جامعة الجيلالي بونعامة - خميس مليانة

معهد العلوم الاقتصادية **السنة الأولى جذع مشترك LMD** **المجموعتان : 3 وَ 4** **(2021/20)**

الرياضيات 1 سلسلة تمارين رقم 3

تمرين رقم 1

أحسب التكاملات الآتية :

$$\int \frac{1}{(x-1)^5}dx \ ، \int (3x-1)^4 dx \ ، \int \frac{2x^3+x^2+1}{x^2}dx \ ، \int (3x^5+x^4+5x-3)dx$$

$$. \int \frac{1}{x}(\ln x)^2 dx \ ، \int e^x (e^x+2)^3 dx \ ، \int 3x\sqrt{1-2x^2}dx \ ، \int \frac{9x^2}{(x^3+2)^3}dx \ ، \int \frac{5}{4x+3}dx$$

تمرين رقم 2

باستعمال طريقة تبديل المتغير، أحسب الدوال الأصلية التالية :

$$، \int \frac{\sin x}{\cos^3 x}dx \ ، \int \frac{e^x}{(1+e^x)^2}dx \ ، \int \frac{1}{x(\ln x)^2}dx \ ، \int \frac{3}{(2x-3)^5}dx \ ، \int \frac{1}{x\ln x}dx \ ، \int \frac{1}{(2x-3)}dx$$

$$. \int \frac{x^2+3x-4}{x^2-2x-8}dx \ ، \int \frac{2}{(x+1)^2}e^{\frac{x-1}{x+1}}dx \ ، \int \frac{\sin 2x}{1+\cos 2x}dx \ ، \int \frac{e^x}{e^x+1}dx \ ، \int \frac{2x}{\sqrt{(x^2-1)}}dx$$

تمرين رقم 3

باستعمال التكامل بالتجزئة، أحسب ما يلي :

$$. \int \frac{dx}{x\ln x^2} \ ، \int x^2 \cdot e^{3x}dx \ ، \int x \cdot \ln^2 x \, dx \ ، \int x\sin x \, dx \ ، \int_2^3 \frac{x}{\sqrt{2x-3}}dx \ ، \int \ln(x-1)dx$$

تمرين رقم 4

أحسب قيم التكاملات الآتية:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \cdot \sin x \, dx \ ، \int_1^3 x\left(x^2+1\right)^3 dx \ ، \int_1^3 \sqrt[4]{x^3}\,dx \ ، \int_1^{\pi} \frac{x+1}{\sqrt{x}}dx \ ، \int_1^{\ln 2} e^{\frac{e}{2}}dx$$

تمرين رقم 5

عين الأعداد الحقيقية A ، B ، C بحيث تكون من أجل كل x من $\mathbb{R}_+^*$:

$$f(x) = \frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2+1} = \frac{x-1}{x(x^2+1)}$$

عين دالة أصلية لـ $f(x)$، والتي تنعدم من أجل $x=1$.

تمرين رقم 6

بتبديل المتغير: $u=\sqrt{1+t}$، أحسب التكامل $\int_0^x \frac{dt}{\sqrt{1+t^2}}$. $(0<x)$

تمرين رقم 7

باستعمال التكامل بالتجزئة، أحسب، من أجل كل x و m من $\mathbb{R}_+^*$: $G(x)=\int_m^x t^3 \ln t \, dt$

ثم احسب $\lim_{m\to 0} G(x)$ ، واستنتج دالة أصلية لـ f على $]0,+\infty[$.

تمرين رقم 8

أدرس تغيرات الدالة $f(x)=\frac{1+\ln x}{x}$، ثم أحسب $\int_{1/e}^x f(t)\,dt$ ومثّله بيانيا.

تمرين رقم 9

شكل المعادلات التفاضلية المرفقة بالدوال الآتية :

$y=Ae^{2x}+Be^{x}+C$ ، $y=Ax^2+Bx+C$ ، $\ln y=Ax^2+B$ ، $y=e^{x+A}$

تمرين رقم 10

كامل المعادلة : $(E)\qquad xy'+2y=\dfrac{x}{1+x^2}$

ثم بين أن (E) تقبل حلا f يكون معرفا على $\mathbb{R}$. أحسب $I=\int_0^x f(t)\,dt$.

تمرين رقم 11

- حل المعادلة التفاضلية: $\dfrac{1}{x}y'(x)+y(x)=x^2 \quad \ldots\ldots\ldots (1)$

واستنتج الحل الخاص لها الذي يحقق الشرط الابتدائي: $y_0(0)=-1$

- أحسب التكامل $\int x^3\cdot e^{\frac{1}{2}x^2}dx$. ثم شكل المعادلة التفاضلية التي تقبل الدالة $z(x)=x^2+c\cdot e^{-\frac{1}{2}x^2}-2$ حلا لها ، (c ثابت اختياري حقيقي)

تمرين رقم 12

حل المعادلتين التفاضليتين الآتيتين:

$x\dfrac{dy}{dx}=y+x^3+3x^2$ ، $-2x\dfrac{dy}{dx}+2xy=4x$

تمرين رقم 13

- حل المعادلة التفاضلية : $xy'(x)+y(x)=\dfrac{1}{x}\ln x \quad \ldots\ldots\ldots (1)$

واستنتج الحل الخاص لها الذي يحقق الشرط الابتدائي: $y_0(1)=1$

- أحسب التكامل $z(x)=-\dfrac{1}{2}\int\dfrac{2-2\ln x+\ln^2 x}{x^2}dx$. ثم شكل المعادلة التفاضلية التي تقبل الدالة $z(x)=\dfrac{c}{x}+\dfrac{1}{2x}\ln^2 x$ حلا لها ، (c ثابت اختياري حقيقي)

تمرين رقم 14

عين الحل العام للمعادلات التفاضلية الآتية :

$y'=\dfrac{1}{e^x}-y$ ، $y'-\dfrac{2y}{x+1}=(x+1)^3$ ، $y'-\dfrac{2y}{x+1}=0$ ، $y'+2e^x y=4e^x$

تمرين رقم 15

حل المعادلات التفاضلية الآتية :

، $y'+\dfrac{y}{x}=-xy^2$ ، $xy'-y=y^2\ln x$ ، $y'-(x+y)^2=0$ ، $y'-2x+5y-1=0$

. $y'-e^{2x}=e^x\sin x-3y$ ، $y'-\dfrac{1+y}{1-x}=0$ ، $y'=\dfrac{1}{2}(y^2-1)$ ، $y'-e^{-x}-y=0$

تمرين رقم 16

لتكن المعادلة التفاضلية: $(E)\quad y'+y^2-\dfrac{y}{x}+\dfrac{1}{x}=0$

بإجراء التحويل $y=t+\dfrac{1}{x}$، ثم إجراء التحويل $t=\dfrac{1}{s}$ في المعادلة التفاضلية (E) استنتج حلول (E).