (مثلمتوسط العينة) تتبعالتوزيعالطبيعي،طالماأنحجمالعينةكبيربمافيهالكفاية.
لذلك،عندمانعرفالانحرافالمعياريللمجتمع،يمكنناحسابدرجةz،واستخدامالتوزيعالطبيعيلتقييمالاحتمالاتمعمتوسط العينة.

لكنأحجامالعيناتصغيرةأحيانا،وغالبالانعرفالتباين والانحرافالمعياريللمجتمع. عندماتحدثأيمنهذهالمشاكل،يتم الاعتمادعلىتوزيعt(المعروفأيضاباسمقيمةت)،



خصائص توزيع t :

1- يوجد عدد غير محدود من توزيعات t والتي يمكن التعرف على كل منها باستخدام واحدة من درجات الحرية df
2- توزيع t متصل ، وبالتالي فإن منحناه يكون ممهدا ، ولذلك يمكن حساب الاحتمالات بإيجاد المساحات تحت هذا المنحنى.
3- يشبه التوزيع الاحتمالي لتوزيع t شكل الجرس وهو متماثل حول الصفر حيث أن متوسطه يساوي صفر
4- كلما زادت درجات الحرية df كلما اقترب التباين من الواحد الصحيح واقترب توزيع t من التوزيع الطبيعي المعياريz .
5- يوجد جدول محسوب لقيم توزيع t يمكن التعرف عليها من خلال درجات الحرية m وتحديد مستوى الدلالة α المرغوب

- درجات الحرية تحسب كما يلي : درجة الحريةdf = حجم العينة - عدد المجموعات .
- مستويات الدلالة α في العلوم النفسية والاجتماعية التي تحدد غالبا هي (0.05) و (0.01)
- تحسب الجدولية من خلال البحث في جدول توزيع t عند تقاطع درجة الحرية مع مستوى الدلالة المحدد $t(\alpha;\ df)$.

توزيع ذي الحدين: يعتبر هذا التوزيع من التوزيعات الاحتمالية المنفصلة، ويستخدم في الظواهر التي تكون النتائج الممكنة لها واحدة من اثنتين احداهما تسمى نجاحا والثانية تسمى فشلا، والمقصود بالنجاح والفشل هنا هو حدوث الحادث(نجاح) وعدم حدوثه أو تحققه(فشل).وعلى سبيل المثال: نجاح/رسوب، غياب/حضور، وصول/عدم وصول.

وتحدث باحتمال ل بحيث : **ل= 1−ح** . وعند تكرار التجربة عددا من المرات فإننا نحصل في كل مرة إما على حالة نجاح باحتمال **ح** أو حالة فشل باحتمال **ل.**

والمتغير العشوائي X الذي يمثل عدد مرات النجاح من هذا النوع يتبع توزيع ذي الحدين الذي يعطى بالمعادلة التالية:

$$Z=\frac{n1-xn}{\sqrt{nxy}}$$

حيث:

عدد الاستجابات الموجبة: N1

الوسط الحسابي: **Xn**

الانحراف المعياري: **Nxn**

احتمال الاستجابات الموجبة: **X**

احتمال الاستجابات السالبة: **Y**

مثال1: من اجل التحقق من فرضية أنه لاتوجد فروق دالة احصائيا بين الاطفال في اختياراتهم، تم أخذ 28 طفلا وطبق عليهم اختبار عبارة عن مربعات ومستطيلات. حيث نجح 20 طفلا في التجربة ولم ينجح 08 اطفال.

مثال2: نفرض أن مصنعا لإنتاج الكراريس ينتج 300 كراسا وجدنا 30 كراسا منها غير صالح للاستعمال، وأخذنا عينة من 3 كراريس من انتاج المصنع.

أوجد أحتمال أن يكون من بين الثلاث كراريس المأخوذة كراسين(02) غير صالحين للاستعمال.

مثال2: ألقيت قطعة نقود 4مرات، ماهو احتمال ظهور الصورة 3 مرات.

الحل:

عدد المحاولات n=4

احتمال ظهور الصورة في أي مرة p=1/2

احتمال عدم ظهور الصورة في أي مرة L= 1−p=1/2

نفرض x هي عدد الصور التي تظهر على السطح العلوي.

اذن $p(x)= {}^4k_x \ (1/2)^x \ (1/2)^{4-x}$

حيث $x= 1,2,3,4$

احتمال ظهور الصورة 3 مرات $p(x=3)$

$={}^4k_3(1/2)^3(1/2)^1$

$=4/16$

$=1/4$

- **توزيع بواسون:** يمثل توزيع بواسون أحد التوزيعات الاحتمالية الشائعة في تحليل بيانات المتغيرات المنفصلة. ويختص هذا التوزيع الذي يمثل حالة خاصة لتوزيع ذي الحدين الذي سبق شرحه بالصفات غير المستمرة، وذلك في حالة إذا كان عدد المرات التي يحدث فيها المتغير أو الظاهرة معلوما (فتحي أبوراضي 2000 ص79) وكمثال على ذلك: عدد الهزات الارضية في السنة، عدد حوادث المرور على الطريق السيار(شرق–غرب)، عدد الاخطاء المطبعية في كتاب الجغرافيا للسنة الاولى متوسط...الخ.

  ومن خصائص توزيع بواسون أنه في العادة توزيعا ملتويا التواء موجبان حيث تقابل التكرارات الكبيرة لحدوث المتغير العدد الصغير على مقياس مرات الحدوث، بينما تقابل التكرارات الصغيرة العدد الكبير من مرات الحدوث على نفس المقياس.

- **توزيع ستودانت t:** إذا كان التوزيع الطبيعي /الاعتدالي يناسب فقط العينات الكبيرة، فإن توزيع –t » student » – الذي يعود إلى مكتشفهGosset الذي كان ينشر أبحاثه باسم مستعار كطالب– صالح للعينات الصغيرة والكبيرة معا، إلا أن استعماله في حالة العينات الصغيرة التي يقل عدد الملاحظات فيها عن 30 يعتبر أكثر فعالية.

توزيع كاي تربيع Distribution khi carré: في البحوث في علم النفس، علم الاجتماع، علوم التربية، وحتى علوم الاعلام والاتصال، يجد الباحث نفسه أمام بيانات كيفية (من مستوى قياس اسمي أو ترتيبي) يتطلب تحليلها في صورة تكرارات مثل: استبيان يحتوي على مجموعة بنود تكون بدائل الاجابة عليها (البنود)، (نعم، لا) أو (موافق، محايد، معارض) أو (راض تماما، راض، غير راض، غير راض تماما)، في هذه الحالة وللكشف والمقارنة بين الفروق المشاهدة وتكرار متوقع الحصول عليه لنفس

الاستجابات في المجتمع الأصلي، نطبق توزيع نظري يسمى توزيع كا^2 . ويكون الشكل العام لتوزيع (x^2) توزيعا ملتويا دوما.

- **الفرضية الإحصائية:** هي جملة علمية تعبر عن توقع أو احتمال أو اجابة مؤقتة لسؤال يضعة الباحث ويحاول التحقق منه احصائيا، وهي مرتبطة مباشرة بفرضيات البحث.

تصاغ الفروض الاحصائية في شكل صفري أو بديل.

*__الفرض الصفريH_0:__ يفترض الباحث أن العلاقة بين متغيرين أو الفرق بينهما يساوي صفر

مثال:

لا توجد علاقة ارتباطية ذات دلالة احصائية بين متغيري الدافعية والأداء لدى عمال شركة سونلغاز. $X1-x2=0$.

- لا توجد فروق ذات دلالة احصائية في الاداء بين العمال الذين التحقوا بتكوين والعمال الذين لم يلتحقوا بتكوين. $n1-n2=0$

• **الفرض البديلH_1:يفترض** الباحث أن هناك علاقة بين متغيرين أو فروق متوقعة بينهم.

مثال:

- توجد علاقة ارتباطية ذات دلالة احصائية بين متغيري الدافعية والأداء لدى عمال شركة سونلغاز. $X1-x2\neq0$
- توجد فروق ذات دلالة احصائية في الاداء بين العمال الذين التحقوا بتكوين والعمال الذين لم يلتحقوا بتكوين.$n1-n2\neq0$.
- **مستوى الدلالة:** هو المستوى الذي يطمئن عنده الباحث من صحة نتائجه وأنها لا تعود للصدفة. ويتم الكشف عنها من خلال جداول احصائية خاصة وذلك بعد تحديد القيمة المحسوبة. وتكون هذه الجداول غالبا في ملاحق كتب الاحصاء.

وهناك ثلاث مستويات دلالة مقبولة احصائيا:

1- مستوى دلالة 0.001، أي أن هناك ثقة في النتائج التي توصلت إليها كباحث بنسبة0.999 مقابل شك بنسبة 0.001 أي أن كل 1000مرة نقوم فيها بحساب معامل الارتباط مثلا، هناك 999 مرة صواب مقابل مرة واحدة محتملة للخطأ.

2- مستوى دلالة 0.01، أي أن هناك ثقة في النتائج التي توصلت إليها كباحث بنسبة0.99 مقابل شك بنسبة 0.01

أي أن كل 100مرة نقوم فيها بحساب معامل الارتباط ، هناك 99 مرة صواب مقابل مرة واحدة محتملة للخطأ.

3- مستوى دلالة 0.05، أي أن هناك ثقة في النتائج التي توصلت إليها كباحث بنسبة0.95 مقابل شك بنسبة0.05

أي أن كل 100مرة نقوم فيها بحساب معامل الارتباط ، هناك95مرة صواب مقابل 5 مرات محتملة للخطأ. ويعتبر هذا المستوى من الدلالة أقل مستوى نقبله كباحثين.

- **اختبار الفروض الاحصائية:** إن اختبار الفروض بأسلوب احصائي يؤدي إلى اتخاذ قرار اذا ماكان الفرض مقبولا أم مرفوضا. تجدر الاشارة إلى أن قبول الفرض لايعني بالضرورة أن يكون صحيحا، كما رفض الفرض لايعني بالضرورة أن يكون خاطئا. والجدول التالي يوضح ذلك:

القرار / الفرضية	(H0) صحيح	(H0) خاطيء
قبول(H0)	**صواب $(1-\alpha)$**	**خطأ2(خطا من النوع الثاني β)**
رفض(H0)	**خطأ1(خطا من النوع الاول α**	**صواب $(1-\beta)$**

فإذا كان H0 صحيحا ولم يتمكن الباحث من رفضه (قبله الباحث) فهو قرار صائب

أما إذا كان H0 خاطئا ورفضه الباحث (لم يقبله) فهو قرار صائب

أما عند رفض H0 وهو صحيح فالقرار خاطئ

اما عند رفض H0 وهو خطأ فالقرار خاطئ

يمكن توضيح نوعي الخطأ المبينين من خلال المثالين الأتيين**(صلاح الدين محمود علام 2005ص102)** :

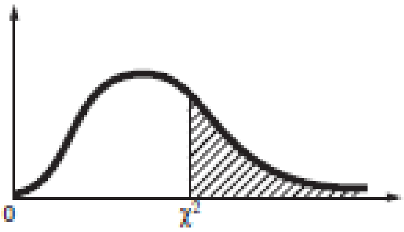
مثال1: نفترض أن التغذية الرجعية ليس لها تأثير بالفعل على سلوك حل المشكلة، ولكننا لاحظنا عن طريق الصدفة أن سلوك حل المشكلة كان أفضل في وجود التغذية الرجعية، فإننا ربما

نستنتج أن الرجعية تؤدي إلى تحسين سلوك حل المشكلة في حين أن الأمر ليس كذلك، وهنا نكون قد وقعنا في خطأ من النوع الأول.

مثال2: عند محاكمة متهم يمكن الوقوع في أي من نوعي الخطأ، فتجريم شخص بريء يعد خطأمن النوع الأول، وتبرئة شخص مذنب يعد خطأمن النوع الثاني

Loi du khi–deux
Table de dépassement de l'écart

En fonction du nombre ddl de degrés de liberté et d'une probabilité α : valeur de l'écart χ^2 qui possède la probabilité α d'être dépassée.



ddl \ α	0,999	0,99	0,95	0,90	0,50	0,10	0,05	0,01	0,001
1	0,000002	0,00016	0,00393	0,0158	0,455	2,706	3,841	6,635	10,828
2	0,00200	0,0201	0,103	0,211	1,386	4,605	5,991	9,210	13,816
3	0,0243	0,115	0,352	0,584	2,366	6,251	7,815	11,345	16,266
4	0,0908	0,297	0,711	1,064	3,357	7,779	9,488	13,277	18,467
5	0,210	0,554	1,145	1,610	4,351	9,236	11,070	15,086	20,515
6	0,381	0,872	1,635	2,204	5,348	10,645	12,592	16,812	22,458
7	0,598	1,239	2,167	2,833	6,346	12,017	14,067	18,475	24,322
8	0,857	1,646	2,733	3,490	7,344	13,362	15,507	20,090	26,124
9	1,152	2,088	3,325	4,168	8,343	14,684	16,919	21,666	27,877
10	1,479	2,558	3,940	4,865	9,342	15,987	18,307	23,209	29,588
11	1,834	3,053	4,575	5,578	10,341	17,275	19,675	24,725	31,264
12	2,214	3,571	5,226	6,304	11,340	18,549	21,026	26,217	32,909
13	2,617	4,107	5,892	7,042	12,340	19,812	22,362	27,688	34,528
14	3,041	4,660	6,571	7,790	13,339	21,064	23,685	29,141	36,123
15	3,483	5,229	7,261	8,547	14,339	22,307	24,996	30,578	37,697
16	3,942	5,812	7,962	9,312	15,338	23,542	26,296	32,000	39,252
17	4,416	6,408	8,672	10,085	16,338	24,769	27,587	33,409	40,790
18	4,905	7,015	9,390	10,865	17,338	25,989	28,869	34,805	42,312
19	5,407	7,633	10,117	11,651	18,338	27,204	30,144	36,191	43,820
20	5,921	8,260	10,851	12,443	19,337	28,412	31,410	37,566	45,315
21	6,447	8,897	11,591	13,240	20,337	29,615	32,671	38,932	46,797
22	6,983	9,542	12,338	14,041	21,337	30,813	33,924	40,289	48,268
23	7,529	10,196	13,091	14,848	22,337	32,007	35,172	41,638	49,728
24	8,085	10,856	13,848	15,659	23,337	33,196	36,415	42,980	51,179
25	8,649	11,524	14,611	16,473	24,337	34,382	37,652	44,314	52,620
30	11,59	14,95	18,49	20,60	29,34	40,26	43,77	50,89	59,70
35	14,69	18,51	22,47	24,80	34,34	46,06	49,80	57,34	66,62
40	17,92	22,16	26,51	29,05	39,34	51,81	55,76	63,69	73,40
45	21,25	25,90	30,61	33,35	44,34	57,51	61,66	69,96	80,08
50	24,67	29,71	34,76	37,69	49,33	63,17	67,50	76,15	86,66
60	31,74	37,48	43,19	46,46	59,33	74,40	79,08	88,38	99,61
70	39,04	45,44	51,74	55,33	69,33	85,53	90,53	100,43	112,32
80	46,52	53,54	60,39	64,28	79,33	96,58	101,88	112,33	124,84
90	54,16	61,75	69,13	73,29	89,33	107,57	113,15	124,12	137,21
100	61,92	70,06	77,93	82,36	99,33	118,50	124,34	135,81	149,45

Nota : pour effectuer un test du khi-deux, seule la partie droite de la table est utile ; pour calculer un intervalle de confiance pour une variance (échantillon normal) ou pour effectuer un test de quotient de variances (échantillons normaux), les valeurs pour les probabilités complémentaires α et $1-\alpha$ sont simultanément utilisées.

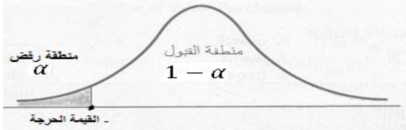
Valeurs critiques du coefficient de corrélation linéaire ρ

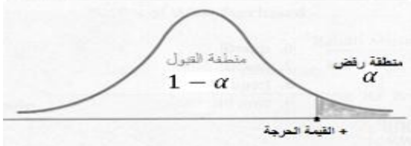
Table de la valeur absolue qui possède une probabilité donnée d'être dépassée (échantillon normal)

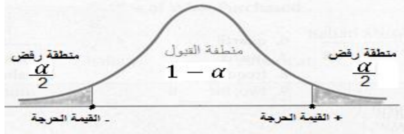
En fonction du nombre ddl de degrés de liberté (égal à $n-2$ pour une corrélation simple) et d'une probabilité α : valeur de r qui possède la probabilité α d'être dépassée en valeur absolue, soit $P(|\rho| > r) = \alpha$.

ddl \ α	0,10	0,05	0,01
1	0,9877	0,9969	0,9999
2	0,9000	0,9500	0,9900
3	0,8054	0,8783	0,9587
4	0,7293	0,8114	0,9172
5	0,6694	0,7545	0,8745
6	0,6215	0,7067	0,8343
7	0,5822	0,6664	0,7977
8	0,5494	0,6319	0,7646
9	0,5214	0,6021	0,7348
10	0,4973	0,5760	0,7079
11	0,4762	0,5529	0,6835
12	0,4575	0,5324	0,6614
13	0,4409	0,5139	0,6411
14	0,4259	0,4973	0,6226
15	0,4124	0,4821	0,6055
16	0,4000	0,4683	0,5897
17	0,3887	0,4555	0,5751
18	0,3783	0,4438	0,5614
19	0,3687	0,4329	0,5487
20	0,3598	0,4227	0,5368
21	0,3515	0,4132	0,5256
22	0,3438	0,4044	0,5151
23	0,3365	0,3961	0,5052
24	0,3297	0,3882	0,4958
25	0,3233	0,3809	0,4869
30	0,2960	0,3494	0,4487
35	0,2746	0,3246	0,4182
40	0,2573	0,3044	0,3932
45	0,2428	0,2875	0,3721
50	0,2306	0,2732	0,3541
60	0,2108	0,2500	0,3248
70	0,1954	0,2319	0,3017
80	0,1829	0,2172	0,2830
90	0,1726	0,2050	0,2673
100	0,1638	0,1946	0,2540
ddl > 100	$\frac{1,645}{\sqrt{\text{ddl}+1}}$	$\frac{1,960}{\sqrt{\text{ddl}+1}}$	$\frac{2,576}{\sqrt{\text{ddl}+1}}$

	ذيلين	ذيل واحد
درجات		







في حالة الذيلين يتم قسمة مستوى الدلالة على اثنين

الحرية df	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$ $\frac{\alpha}{2} = 0.025$	$\alpha = 0.01$ $\frac{\alpha}{2} = 0.005$
1	6.31	31.8	12.70	63.65
2	2.92	6.96	4.30	9.92
3	2.35	4.54	3.18	5.84
4	2.13	3.74	2.77	4.60
5	2.01	3.36	2.57	4.03
6	1.94	3.14	2.44	3.70
7	1.89	2.99	2.36	3.49
8	1.86	2.89	2.30	3.35
9	1.83	2.82	2.26	3.25
10	1.81	2.76	2.22	3.16
11	1.79	2.71	2.20	3.10
12	1.78	2.68	2.17	3.05
13	1.77	2.65	2.16	3.01
14	1.76	2.62	2.14	2.97
15	1.75	2.60	2.13	2.94
16	1.74	2.58	2.12	2.92
17	1.74	2.56	2.11	2.89
18	1.73	2.55	2.10	2.87
19	1.72	2.53	2.09	2.86
20	1.72	2.52	2.08	2.84
21	1.72	2.51	2.08	2.83
22	1.71	2.50	2.07	2.81
23	1.71	2.50	2.06	2.80
24	1.71	2.49	2.06	2.79
25	1.70	2.48	2.06	2.78
26	1.70	2.47	2.05	2.77
27	1.70	2.47	2.05	2.77
28	1.70	2.46	2.04	2.76
29	1.69	2.46	2.04	2.75
30	1.69	2.45	2.04	2.75
40	1.68	2.42	2.02	2.70
50	1.67	2.40	2.00	2.67
60	1.67	2.39	2.00	2.66
80	1.66	2.37	1.99	2.63
100	1.66	2.36	1.98	2.62
1000	1.64	2.33	1.96	2.58
z	**1.64**	**2.33**	**1.96**	**2.58**

توزيع لT