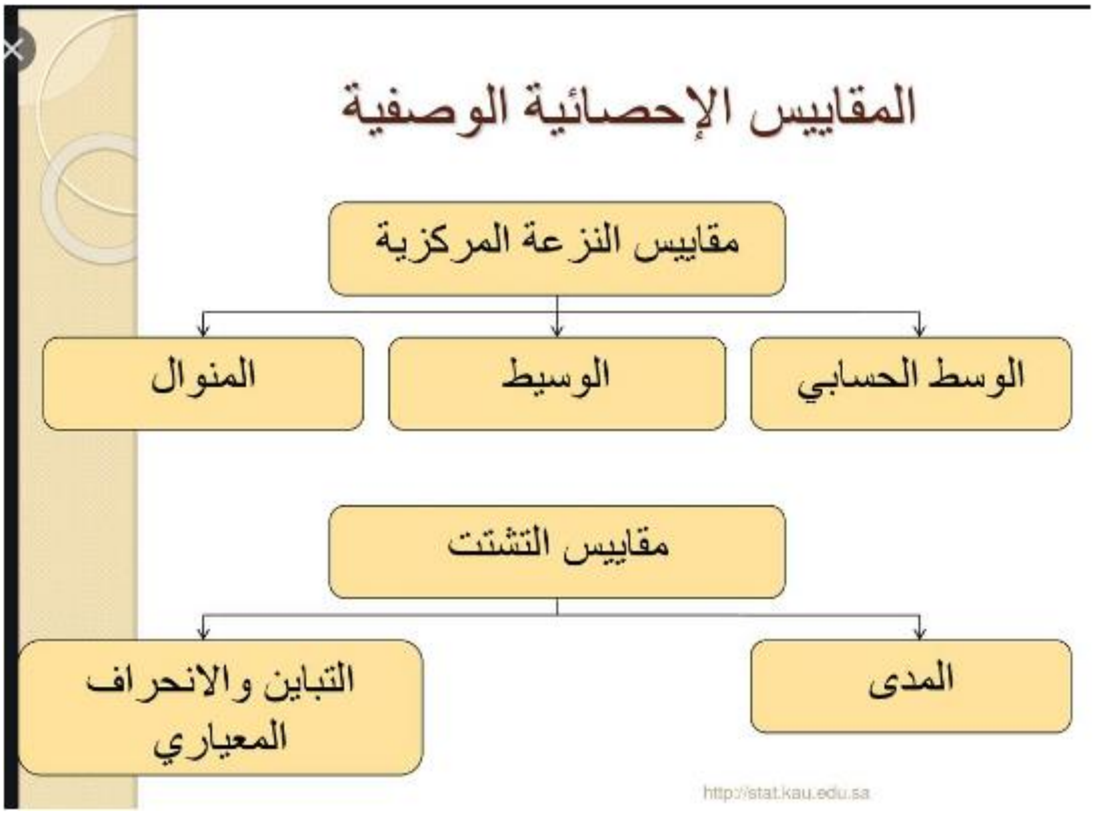

مقايس النزعة المركزية

تهتم مقاييس النزعة المركزية بتوفير مؤشرات كمية تمثل التوجه العام لقيم المتغير الكمي المدروس، حيث يتم الحصول على مؤشر يفيد عن توجه القيم، دون الحاجة إلى التعامل مع جميع القيم المختلفة للمتغير الكمي. لذا فان مقاييس النزعة المركزية تنتج في النهاية أرقام محدودة تمثل التقديرات لتلك المقاييس وذلك بغض النظر عن عدد القيم الأصلي، سواء كان صغيراً أم كبيراً. ، لذا سيتم التطرق في هذا الدرس إلى ثلاث أنواع من مقاييس النزعة المركزية والتي تمثل الأهم، وهي كل من الوسط الحسابي والوسيط والمنوال.

المنوال:

يمثل المنوال (Mode) القيمة الأكثر شيوعا من بين القيم المختلفة للمتغير العشوائي محل الدراسة. ويتم تحديد قيمة المنوال من خلال تحديد تكرار جميع القيم المختلفة للمتغير العشوائي محل الدراسة إذا كانت البيانات غير مبوبة (بيانات خام)، بينما يتم الاستعانة بقاعدة رياضية إذا كانت قيم المتغير العشوائي متوفرة في جدول تكراري (بيانات مبوبة).

بالنسبة للبيانات الخام، يتم تحديد قيمة وحيدة للمنوال إذا وجدت قيمة واحدة تكررت أكثر من باقي القيم المختلفة للمتغير العشوائي. كذلك يمكن أن يكون المنوال متمثل بأكثر من قيمة إذا كان هنالك أكثر من قيمة واحدة لها نفس التكرار الأكثر من بين جميع التكرارات المتوفرة. وفي حال عدم تكرر أي قيمة من قيم المتغير العشوائي المختلفة فانه في هذه الحالة لا يكون هنالك منوال بين قيم المتغير العشوائي.

المنوال: بيانات خام (غير مبوبة)

المنوال لبيانات خام هو القيمة أو القيم الأكثر شيوعا أو تكرارا.

الوسيط:

يعتبر الوسيط (Median) مقياس آخر للنزعة المركزية، حيث يتم من خلال الوسيط الوصول إلى رقم كمي يمثل القيمة التي تقع في منتصف قيم المتغير الكمي المدروس. لذا فإن الوسيط يمثل القيمة الكمية التي تكون نصف قراءات المتغير الكمي اقل منها بينما النصف الآخر أعلى منها. ولحساب الوسيط لا بد أولا من أن يتم ترتيب القيم تصاعديا، حيث يتم ذلك من خلال الترتيب التصاعدي (أو الهابط) العادي في حال البيانات الخام، أو إيجاد الجدول التكراري المتجمع الصاعد (أو الهابط) في حال البيانات المبوبة.

$$\left({[n+1]}/{2} \right)$$

حيث تم استخدام n بهدف التبسيط للدلالة على حجم المجتمع أو حجم العينة. ومن ثم فان قيمة الوسيط تصبح

$$Q_2 = X_{\frac{n+1}{2}}$$

إذا كان عدد قيم المتغير العشوائي مفردا. أما إذا كان عدد القيم زوجياً فانه لا يوجد قيمة وحيدة تقع في منتصف القيم، بل يتوفر قيمتين تقعا في نفس الوقت في منتصف القيم، ويمكن تحديد ترتيب القيمتين بالتالي:

$$\left(\frac{n}{2} \quad \& \quad \frac{n}{2}+1 \right)$$

وباستخدام الترتيبين يتم تحديد القيمتين الداخلتين في حساب قيمة الوسيط وهما،

$$\left(X_{\frac{n}{2}} \quad \& \quad X_{\frac{n}{2}+1} \right)$$

يلي ذلك استخدام تلك القيمتين وبالتحديد وسطهما الحسابي،

$$Q_2 = \frac{X_{\frac{n}{2}} + X_{\frac{n}{2}+1}}{2} \qquad (12)$$

للحصول على تقدير جيد لقيمة الوسيط المطلوبة.

لذا فان عملية حساب الوسيط لبيانات خام تمر بثلاث مراحل هي، مرحلة ترتيب القيم تصاعديا، ومرحلة تحديد ترتيب الوسيط، وأخيرا مرحلة تحديد قيمة الوسيط.

الوسيط: بيانات خام (غير مبوبة)

الوسيط، Q_2، هو القيمة التي تقع في منتصف القيم، بحيث تكون نصف القيم اقل منها والنصف الآخر أعلى منها.

الوسط الحسابي:

يمثل الوسط الحسابي أو المتوسط (Arithmetic Average or Mean) مقياس النزعة المركزية الأكثر شهرة والأكثر أهمية في المقاييس المختلفة. وتمثل قيمة الوسط الحسابي القيمة التي تتمركز حولها جميع القيم المختلفة للمتغير الكمي. يمكن الحصول على القيمة الحقيقية لمتوسط متغير عشوائي في مجتمع محدود إذا تم التعامل مع كافة القيم في المجتمع. في هذه الحالة يرمز لقيمة الوسط الحسابي المحصل بالرمز μ والتي تمثل معلمة المجتمع. وبافتراض التعامل مع متغير عشوائي X لمجتمع محدود حجمه N فانه يمكن حساب قيمة الوسط الحسابي من خلال الدالة التالية (لبيانات خام أو غير مبوبة)،

$$\mu_X = \frac{\sum_{i=1}^{N} X_i}{N}$$

أما في حال التعامل مع عينة عشوائية ممثلة لمجتمع الدراسة حجمها n قراءة، فان معادلة تقدير قيمة الوسط الحسابي يتم من خلال الدالة،

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

حيث تم الإشارة رياضيا لقيمة الوسط الحسابي باستخدام الشرطة على رمز المتغير الكمي. وبالطبع تعتبر القيمة $\bar{X}$ إحصائية عينة تمثل تقدير مقبول إحصائيا لقيمة معلمة المجتمع المجهولة μ.

مثال

الجدول ادناه يضم عدد الموظفين لجميع فروع شركة كبيرة والبالغ عددها 22 فرع منتشرة في جميع أنحاء الوطن. أوجد كل من المنوال لعدد الموظفين في فروع الشركة، والوسيط والوسط الحسابي.

جدول: عدد الموظفين في فروع الشركة

12	8	7	8	15	9	6	15	12	11	8
3	11	8	17	12	11	8	14	21	7	9

الحل

لإيجاد قيمة المنوال المطلوبة يتم أولا حساب عدد مرات ظهور القيم المختلفة للمتغير العشوائي الممثل لعدد الموظفين في فروع الشركة، الجدول يبين التوزيع التكراري لفروع الشركة حسب عدد الموظفين.

جدول: توزيع فروع الشركة حسب عدد الموظفين

عدد الموظفين	21	17	15	14	12	11	9	8	7	6	3
عدد الفروع	1	1	2	1	3	3	2	5	2	1	1

وبما أن المنوال هو القيمة الأكثر تكرارا لذا فان الرقم 8 يصبح المنوال مشير إلى أن عدد الموظفين 8 هو العدد الأكثر تكرارا في فروع الشركة (تكرر 5 مرات)،

$$M = 8$$

لحساب الوسيط يتم أولا ترتيب القيم تصاعديا كما هو مبين في الجدول.

جدول: ترتيب عدد الموظفين في فروع الشركة تصاعديا

3	6	7	7	8	8	8	8	8	9	9
11	11	11	12	12	12	14	15	15	17	21

يلي ذلك تحديد ترتيب الوسيط، حيث يتوفر هنا ترتيبين لان عدد القيم زوجي،

$$\left(\frac{N}{2} = \frac{22}{2} = 11 \quad \& \quad \frac{N}{2} + 1 = 11 + 1 = 12 \right)$$

لذا فان قيمة الوسيط، بافتراض استخدام الرمز X للإشارة إلى عدد الموظفين في الفرع، تصبح،

$$Q_2 = \frac{X_{11} + X_{12}}{2}$$
$$= \frac{9 + 11}{2} = 10$$

أي أن نصف فروع الشركة لديها موظفين اقل من 10 بينما النصف الأخر لديه موظفين أكثر.

بالنسبة إلى حساب قيمة الوسط الحسابي لعدد الموظفين في فروع الشركة، تجدر الإشارة في البداية إلى أن القيم المحصلة تمثل مجتمع الدراسة حيث احتوت جميع فروع الشركة، لذا فان

المطلـوب هنـا الحصـول علـى قيمـة معلمـة المجتمـع μ_X الممثلـة لمتوسـط عـدد المـوظفين فـي الفـرع الواحد للشركة. وبتطبيق المعادلة يتم الحصول على المطلوب،

$$\mu_X = \frac{\sum_{i=1}^{22} X_i}{22} = \frac{232}{22} = 10.5$$

حساب المنوال من البيانات المبوبة

يوجد أربعة طرق لحساب المنوال من البيانـات المبوبـة طريقتـان جبريتـان وطريقتـان بيانيتان وسنتناولهما بالشرح فيما يلى .

أولاً ـ المنوال بطريقة الفروق لبيرسون .

$$\text{المنوال} = \text{أ} + \frac{\text{ف}_1}{\text{ف}_1 + \text{ف}_2} \times \text{ل}$$

حيث:

أ = الحد ألدنة للفئة المنوالية والمقصود بدايتها .

ف_1 = ك – ك1

ف_2 = ك – ك2

ك = تكرار الفئة المنوالية

ك1 = تكرار الفئة التى تسبق الفئة المنوالية

ك2 = تكرار الفئة التى تلى الفئة المنوالية

ل = طول الفئة

مثال :

أوجد المنوال بطريقة بيرسون من الجدول التالى :

فئا						6	7

ت الدخل	0−	0−	0−	0−	0−	0−	80−0
عدد العمال		2	2	8	2	1 2	5

الحل :

	ف		
	10 −		
	20 −	2	
	30 −	2	1
أ	40 −	8	
	50 −	2	2
	60 −	2	
	70 80−		

ثم نحدد الفئة المنوالية من خلال أكبر رقم فى عمود التكرار ثم نحدد الحد الأدنى لهذه الفئة وهو بدايتها وهو أ = 40 ، ثم نحدد (ك ، ك1 ، ك2).

نحسب ف$_1$ = ك − ك1 = 38 − 22 = 16

نحسب ف$_2$ = ك − ك2 = 38 − 22 = 16

نحسب ل = 10

ثم نعوض فى القانون :

$$\text{المنوال} = 40 + \frac{16}{16+16} \times 10$$

المنوال = 40 + 5 = 45

<u>ثانياً ـ المنوال بيانيا باستخدام طريقة الفروق لبيرسون .</u>

<u>مثال :</u>

أوجد المنوال بيانياً باستخدام طريقة الفروق لبيرسون من الجدول التالى :

فئات الدخل	0–	0–	0–	0–	0–	6 0–	7 80–0
عدد العمال		2	2	8	2	1 2	5

المتوسط الحسابي للبيانات المبوبه (الجدول التكرارية)

القانون= مج (التكرارات مراكز الفئات)

مج التكرارات

قانون مراكز الفئات = الحد الأدنى للفئة +الحد الكلي لها

2

مثال :احسبي المتوسط الحسابي للبيانات التكرارية التالية:

الفئات	التكرارات	مركز الفئة	التكرار في مركز الفئات
10	4	15	60
20	3	25	75
30	8	35	280
40	12	45	540
50	16	55	330
70_60	7	65	455

	40		المجموع 1740

خطوات الحل:

1.كتابه القانون.

2. حساب مجموع التكرارات.

3.إيجاد مراكز الفئات.

4. حساب مجموع ضرب مراكز .

الفئات ×التكرارت

5. تطبيق قانون المتوسط الحسابي.

الحل:

1 المتوسط الحسابي = $\frac{\text{مج التكرارات ×مراكز الفئات}}{\text{مج التكرارات}}$

2. إيجاد مراكز الفئات.

3.مراكز الفئات = $\frac{\text{الحد الادني للفئة +الحد الكلي لها}}{2}$

مركز الفئة الأولى $\frac{10+20}{2} = \frac{30}{2} = 15$

مركز الفئة الثانية = $\frac{20+30}{2} = \frac{50}{2} = 25$

مركز الفئة الثالث = $\frac{30+40}{2} = \frac{70}{2} = 35$

مركز الفئة الرابع = 40 +50 = 90 = 45

2 2

مركز الفئة الخامس = 50 +60 = 110 =55

2 2

مركز الفئة الأخير = 60 +70 = 130 =65

2 2

*نأتي بقيمه أول وثاني مركز ثم تزيد عليها الفاصل بين الفئات

4. ضرب قيم التكرارت في الفئات ثم حساب مجموعهم

4×15= 60

3×25 =75

8×35 =820

12×45=540

6×55=330

7×65=455

5. تطبيق القانون المتوسط الحسابي = مج _التكرارات ×(مراكز الفئات)

مج التكرارات

=1740 = 43,5

40

احسبي المتوسط الحسابي للجدول التالي

الفئات	التكرار	مركز الفئات	التكرار في مركز الفئات
25	15	27,5	412,5
20_25	17	22,5	382,5
15_20	30	17,5	525
10_15	16	12,5	200

5_10	10	7,5	75
	88		1594,7

القانون =مج التكرارت × مراكز الفئات = 1595 = 18,125

: المتوسط الحسابي في حالة التوزيعات التكرارية:

1-2-2-1- في حالة التوزيع التكراري الفئات:

مثال محلول رقم2: فيما يلي توزيع علامات الامتحان النهائي لـ(40) طالب لمادة الإحصاء

الفئات	التكرارات	مركز الفئة fi	مركز الفئات (fi)× تكرارات(Xi)
9-5	3	7	21
14-10	5	12	60
19-15	7	17	119
24-20	9	22	198
29-25	7	27	189
34-30	5	32	160
39-35	3	37	111
44-40	1	42	42
/	40	/	900
$= \frac{\sum(xi \times fi)}{n}$			

جدول رقم(1): يوضح المتوسط الحسابي للفئات التكرارية.

-من خلال شرح المثال نقوم باستخراج المعدلة رفقة الطلاب:

2- في حال, التوزيعات التكراري البسيطة نقوم بنفس العملية:

مثال(3): فيما يلي توزيعات (12) طالبا في امتحان علم النفس:

العلامة (x)	التكرارات(fi)	(Xi)
3	2	6
5	6	30
8	3	24
4	1	4
/	12	24
	$\bar{x} = \frac{\sum(xi \times fi)}{n}$	$\bar{x} = \frac{64}{12} = 5.33$

جدول (2): يوضح المتوسط الحسابي للتكرات البسيطة.

نشاط3: الجدول التكراري التالي يبين أعمار 10 أفراد، أوجد المتوسط الحسابي:

فئات الأعمار	التكرارات	مراكز الفئات fi	التكـرارات مركـز الفئات
10−5	1	7.5	
16−11	3	13.5	
22−17	2	19.5	
28−23	3	25.5	
34−29	1	31.5	
الجموع		/	

مج التكرارت   88