

Examen Semestriel
Algorithmique Avancée et Complexité

Durée 1^h30^m Date : 09/02/2019

Exercice 1 (4 points)

1- Soit $T(n) = \frac{1}{5}n^2 + 230$, Montrer que $T(n) = \theta(n^2)$.

2- Soit $T(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + n$, Montrer que $T(n) = \theta(n^2)$.

Exercice 2 (3 points)

Soit l'équation de récurrence :
$$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 1 \\ \sum_{i=1}^{n-1} T(i) + 1 & \text{si } n > 1 \end{cases}$$

a. Calculez $T(n) - T(n-1)$; pour $n \geq 2$

b. Résoudre $T(n)$

Exercice 3 (5 points)

Soit x un entier en représentation binaire contenu dans un tableau de n cases :

1	0	0	1	0	1	1	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

a. Ecrire un algorithme qui retourne le tableau qui contient la valeur binaire de $x+1$ (sans passer par le calcul décimal). Donnez sa complexité ?

b. En déduire un algorithme qui calcule $x+k$, pour k entier donné. Donnez sa complexité ?

Exercice 4 (4 points)

On suppose A un tableau d'entier positif ou chacun des n éléments est un entier de l'intervalle 0 à k , k étant un certain nombre entier

- Dérouler l'algorithme pour un tableau $A[17, 10, 11, 0, 18, 4, 9, 12, 8, 6, 10, 7, 0, 13]$; remarquer que $n=14$, $k=18$.
- Que fait l'algorithme ? en expliquant le comment ?
- Calculer la complexité temporelle ?

Algorithme calcule

Entrée : - A un tableau de n entier
- k le plus grand entier du tableau

Sortie : - un tableau B

Debut

```
pour  $i := 0$  à  $k$   
faire  $C[i] := 0$  ; fait ;  
pour  $j := 1$  à  $n$   
faire  $C[A[j]] := C[A[j]] + 1$  ; fait ;  
pour  $i := 1$  à  $k$   
faire  $C[i] := C[i] + C[i - 1]$  ; fait ;  
pour  $j := n$  à  $1$   
faire  $B[C[A[j]]] \leftarrow A[j]$  ;  
 $C[A[j]] \leftarrow C[A[j]] - 1$  ;  
fait ;  
Fin.
```

Exercice 5 (4 points)

- Écrire un algorithme complet (déclaration et traitement) permettant d'enregistrer n valeurs entières dans une table de hachage basé sur la fonction de hachage suivante :

$h(x) = \text{Abs}(x) \bmod 11$ tel que $\text{Abs}(x)$ est la valeur absolue de x .

- Écrire une fonction permettant de recherché une valeur dans la table
- Donnée le schéma de la table après l'insertion des valeurs suivante :

100, 0, 14, -5, 9, 1, 11, 12, -12, 7, 102, 77, 822, 124, -131, 3, 25, -17