حل السلسلة الثانية
مقاييس النزعة المركزية

التمرين الأول:

① إيجاد متوسط أعمار التربصين $(\bar{x})$:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{34+26+37+29+34+38+36+27+41+40+39+19+24+25+30+21+20+28+33}{19}$$

$$\bar{X} = \frac{581}{19} = 30,57$$

② إيجاد الوسيط (M_e) لهذه البيانات :

- نقوم بترتيب القيم تصاعديا :

41 - 40 - 39 - 38 - 37 - 36 - 34 - 34 - 33 - 30 - 29 - 28 - 27 - 26 - 25 - 24 - 21 - 20 - 19

بما أن عدد البيانات فردي فإن الوسيط هو العدد الذي يتوسط القيم أي $\frac{n+1}{2}$

أن القيمة التي ترتيبها 10 هي قيمة الوسيط $M_e = 30$

$$10 = \frac{19+1}{2}$$

③ إيجاد قيمة المنوال M_0 : المنوال هو القيمة الأكثر تكرار وعليه

$$M_0 = 34$$

التمرين الثاني :

① إيجاد الوسط الحسابي $(\bar{x})$ والمنوال (M_0) لكل سلسلة .

* السلسلة (A) :

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{10+10+10+11+12+11+13+15+16+13+14}{11}$$

$$\bar{X} = \frac{135}{11} = 12,27$$

$$M_0 = 10$$

* السلسلة (B) :

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{149}{10} = 14,9$$

$$M_0 = 16$$

* السلسلة (C) :

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{57}{5} = 11,4$$

M_0 = لا يوجد منوال

③ إيجاد الوسط الهندسي (MG) والوسط التوافقي (MH) للسلسلة (C)

$$MG = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_n} = \sqrt[5]{11 \times 15 \times 10 \times 12 \times 9} =$$

$$MH = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} \cdots \frac{1}{x_n}} = \frac{5}{\frac{1}{11} + \frac{1}{15} + \frac{1}{10} + \frac{1}{12} + \frac{1}{9}} =$$

④ إيجاد الوسط التربيعي للسلسلة (B) :

$$M_q = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}} = \sqrt{\frac{14^2+2^2+12^2+33^2+16^2+16^2+12^2+14^2+14^2+16^2}{10}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2737}{10}} = 16,54$$

حل التمرين الثالث :

حساب متوسط سرعة المتسابق : نستعمل في هذه الحالة المتوسط التوافقي M_H ، لأنه لدينا متغير طوبولوجي حاصل قسمة متغيرين آخرين $\frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}}$.

$$M_H = \frac{\sum n_i}{\frac{n_1}{x_1} + \frac{n_2}{x_2} + \cdots + \frac{n_n}{x_n}} = \frac{300}{\frac{100}{160} + \frac{100}{100} + \frac{100}{40}} = \frac{300}{4,125} = 72,72$$

التمرين الرابع :

① حساب المتوسط الحسابي ، الوسيط والمنوال

الفئات	n_i التكرارات	c_i مراكز الفئات	$c_i \cdot n_i$	$n_i \uparrow$	$c_i - \bar{X}_0$	$n_i(c_i - \bar{X}_0)$
15-10	5	12,5	62,5	5	15-	75-
20-15	15	17,5	262,5	20	10-	150-
25-20	19	22,5	427,5	39	5-	95-
30-25	36	27,5	990	75	0	0
35-30	38	32,5	1235	113	5	190
40-35	29	37,5	1087,5	142	10	290
45-40	13	42,5	552,5	155	15	195
50-45	8	47,5	380	163	20	160
55-50	1	52,5	52,5	164	25	25
المجموع	164	-	5050	-	-	450

أ. حساب المتوسط الحسابي :

أولا علينا إيجاد مراكز الفئات .

$$\bar{X} = \frac{\sum c_i \cdot n_i}{\sum n_i} = \frac{5050}{164} = 30,79$$

ب. حساب الوسيط :

أولا نقوم بحساب التكرار المتجمع الصاعد

ورتبة الوسيط هي : $\frac{N}{2} = \frac{164}{2} = 82$

الفئة الوسيطية هي الفئة التي تقابل التكرار المتجمع الصاعد الذي يساوي القيمة 82 أو الأكبر مباشرة

إذا الفئة الوسيطية هي : $[35-30]$ وطبق القاعدة

$$M_e = X_{min} + \left(\frac{\frac{N}{2} - N_{-1}}{n_{Me}}\right) \cdot K$$

$$M_e = 30 + \left(\frac{82-75}{113}\right) \cdot 5 = 30,31$$

ج- حساب المنوال :

الفئة المنوالية هي الفئة التي تقابل أكبر تكرار "38" أي أنها $[35-30]$

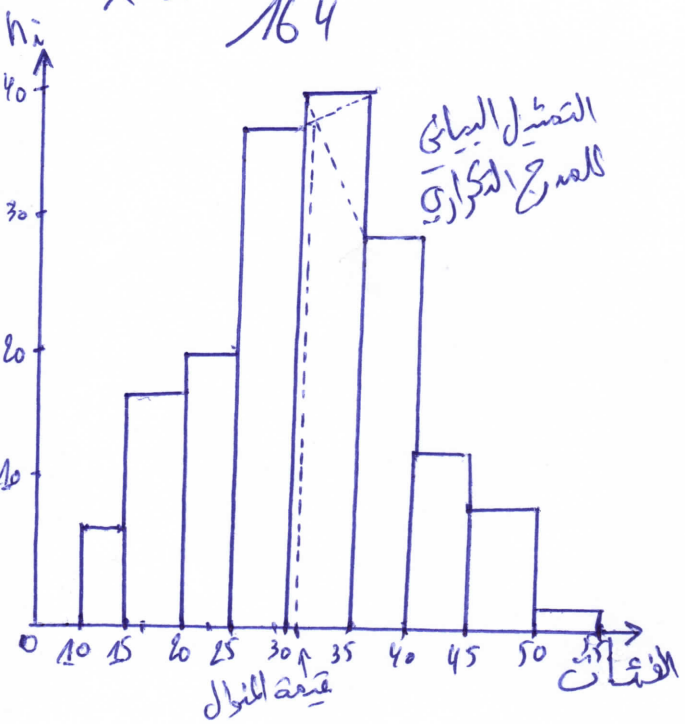
$$M_0 = L_0 + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right) \cdot K$$

$$M_0 = 30 + \left(\frac{8}{8+9}\right) \cdot 5 = 30,90$$

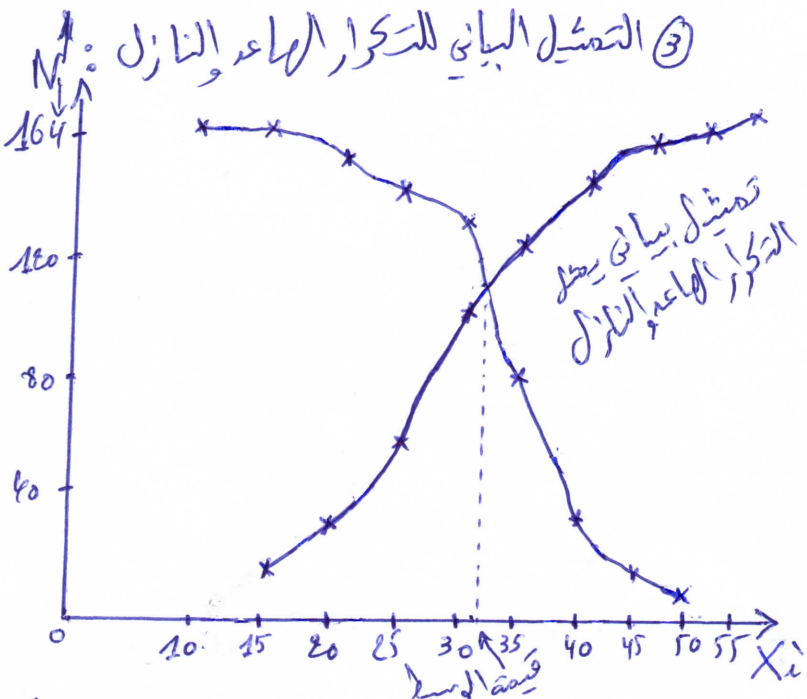
② حساب المتوسط الحسابي القوي بأخذ : $X_0 = 27,5$

$$\bar{X} = \frac{\sum [n_i (C_i - X_0)]}{\sum n_i} + X_0$$

$$\bar{X} = \frac{450}{164} + 27,5 = 30,79$$



③ التمثيل البياني للتكرار الصاعد والنازل :



④ حساب الربيعي الأول Q_1 والربيعي الثالث Q_3 :

$\frac{N}{4} = \frac{164}{4} = 41$

أ- الربيعي الأول Q_1 : أولا نبحث عن رتبة الربيعي الأول

الفئة الربيعية هي الفئة ذات التكرار المتجمع الصاعد $\frac{N}{4}$ أو الأكبر منه مباشرة وهي $[30-25]$

$$Q_1 = L_1 + \frac{\frac{N}{4} - N_{-1}}{n_{Q_1}} \cdot K \quad ; \quad Q_1 = 25 + \frac{41-39}{36} \cdot 5 = 25,27$$

ب- الربيعي الثالث Q_3 : الفئة الربيعية ذات التكرار المتجمع الصاعد $\frac{3N}{4}$ أو الأكبر منه مباشرة وهي $[40-35]$ أي $\frac{3N}{4} = \frac{3(164)}{4} = 123$ حسب طريقة الصاعد

$$Q_3 = L_1 + \frac{\frac{3N}{4} - N_{-1}}{n_{Q_3}} \cdot K \qquad Q_3 = 35 + \frac{123-113}{29} \cdot 5 = 36,72$$

التمرين الخامس :

حساب معدل النمو الداخلي الخام خلال الأربع سنوات :

في حالات عدة تكون قيم الظاهرة المدروسة عبارة عن نسب أو معدلات ، يعطينا المتوسط الهندسي الفكرة الصحيحة عن مثل هذه الحالات :

$$M_G = \sqrt[n]{X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdots X_n}$$

$$M_G = \sqrt[4]{(1+0,072)\times(1+0,063)\times(1+0,07)\times(1+0,048)}$$

$$= \sqrt[4]{1,2778} = 1,063$$

ومنه معدل النمو الداخلي ، ليكن r :

$$r = M_G - 1 = 0,063 \Rightarrow 6,3\%$$

التمرين الثامن :

سنة العمل الفعلية

x_i	n_i	$x_i \cdot n_i$	$x_i - x_0$	$n_i(x_i - x_0)$	$f_i \uparrow$	$f_i \downarrow$
15	5	75	3-	15-	5	45
17	10	170	1-	10-	15	40
18	15	270	0	0	30	30
20	10	200	2	20	40	15
22	5	110	4	20	45	5
-	45	825	-	15	-	-

① حساب المتوسط الحسابي :

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{\sum n_i}$$

$$\bar{X} = \frac{825}{45} = 18,33$$

حساب الوسيط :

أولا : نحسب التكرار المتجمع الصاعد

ثانيا : نحدد ترتيب الوسيط $\frac{N}{2} = \frac{45}{2} = 22,5$

ثالثا : نبحث عن القيمة التي تكرارها المتجمع الصاعد أكبر من 22,5 مباشرة وهي 30 وهي تقابل قيمة الوسيط أي $M_e = 18$

حساب المنوال :

والمنوال هو القيمة التي تقابل أكثر القيم تكرارا ، أكبر تكرار 15 يقابل $M_0 = 18$

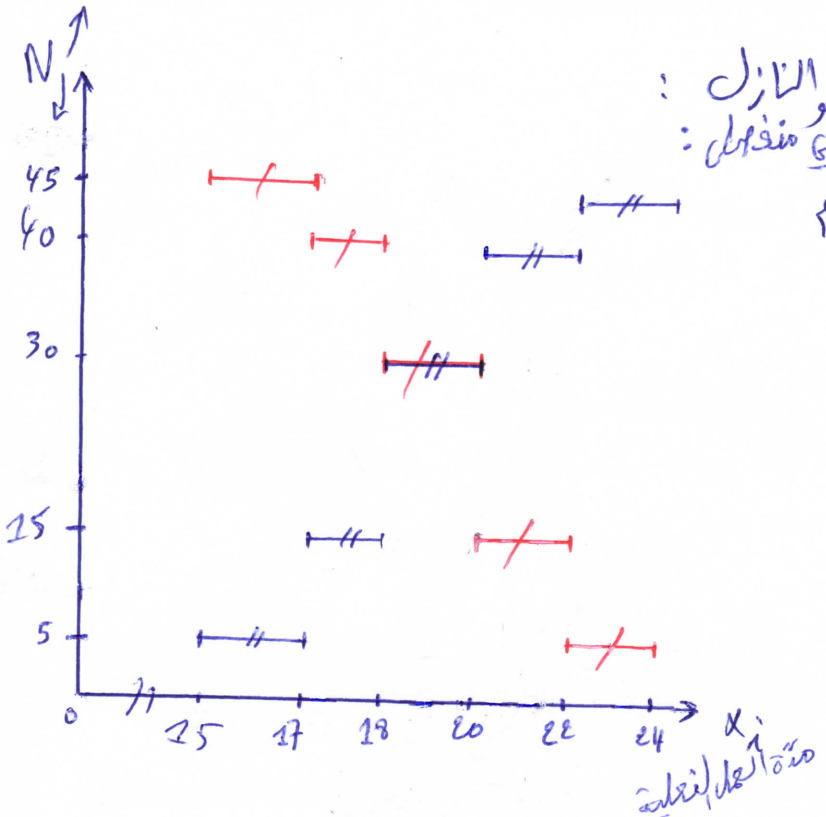
* الربيعي الأول Q_1 : تقابل القيمة $\frac{N}{4} = \frac{45}{4} = 11,25$ التكرار الصاعد الذي يساويها أو الأكبر منها مباشرة والذي هو 15 أي أن $Q_1 = 18$

* الربيعي الثالث Q_3 : تقابل القيمة $\frac{3N}{4} = \frac{3(45)}{4} = 33,75$ التكرار الصاعد المساوي لها أو الأكبر منها مباشرة والذي هو 40 أي أن $Q_3 = 20$

حساب المتوسط الحسابي الفرضي بأخذ $X_0 = 18$:

$$\bar{X} = \frac{\sum [n_i(x_i - x_0)]}{\sum n_i} + x_0 \qquad \bar{X} = \frac{15}{45} + 18 = 18,33$$

③ التمثيل البياني للتكرار المتجمع الصاعد النازل :
بما أن المتغير كمي متقطع :



④ يمكن القول أن هذا التوزيع للقيم يعتبر توزيعا متماثلا في حالة التوزيع التكراري المتماثل يكون $M_e = M_0$

التمرين الحادي عشر :

① نوع المتغير المدروس : متغير كيفي "الجنسية"

② حساب المتوسط الحسابي :

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{16,6 + 51,5 + 44,1 + 35 + 150}{5}$$

$$= \frac{297}{5} = 59,44$$

③ لا يمكن حساب الربيعي الأول Q_1 والربيعي الثالث Q_3 لأن المتغير كيفي إسمي أي لا يقبل الترتيب "لا يوجد أساس نرتب عليه البيانات".