REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieure et de la Recherche Scientifique
Université Djilali Bounaâma de Khemis Miliana

Niveau : 1ère année MI   matière : Structure machine   2020/2021

Solution de la série de TD N°4 (Algèbre de Boole)

Solution de l'exercice N°1:

Démontrer algébriquement les relations suivantes :

$a/ \quad AB+\overline{A}C=(\overline{A}+B)(A+C)$

$$(\overline{A}+B)(A+C)= \overline{A}A+\overline{A}C+AB+BC$$
$$=AB+\overline{A}C+(\overline{A}+A)BC$$
$$=AB+\overline{A}C+\overline{A}BC+ABC$$
$$=AB(1+C)+\overline{A}C(1+B)$$
$$=AB+\overline{A}C$$

$b/ \quad AB+\overline{A}C+BC=AB+\overline{A}C$

$$AB+\overline{A}C+BC=AB+\overline{A}C+(\overline{A}+A)BC$$
$$=AB+\overline{A}C+\overline{A}BC+ABC$$
$$=AB(1+C)+\overline{A}C(1+B)$$
$$=AB+\overline{A}C$$

$c/ \quad (A+B)(\overline{A}+C)(B+C)=(A+B)(\overline{A}+C)$

$$(A+B)(\overline{A}+C)(B+C)= (\overline{A}A+AC+\overline{A}B+BC)(B+C)$$
$$=(\overline{A}B+AC+BC)(B+C)$$
$$=\overline{A}BB+ACB+BBC+\overline{A}BC+ACC+BCC$$
$$=\overline{A}B+ACB+BC+\overline{A}BC+AC$$
$$=AC(1+B)+BC+\overline{A}B(1+C)$$
$$=AC+BC+\overline{A}B+\overline{A}A$$
$$=A(\overline{A}+C)+B(\overline{A}+C)$$
$$=(A+B)(\overline{A}+C)$$

$d/ \quad AB+A\overline{B}C=AB+AC$

$$AB+A\overline{B}C=A(B+\overline{B}C)$$
$$=A((B+\overline{B})(B+C))$$
$$=A(B+C)$$
$$=AB+AC$$

Solution de l'exercice N°2:

Représentation des fonctions sous la première et la deuxième forme canonique

- $X=\overline{a}b\overline{c}+abd+\overline{b}c\overline{d}$

a	b	c	d		$\overline{a}$	$\overline{b}$	$\overline{c}$	$\overline{d}$	$\overline{a}b\overline{c}$	abd	$\overline{b}c\overline{d}$	$X=\overline{a}b\overline{c}+abd+\overline{b}c\overline{d}$
0	0	0	0		1	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	1		1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	1	0		1	1	0	1	0	0	1	1
0	0	1	1		1	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0		1	0	1	1	1	0	0	1
0	1	0	1		1	0	1	0	1	0	0	1
0	1	1	0		1	0	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1		1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0		0	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	1		0	1	1	0	0	0	0	0

1	0	1	0		0	1	0	1	0	0	1	1
1	0	1	1		0	1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0		0	0	1	1	0	0	0	0
1	1	0	1		0	0	1	0	0	1	0	1
1	1	1	0		0	0	0	1	0	0	0	0
1	1	1	1		0	0	0	0	0	1	0	1

$$X_{FNC}(a,b,c,d) = a\overline{b}c\overline{d} + \overline{a}b\overline{c}\overline{d} + \overline{a}b\overline{c}d + a\overline{b}c\overline{d} + ab\overline{c}d + abcd$$

$$X_{FND}(a,b,c,d) = (a+b+c+d)(a+b+c+\overline{d})(a+b+\overline{c}+\overline{d})(a+\overline{b}+\overline{c}+d)(a+\overline{b}+\overline{c}+\overline{d})$$
$$(\overline{a}+b+c+d)(\overline{a}+b+c+\overline{d})(\overline{a}+b+\overline{c}+\overline{d})(\overline{a}+\overline{b}+c+d)(\overline{a}+\overline{b}+\overline{c}+d)$$

- $\underline{Z = (a+d)(\overline{a}+c+d) + \overline{a}\overline{b}}$

a	b	c	d		$\overline{a}$	$\overline{b}$	$a+d$	$\overline{a}+c+d$	$\overline{a}\overline{b}$	$(a+d)(\overline{a}+c+d)$	$Z=(a+d)(\overline{a}+c+d)+\overline{a}\overline{b}$
0	0	0	0		1	1	0	1	1	0	1
0	0	0	1		1	1	1	1	1	1	1
0	0	1	0		1	1	0	1	1	0	1
0	0	1	1		1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0		1	0	0	1	0	0	0
0	1	0	1		1	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0		1	0	0	1	0	0	0
0	1	1	1		1	0	1	1	0	1	1
1	0	0	0		0	1	1	0	0	0	0
1	0	0	1		0	1	1	1	0	1	1
1	0	1	0		0	1	1	1	0	1	1
1	0	1	1		0	1	1	1	0	1	1
1	1	0	0		0	0	1	0	0	0	0
1	1	0	1		0	0	1	1	0	1	1
1	1	1	0		0	0	1	1	0	1	1
1	1	1	1		0	0	1	1	0	1	1

$$Z_{FNC}(a,b,c,d) = \overline{a}\overline{b}\overline{c}\overline{d} + \overline{a}\overline{b}\overline{c}d + \overline{a}\overline{b}c\overline{d} + \overline{a}\overline{b}cd + \overline{a}b\overline{c}d + \overline{a}bcd + a\overline{b}\overline{c}d + a\overline{b}c\overline{d} + a\overline{b}cd + ab\overline{c}d + abc\overline{d} + abcd$$

$$Z_{FND}(a,b,c,d) = (a+\overline{b}+c+d)(a+\overline{b}+\overline{c}+d)(\overline{a}+b+c+d)(\overline{a}+\overline{b}+c+d)$$