**الرياضيات 1** سلسلة تمارين رقم 2

**تمرين رقم 1**

أحسب إن أمكن: $\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}$ ، $\lim_{x\to\pm\infty}x(\sqrt{x^2+1}-x)$ ،

$\lim_{x\to0}\left(x+\frac{\sqrt{x^3}}{x}\right)$ ، $\lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1})$ ، $\lim_{x\to2}\frac{x-2}{\sqrt{x^2-4}}$ ،

$\lim_{x\to3}\frac{\sqrt{x^2-9}}{x-3}$ ، $\lim_{x\to0}\left(\frac{1}{x}+\sqrt{\frac{1}{x^2}-1}\right)$ ، $\lim_{x\to2}\frac{x-\sqrt{x+2}}{\sqrt{4x+1}-3}$ ، ،

$\lim_{x\to1}\left(\frac{2}{1-x^2}-\frac{3}{1-x^3}\right)$ ، $\lim_{x\to0}\frac{\sin x}{\tan x}$ ، $\lim_{x\to0}e^{-\frac{1}{x^2}}$ ، $\lim_{x\to0}\frac{e^{2x}-1}{3x^2+x}$ .

**تمرين رقم 2**

عين الخطوط المقاربة لمنحنى كل من الدوال الآتية:

$f(x)=\frac{1}{(x-2)^2}$ ، $g(x)=x+\frac{1}{x}+\frac{1}{\sqrt{x-1}}$ ، $h(x)=x-2+\frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}}$ .

**تمرين رقم 3**

لتكن الدالة المعرفة بالشكل: $f(x)=\frac{x^2-1}{x^2-3x+2}\ln(1+x)$

1. عين $D_f$ مجموعة تعريف $f(x)$ .
2. أدرس استمرارية الدالة الجديدة: $x\mapsto g(x)=\begin{cases}f(x) & \text{si } x\in D_f\\ \ln\frac{1}{4} & \text{si } x\notin D_f\end{cases}$

**تمرين رقم 4**

ادرس استمرار الدوال الآتية عند القيم الرفقة بها:

$g(x)=\sqrt{1-x^2}$ en $x_0=1$ ، $f(x)=\sqrt{4-x}$ en $x_0=4$ ،

$h(x)=\begin{cases}e^{\frac{1}{x^2-1}} & ,\text{si } |x|<1\\ 0 & ,\text{si } |x|\geq1\end{cases}$ , en $x_0=-1$ & $x_0=1$

**تمرين رقم 5**

احسب مشتقات الدوال الآتية:

$x^3\sqrt{x}-x\sqrt[4]{x}$ ، $x^3-2x^2-\ln(x^2-x)$ ، $e^{3x}-1$ ، $e^{\frac{1}{x}}$ ،

$\ln\frac{x^3+1}{x}$ ، $e^{\frac{1}{x^2}}$ ، $e^{\sqrt{x}}$ ، $e^{e^x}$ ، $\frac{e^{\sqrt{x}}}{\ln(x-1)}$ .

**تمرين رقم 6**

ادرس استمرار واشتقاق الدالة $f(x)$ ، حيث :
$$f(x)=\begin{cases}2x+3 & \text{pour } x<-1\\ |x| & \text{pour } -1\le x\le 1\\ 2 & \text{pour } x>1\end{cases}$$

**تمرين رقم 7**

نعتبر الدالة العددية $f(x)=x^2+3|x-1|$

أدرس الاشتقاق للدالة $f(x)$ على مجموعة تعريفها.

**تمرين رقم 8**

نعتبر الدالة
$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x^2(x-1)^2}}{(x-1)(|x|+1)} & \text{pour } x\in\mathbb{R}-1\\ -\dfrac{1}{2} & \text{pour } x=1\end{cases}$$

ادرس استمرار واشتقاق $f(x)$ عند $x_0=0$ و $x_0=1$ .

أنشئ التمثيل البياني لتغيرات الدالة $f$ في معلم متعامد ومتجانس.

**تمرين رقم 9**

ادرس الدالة $f(x)$ وأنشئ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس حيث:

$f(x)=\dfrac{x}{2}+\dfrac{2}{x}$ ، $f(x)=e^{\frac{1}{x^2}}$ ، $f(x)=\dfrac{2x^2+3x-2}{(x-1)^2}$ ، $f(x)=\sqrt{(x+2)^2}+\dfrac{1}{x+1}$ ،

$f(x)=\dfrac{2(x-1)}{2x^2+3x-2}$ ، $f(x)=\dfrac{x^2-|x|}{x^2+x-1}$ ، $f(x)=2x+1-\ln x$ ،

$f(x)=-\dfrac{x}{2}+\ln\left|\dfrac{x-1}{x}\right|$ ، $f(x)=2x-|x|\ln(x^2)$ ، $f(x)=e^{\frac{1}{x^2}}$ .

**تمرين رقم 10**

احسب المشتقات من الرتبة 2 للدوال:

$f(x)=x^3(x+1)^2$ ، $f(x)=\sqrt{x^2-4}$ ، $f(x)=(4x+1)^{3/2}$ .

**تمرين رقم 11**

احسب المشتقة من الرتبة $n$ لكل من الدوال: $\cos x$ ، $\sin x$ ، $e^x$ .

**تمرين رقم 12**

حقق نظرية رول على الدالة $f(x)=x^3-4x$ في المجال $[-2,0]$.

حقق نظرية التزايدات المنتهية على الدالة $f(x)=e^x$ في المجال $[1,0]$.

**تمرين رقم 13**

أدرس وجود ووحدانية $c$ حيث: $f(b)-f(a)=(b-a)f'(c)$

في الحالات الآتية :

$f(x)=(x+2)(x-1)$ $\quad a=-2, b=1$

$f(x)=\sqrt[3]{x^2}$ $\quad a=-1, b=1$

$f(x)=\sqrt[3]{x}$ $\quad a=-1, b=1$