Chapitre VII

Composantes symétriques

VII.1 Introduction

Un système triphasé est dit symétrique quand le système raccordé à chaque phase (à n'importe quelle phase) est similaire (semblable). Ainsi, dans un système triphasé symétrique, les impédances propres de toutes les trois phases sont égales et les impédances mutuelles, si elles existent, entres les trois phases sont identiques.

Un système de tensions (courants) triphasé est dit équilibré si les amplitudes des trois tensions/Courants de phases sont égales et sont séparées entre eux d'un angle électrique de 120° en phase. En raison de la symétrie du système et la nature équilibrée des tensions/courants, l'analyse sera faite sur une phase comme le cas du monophasé, c.à.d. en raison de la symétrie et les tensions équilibrés cela donne lieu à des courants équilibrées.

Lorsque le système est déséquilibré, les tensions, les courants et les phases d'impédance sont en général inégales. Un tel système peut être résolu par une technique de symétrie par phase connue par ***la méthode des composantes symétrique***. Cette méthode a été proposée par ***Fortescue*** en 1918 et est souvent appelé ***la méthode des trois composantes***. Elle offre un moyen d'étendre l'analyse par phase sur des systèmes alimentant des charges déséquilibrées, ou des bornes déséquilibrées comme les courts-circuits ou les défauts. Dans un déséquilibre, il est supposé que le système est équilibré ($Z_a = Z_b = Z_c$) dans les trois phases avec des terminaisons déséquilibrées au niveau de la charge.

VII.2 Théorème de Fortescue [10]

Le théorème de Fortescue s'annonce comme suit : « Un ensemble de '***n'*** phaseurs asymétrique peut être résolu en '***n-1***' systèmes équilibrés à '***n'*** phases de différentes séquences des phases plus '***1***' système de séquence de phase ***zéro*** ».

Selon Fortescue, le système de séquence zéro phase est un système dont tous les phaseurs ont les mêmes amplitudes et le même angle de phase, ce sont des phaseurs identiques. Le théorème de Fortescue peut être appliqué à plusieurs systèmes triphasés pratiques.

VII.3 Séquence des phases

La séquence des phases de phaseurs est l'ordre dans lequel ces phases passent par un maximum positif. Ainsi, une séquence de phase ***abc*** implique que les maximas se produisent dans l'ordre '***a, b, c'***. si l'ordre ***abc*** est pris comme séquence positive, alors ***acb*** représente la séquence négative de phase.

Il est à noter que pour les deux séquences de phases (positive et négative), la notation des phaseurs est prise dans le sens antihoraire.

VII.4 L'opérateur 'α'

Le phaseur **α** est un opérateur lorsqu'il fonctionne sur un phaseur, il le fait tourner de +120° sans toucher à son amplitude. L'opérateur (phaseur) α a une amplitude unité (module de α = 1) et un angle 120° :

$$\alpha = 1\,\angle 120° = 1.e^{j2\pi/3} = \cos\frac{2\pi}{3} + j\sin\frac{2\pi}{3} = -0.5 + j0.866$$

$$\alpha^2 = 1\,\angle 240° = e^{j4\pi/3} = e^{-j2\pi/3} = -0.5 - j0.866$$

$$\alpha^3 = 1\,\angle 0° = e^{j2\pi} = 1$$

$$\alpha^4 = \alpha$$

$$\alpha^5 = \alpha^2$$

Les différentes puissances du vecteur α sont représentées sur la figure 7.1.

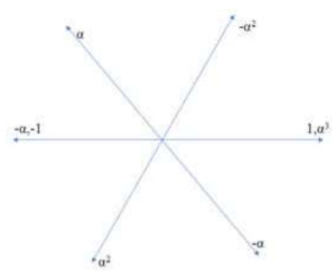

***Figure 7.1**: Diagramme du phaseur de plusieurs puissances de α.*

Propriétés de l'opérateur α :

$$\begin{cases} 1 + \alpha + \alpha^2 = 0 \\ \bar{\alpha} = \alpha^2 \\ \overline{(\alpha^2)} = \alpha \end{cases}$$

A noter qu'une barre sur un vecteur (phaseur) représente le conjugué de son nombre complexe.

Remarques :

1. $-\alpha$ ne provoque pas une rotation de -120° mais de -60° car on avait : $-\alpha = 1\angle -60°$,
2. dans plusieurs documents α est remplacé par la notation a, h ou encore λ.

VII.5 Composantes symétriques d'un système triphasé déséquilibré [10-12]

En se référant au théorème de Fortescue, trois phaseurs asymétriques et déséquilibrés (tension/courants) d'un système triphasé peuvent être décomposés en la superposition de trois systèmes des phaseurs équilibrés qui contiennent une certaine symétrie :

- Un ensemble de trois phaseurs égaux en amplitudes et déphasés de 120° l'un par rapport à l'autre et une séquence de phase pareil que celle des phaseurs déséquilibrés originaux. Cet ensemble de phaseurs équilibrés est appelé : composante à séquence de phase positive (système directe) ;
- Un système de trois phaseurs à amplitudes égales, disposés à 120° l'un par rapport à l'autre avec une séquence apposée à celle des phaseurs originaux. Cet ensemble équilibré est dénommé : composante à séquence négative de phase (système inverse) ;
- Et un ensemble de trois phaseurs à amplitudes égales, avec un déphasage zéro (nul) arbitraire en direction entre eux. Cet ensemble est nommé : composante à séquence de phase zéro (système homopolaire).

Ces trois ensembles des phaseurs équilibrés, tels que représente la figure 7.2, sont nommé les composantes symétriques du système original de phaseurs déséquilibrés.

Sur la figure 7.2, soient V_a, V_b et V_c un système déséquilibré de phaseurs tensions, avec abc, comme séquence original.

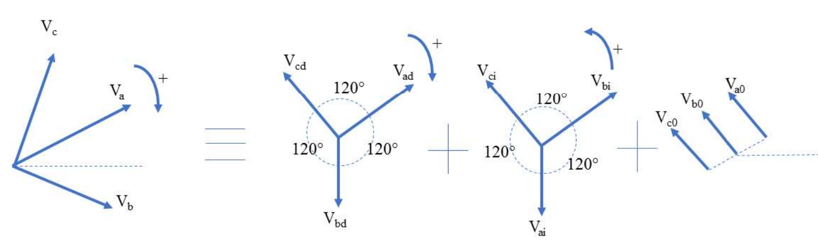

***Figure 7.2**: Composantes symétriques équilibrées d'un système triphasé déséquilibré.*

On accorde la notation suivante pour les trois composantes symétriques :

- (V_{a0}, V_{b0}, V_{c0}) : système homopolaire (ensemble à séquence zéro),
- (V_{ad}, V_{bd}, V_{cd}) : système directe (ensemble à séquence positive),
- (V_{ai}, V_{bi}, V_{ci}) : système inverse (ensemble à séquence négative).

Par application du principe de superposition dans l'étude des circuit d'électrotechnique, on a :

$$V_a = V_{a0} + V_{ab} + V_{ai}, \tag{7.1}$$

$$V_b = V_{b0} + V_{bd} + V_{bi}, \tag{7.2}$$

$$V_c = V_{c0} + V_{cd} + V_{ci}, \tag{7.3}$$

NB : un système équilibré possède une composante homopolaire et une composante inverse nulles. Donc il est le système direct lui-même.

VII.6 Synthèse des composantes symétriques [10-12]

On prend V_a comme référence des phases et on applique les effets de l'opérateur α, on peut écrire :

- Pour la composante directe :

$$V_{bd} = \alpha^2 V_{ad} \tag{7.4}$$

$$V_{cd} = \alpha V_{ad} \tag{7.5}$$

- Pour la composante inverse :

$$V_{bi} = \alpha V_{ai}, \tag{7.6}$$

$$V_{ci} = \alpha^2 V_{ai}, \tag{7.7}$$

- Pour la composante homopolaire :

$$V_{b0} = V_{a0}, \tag{7.8}$$

$$V_{c0} = V_{a0}, \tag{7.9}$$

D'où les équations de (7.2) à (7.3) deviennent :

$$V_a = V_{ao} + V_{ad} + V_{ai} \tag{7.10}$$

$$V_b = V_{ao} + \alpha^2 V_{ad} + \alpha V_{ai} \tag{7.11}$$

$$V_c = V_{ao} + \alpha V_{ad} + \alpha^2 V_{ai} \tag{7.12}$$

Sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ao} \\ V_{ad} \\ V_{ai} \end{bmatrix} \tag{7.13}$$

$V_{abc} = A.V_{odi}$, c'est l'équation de synthèse des composantes symétriques (7.14)

$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix}$: matrice de transformation qui transforme V_{abc} à V_{odi}.

VII.7 Analyse des composantes symétriques [10-12]

C'est déterminer les composantes symétriques en fonction de phaseurs originaux. Donc c'est en réalité le passage inverse suivant :

$V_{odi} = A^{-1}V_{abc}$, (c'est l'équation d'analyse des composante) (7.15)

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{ad} \\ V_{ai} \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad (7.16)$$

Avec $A^{-1} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix}$: matrice de passage inverse.

Donc on a :

$$V_{a0} = \frac{1}{3}(V_a + V_b + V_c) \quad (7.17)$$

$$V_{ad} = \frac{1}{3}(V_a + \alpha V_b + \alpha^2 V_c) \quad (7.18)$$

$$V_{ai} = \frac{1}{3}(V_a + \alpha^2 V_b + \alpha V_c) \quad (7.19)$$

Donc toujours on trouve les composantes symétriques représentant la phase a. Les autres composantes sont à déterminer par l'opérateur $\alpha = -e^{\frac{j2\pi}{3}} = 1\angle 120°$.

Les équations (7.17) à (7.19) représentent les phaseurs tensions phase-neutre. On peut faire pareil pour les composantes symétriques des phaseurs tensions phase-phase.

VII.8 Composante symétriques des phaseurs du courant

La méthode reste la même quelque soit le paramètre électrique. Pour les phaseurs courants, on aura la même chose que les phaseurs tensions :

$I_{abc} = A.I_{adi}$, $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix}$

$I_{adi} = A^{-1}I_{abc}$, $A^{-1} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix}$

VII.9 Nature générale de la séquence zéro du courant

La séquence zéro du courant (composante homopolaire) est donné par

$$I_{a0} = I_{b0} = I_{c0} = \frac{1}{3}(I_a + I_b + I_c)$$

Cette composante est à analyser selon le type de connexion : ***Delta*** ou ***Star***.

VII.9.1 Dans un enroulement connecté Delta

Dans un enroulement en connexion Delta (Δ) , les courants des séquences homopolaire des phases a, b et c sont égaux en amplitude et en phase ce qui donne lieu à :

$I_{abo} = I_{bco} = I_{cao} = I_o$, ces courants sont produits grâce à l'existence des tensions de la composante homopolaire. La représentation d'un tel système est consignée en figure 7.3.

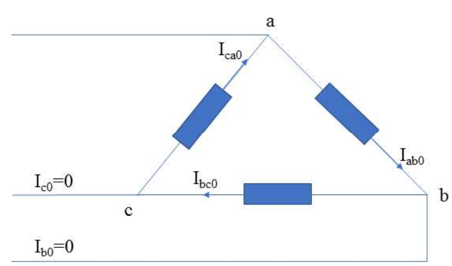

***Figure** 7.3: La séquence zéro du courant dans un enroulement connecté Delta.*

Par application de la loi de nœuds en nœud 'a', on a :

$$I_{a0} + I_{ca0} = I_{ab0}$$

Ce qui donne lieu à :

$$I_{a0} = I_{ab0} - I_{ca0} = I_0 - I_0 = 0$$

D'un raisonnement pareil, on peut trouver :

$I_{b0} = 0$ et $I_{c0} = 0$.

Cependant, on conclut qu'aucun courant de la composante homopolaire ne circule dans les lignes connectés à l'enroulement connecté en connexion Δ. Cela se traduit par l'absence du chemin de retour (pas de conducteur neutre). Du moment que le courant homopolaire est nul, l'impédance de la composante homopolaire est infinie. Elle sera schématisée par un circuit ouvert en schéma monophasé d'où la représentation de la composante homopolaire lors d'une charge connectée en delta :

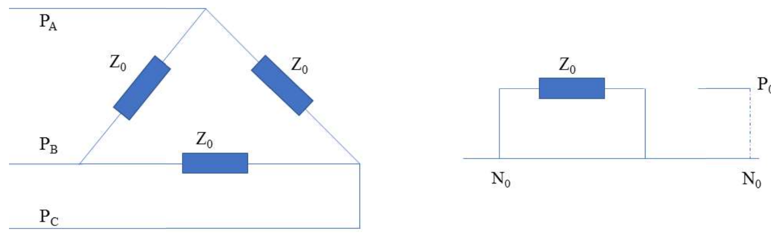

***Figure 7.4**: Le circuit équivalent de la séquence homopolaire d'un enroulement connecté en Delta.*

VII.9.2 Dans un enroulement connecté étoile avec neutre isolé de la terre

Dans le cas d'une connexion Star sans neutre (ou neutre isolé de la terre), tel que représenté sur la figure 7.5, on aura :

$$I_a + I_b + I_c = I_n = 0$$

Ce qui donne :

$$I_{a0} = I_{b0} = I_{c0} = \frac{1}{3}(I_a + I_b + I_c) = 0$$

dans les de la composante homopolaire sont nuls.

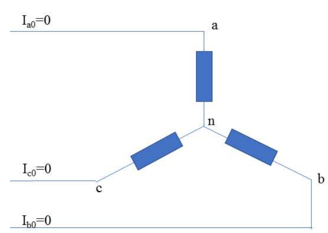

***Figure 7.5**: un enroulement connecté étoile avec neutre isolé de la terre.*

VII.9.2 Dans un enroulement connecté étoile avec neutre à la terre

Dans le cas d'une connexion Star avec neutre à la terre, tel que représenté sur la figure 7.6, on aura :

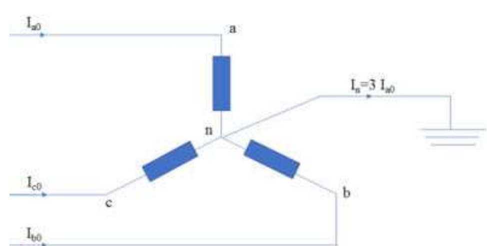

***Figure 7.6**: un enroulement connecté étoile avec neutre à la terre.*

$I_a + I_b + I_c = I_n$

Ce qui entraine :

$I_{a0} = I_{b0} = I_{c0} = \frac{1}{3}(I_a + I_b + I_c) = \frac{1}{3} I_n$

Donc, dans une situation pareille, le courant dans le neutre représente 3 fois l'intensité de la composante homopolaire :

$I_n = 3I_{a0}$

Ici les courants homopolaires circulent à la fois dans les phases que dans les enroulements de la charge. La figure 7.7 ci-après montre les circuits équivalents pour un système triphasé connecté en étoile :

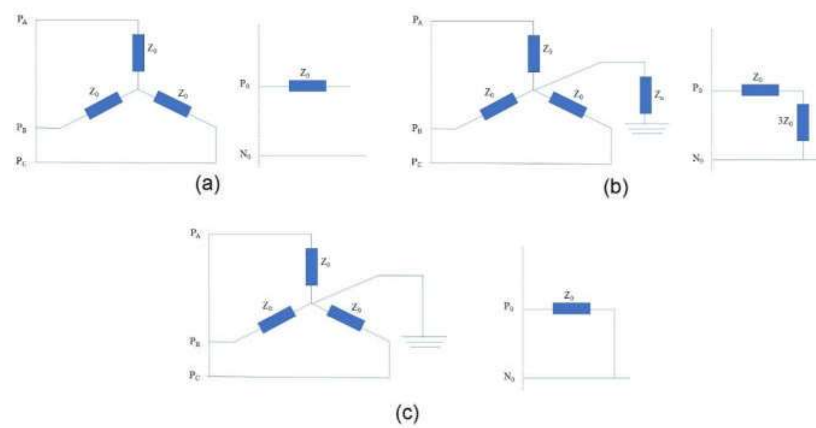

Figure 7.7: *les circuits équivalent de la séquence homopolaire d'un système triphasé en étoile (a) avec neutre isolé, (b) avec neutre mis à la terre à travers une impédance Z_n et (c) avec neutre directement mis à la terre.*

VII.10 La puissance en termes de composantes symétriques

Dans un système monophasé, la puissance apparente S exprimée VA est donnée par :

$S_{1\Phi} = P + jQ = V.I^*$

V, I : tension et courant de phase, I^* conjugué du courant.

Dans un système triphasé, la puissance apparente est donnée par:

$S_{\text{abc}} = S_{3\Phi} = V_a.I_a{}^* + V_b.I_b{}^* + V_c.I_c{}^*$

Avec V_a, V_b, V_c : tension de phases et ${I_a}^*, {I_b}^*, {I_c}^*$: conjugués relatifs aux courant de phases I_a, I_b, I_c respectivement. Sous forme matricielle :

$$S_{\text{abc}} = \begin{bmatrix} V_a & V_b & V_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {I_a}^* \\ {I_b}^* \\ {I_c}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} {I_a}^* \\ {I_b}^* \\ {I_c}^* \end{bmatrix} = {V_{abc}}^t . {I_{abc}}^*$$

Comme $V_{abc} = A.V_{odi}$, $I_{abc} = A.I_{odi}$, on peut écrire :

Avec ${V_{abc}}^t$ représente le vecteur transposé du vecteur considéré.

$$\boldsymbol{S}_{\textbf{abc}} = [\boldsymbol{A}.\boldsymbol{V}_{\boldsymbol{odi}}]^{\boldsymbol{t}}.[\boldsymbol{A}.\boldsymbol{I}_{\boldsymbol{odi}}]^* = {\boldsymbol{V}_{\boldsymbol{odi}}}^{\boldsymbol{T}}.\boldsymbol{A}^{\boldsymbol{T}}.\boldsymbol{A}^*.{\boldsymbol{I}_{\boldsymbol{odi}}}^*$$

Pour rappel, le transposée du produit de deux matrice est donné par :

$$[A.B]^T = A^T.B^T$$

Donc :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix}, A^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} = A$$

Le conjugué de la matrice A est :

$$A^* = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & {\alpha^2}^* & \alpha^* \\ 1 & \alpha^* & {\alpha^2}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix}, \text{car } \alpha^* = \alpha^2, {\alpha^2}^* = \alpha$$

$$A^T.A^* = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} = 3U$$

$U = I$: matrice identitaire (creuse), d'où :

$$S = 3{V_{odi}}^T.U.{I_{odi}}^* = 3{V_{odi}}^T.{I_{odi}}^* = 3S_{\text{odi}}$$

Et sous forme matricielle, on aura :

$$\boldsymbol{S}_{\textbf{abc}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{a0}} & \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{ad}} & \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{ai}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {\boldsymbol{I}_{\boldsymbol{a0}}}^* \\ {\boldsymbol{I}_{\boldsymbol{ad}}}^* \\ {\boldsymbol{I}_{\boldsymbol{ai}}}^* \end{bmatrix}$$

VII.11 Potentiel du neutre

Dans les cas du neutre isolé ou neutre mis à la terre à travers une impédance, le neutre peut être au même potentiel de la terre ou différent de ce dernier.

Considérons le réseau de la figure 7.8 suivante dont le neutre est impédant (mis à la terre à travers une impédance) via Z_n.

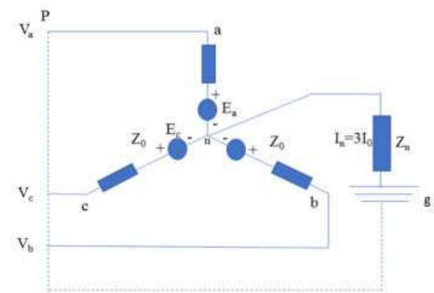

***Figure 7.8**: Potentiel du neutre impédant.*

Par conséquent, il y a un potentiel entre le point neutre et la terre noté V_{gn}.

Soient V_a, V_b et V_c les tensions entre la terre et le point P (phase).

On a :(loi de Kirchhoff)

- $V_a = V_{gn} + V_{npa}$
- $V_b = V_{gn} + V_{npb}$
- $V_c = V_{gn} + V_{npc}$

Nous devons déterminer les composantes symétriques de V_{gn} des trois tensions triphasées :

$$V_{a0} = \frac{1}{3}\left(V_{gn} + V_{gn} + V_{gn}\right) = V_{gn}$$

$$V_{ad} = \frac{1}{3}\left(V_{gn} + \alpha V_{gn} + \alpha^2 V_{gn}\right) = \frac{1}{3}(1 + \alpha + \alpha^2)V_{gn} = 0$$

$$V_{ai} = \frac{1}{3}\left(V_{gn} + \alpha^2 V_{gn} + \alpha V_{gn}\right) = \frac{1}{3}(1 + \alpha^2 + \alpha)V_{gn} = 0$$

Ces équations montrent :

- Les séquences positives et négatives des tensions entre neutre et terre sont nulles.
- La tension neutre-terre représente la tension homopolaire.

Si : ${Z_0}'$: impédance homopolaire entre n et P,

Z_0 : impédance homopolaire totale de g et P ,

La chute de tension totale entre g et P est :

$$Z_1 I_n + {Z_0}' I_0 = Z_0 I_0$$

Avec: $I_n = 3I_0$

$(3Z_n + Z_0{}')I_0 = Z_0 I_0$

Par comparaison, on aura

$\boldsymbol{Z_0 = Z_0{}' + 3Z_n}$

Si le neutre est mis directement à la terre Z_0 devient :

$\boldsymbol{Z_0 = Z_0{}'}$

VII.12 Séquence d'impédances

L'application principale du théorème de la méthode des composantes symétriques est l'analyse du réseau triphasé sujet à des défauts asymétriques. Dans un tel réseau, l'impédance de chaque phase jusqu'au défaut sont égales.

Par définition :

- Impédance de séquence positive : $Z_d = \frac{V_d}{I_d}$,
- Impédance de séquence négative : $Z_i = \frac{V_i}{I_i}$,
- Impédance de séquence homopolaire : $Z_0 = \frac{V_0}{I_0}$.

La connaissance (détermination) des impédances de séquences est essentielle dans l'étude du comportement du système sous conditions de défauts asymétriques. Chaque composant (élément), soit pour le statique (ligne de transport, transferts ou charge statiques) ou rotatifs (machines synchrones ou asynchrones), a trois valeurs d'impédances : une pour chaque composante symétrique de courant. Il y a des cas ou deux des trois impédances ou même les trois valeurs d'impédances sont égaux. Les éléments statiques ou $Z_d = Z_i$ et Z_o sont différentes et leurs valeurs sont aussi différentes pour les trois impédances pour les machines tournantes.

En général :

$Z_d . I_d = V_d$, chute de tension de la séquence directe,

$Z_i . I_i = V_i$, chute de tension de la séquence inverse,

$Z_0 . I_0 = V_0$, chute de tension de la séquence homopolaire.

Cela, en d’autres mots, veut dire qu’il n’y a pas de dépendance matérielle entre les différentes composantes symétriques, d’où chaque composante est à considérer à agir séparément. Cela implique la facilite de calcul dans des défauts asymétriques.

VII.13 Les séquence d’un réseau pour le calcul des défauts

La présence d’un défaut dans un réseau le rend asymétrique et déséquilibrées. La théorie de composante symétrique, en cas de défaut, propose que les trois systèmes à composantes symétriques soient injectés au réseau en remplacement des tensions déséquilibrées ou des courants déséquilibrés.

Le réseau monophasé équivalant contenant uniquement l’impédance et le courant d’une seule séquence est appelé la séquence réseau de telle séquence particulière. Cependant, une séquence réseau peut être définit comme étant un réseau équivalent d’un système équilibré sous des conditions imaginaires de fonctionnement dont une seule composante symétrique de tension et courant est présente dans le système.

Le circuit de *Thevenin* de chaque séquence réseau est représenté en figure 7.9 :

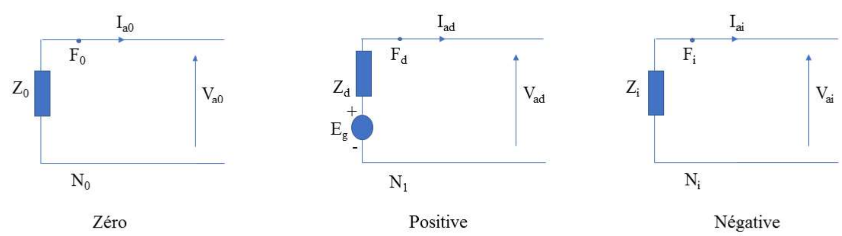

Figure 7.9*: Séquences réseau suite à un déséquilibre.*

Du moment le courant I_a de la phase ‘a’ circule de la source du système au point de défaut F, les composantes symétriques I_{a0}, I_{ad} et I_{ai} circulent à partir du point de défaut F. Il est à noter que la connexion déséquilibrée doit être raccordée au point de défaut F et le courant circule du côté équilibré du système à cette connexion déséquilibrée.

Les composantes symétriques de tensions sont alors :

$$V_{a0} = -Z_0 . I_{a0}$$

$$V_{ad} = V_f - Z_d . I_{ad}$$

$$V_{ai} = -Z_i . I_{ai}$$

Avec Z_0, Z_d et Z_i impédances équivalents totales des séquences réseau (zéro (homopolaire), positive (directe) et négative (inverse)).

Par similitude, pour un défaut sur un générateur à vide avec une tension d'excitation E_g, les chutes de tension des différentes séquences sont :

$$V_{a0} = -Z_0.I_{a0}$$

$$V_{ad} = E_g - Z_d.I_{ad}$$

$$V_{ai} = -Z_i.I_{ai}$$

VII.14 Séquence d'impédances d'une ligne de transport

Considérons une ligne de transport triphasé, voir figure 7.10, avec Z_s impédances propres par phase et Z_m impédances mutuelles entre phases, à supposer que Z_m est égale entre chaque deux phases de ligne.

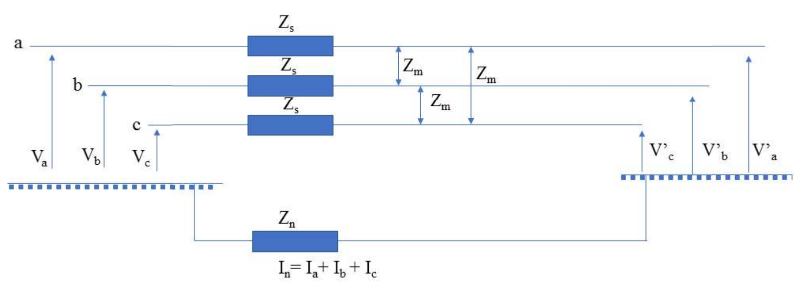

Figure 7.10*: Séquence d'impédances d'une ligne de transport.*

Soient I_a, I_b et I_c les courants de ligne. Si le système de tensions est déséquilibré, nous aurons un courant I_n qui circule à travers le conducteur neutre qui contient l'impédance Z_n cependant :

$$I_n = I_a + I_b + I_c$$

(V_a, V_b, V_c) et (V_a', V_b', V_c') sont les deux systèmes des tensions aux extrémités de la ligne (à l'entrée et à la sortie de la ligne respectivement),

Avec application de la loi Kirchhoff, on a :

$$V_a - V_a' = Z_s I_a + Z_m I_b + Z_m I_c + Z_n(I_a + I_b + I_c)$$

$$V_b - V_b' = Z_m I_a + Z_s I_b + Z_m I_c + Z_n(I_a + I_b + I_c)$$

$V_c - V_c{}' = Z_m I_a + Z_m I_b + Z_s I_c + Z_n(I_a + I_b + I_c)$

D'où sous forme matricielle, on aura :

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_a{}' \\ V_b{}' \\ V_c{}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_s + Z_n & Z_m + Z_n & Z_m + Z_n \\ Z_m + Z_n & Z_s + Z_n & Z_m + Z_n \\ Z_m + Z_n & Z_m + Z_n & Z_s + Z_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix},$$

Une forme compacte : $\boldsymbol{V_{abc} - V_{abc}{}' = Z_{abc}.I_{abc}}$ **,**

Par application de la matrice de transformation des composantes symétriques, on aura :

$AV_{odi} - AV_{odi}{}' = Z_{obc}.AI_{odi}$, on multiplie cette équation par A^{-1} on trouve :

$V_{odi} - V_{odi}{}' = A^{-1}Z_{obc}.AI_{odi},$

Par définition, on admet :

$A^{-1}Z_{obc}.A = Z_{odi}$: la matrice impédance des composantes symétriques.

D'où :

$V_{odi} - V_{odi}{}' = Z_{odi}.I_{odi}$

Avec Z_{odi} : matrice de transformation qui convertit la matrice d'impédance de la ligne de transport Z_{abc} à celle en composante symétrique.

$$Z_{adi} = A^{-1}Z_{abc}.A = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} [Z] \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix},$$

On pose : $Z_s + Z_n = x$, $Z_m + Z_n = y$, on aura :

$$[Z] = \begin{bmatrix} x & y & y \\ y & x & y \\ y & y & x \end{bmatrix}$$

D'où :

$$[Z].A = \begin{bmatrix} x+y+y & x+y(\alpha+\alpha^2) & x+y(\alpha+\alpha^2) \\ y+x+y & x+\alpha^2x+\alpha y & y+\alpha x+\alpha^2 y \\ y+y+x & y+\alpha^2 y+\alpha x & y+\alpha y+\alpha^2 x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+2y & \alpha(x-y) & x-y \\ x+2y & \alpha^2(x-y) & \alpha(x-y) \\ x+2y & \alpha(x-y) & \alpha^2(x-y) \end{bmatrix},$$

$$Z.A = \begin{bmatrix} Z_s+2Z_m+3Z_n & Z_s-Z_m & Z_s-Z_m \\ Z_s+2Z_m+3Z_n & \alpha^2(Z_s-Z_m) & \alpha(Z_s-Z_m) \\ Z_s+2Z_m+3Z_n & \alpha(Z_s-Z_m) & \alpha^2(Z_s-Z_m) \end{bmatrix}$$

On pose : $Z_s + 2Z_m + 3Z_n = p$ et $Z_s - Z_m = q$ Ce qui entraine :

$$Z.A = \begin{bmatrix} p & q & q \\ p & \alpha^2 q & \alpha q \\ p & \alpha q & \alpha^2 q \end{bmatrix}$$

D'où :

$$A^{-1}.Z.A = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix}\begin{bmatrix} p & q & q \\ p & \alpha^2 q & \alpha q \\ p & \alpha q & \alpha^2 q \end{bmatrix}$$

$$A^{-1}.Z.A = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 3p & q(1+\alpha+\alpha^2) & q(1+\alpha+\alpha^2) \\ p(1+\alpha+\alpha^2) & q(1+\alpha^3+\alpha^3) & q(1+\alpha^4+\alpha^2) \\ p(1+\alpha+\alpha^2) & q(1+\alpha^4+\alpha^2) & q(1+\alpha^3+\alpha^3) \end{bmatrix}$$

Or $1+\alpha+\alpha^2 = 0$, $\alpha^3 = 1$, $\alpha^4 = \alpha$.

D'où:

$$Z_{odi} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 3p & 0 & 0 \\ 0 & 3q & 0 \\ 0 & 0 & 3q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & q & 0 \\ 0 & 0 & q \end{bmatrix}$$

Par remplacement, on aura :

$$\boldsymbol{Z_{odi}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Z_s + 2Z_m + 3Z_n} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{Z_s - Z_m} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{Z_s - Z_m} \end{bmatrix}$$

On définit ainsi les séquences d'impédance de ligne par :

$\boldsymbol{Z_0 = Z_s + 2Z_m + 3Z_n}$,

$\boldsymbol{Z_d = Z_s - Z_m}$,

$\boldsymbol{Z_i = Z_s - Z_m}$,

Ce qui résulte à :

$$Z_{adi} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Z_0} & 0 & 0 \\ 0 & \boldsymbol{Z_d} & 0 \\ 0 & 0 & \boldsymbol{Z_i} \end{bmatrix}$$

Donc :

$$\boldsymbol{V_{adi} - V'_{abc}} = Z_{adi}.I_{adi} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{bd} \\ V_{ai} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{a0}' \\ V_{ad}' \\ V_{ai}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_d & 0 \\ 0 & 0 & Z_i \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{ad} \\ I_{ai} \end{bmatrix}$$

$V_{a0} - V'_{a0} = Z_0 . I_{a0}$,

$V_{ad} - V'_{ad} = Z_0 . I_{ad}$,

$V_{ai} - V'_{ai} = Z_i . I_{ai}$,

Ces derniers relations montrent :

- Dans un circuit symétrique avec au sans couplage mutuel, les courants d'une séquence donnée provoquent des chutes des tensions pour la même séquence uniquement.
- Les séquence d'impédance sont découplées (pas de mutuelles entre Z_0, Z_d et Z_i).
- Le découplage d'impédance par C.S indique que le chute de tension rotative à chaque séquence doit être traitée à part entière.
- $Z_d = Z_i = Z_s - Z_m$ le long de la ligne de transport.
- $Z_0 \approx 2$ à 3.5 de Z_s ou Z_i , donc $Z_0 \neq Z_d; Z_i$.

Donc en final la ligne peut être représentée par :

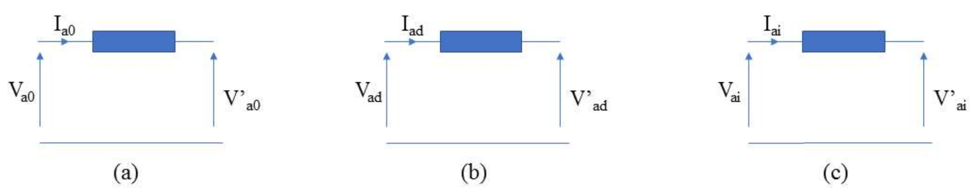

***Figure** 7.11: Séquence réseau d'une ligne de transport (a) séquence réseau homopolaire, (b) séquence réseau positive, (c) séquence réseau négative.*

VII.15 Séquence d'impédances d'une machine synchrone (Alternateur)

Souvent pour les alternateurs, on néglige la résistance et cependant toutes les séquences d'impédance d'une machine synchrone sont des réactances. En général Z_0, Z_d et Z_i d'une machine synchrone ont des valeurs différentes.

VII.15.1 Impédance de la Séquence positive

Elle dépend de l'intervalle de temps qu'on s'intéresse, une des trois réactances sera utilisée.

1) Pour le régime temps subtransitif, on utilise la réactance subtransitoire :

$Z_d = jX''_a$

2) Pour le régime de temps transitoire, on utilise la réactance transitoire :

   $Z_d = jX'_a$

3) Si on s'intéresse à la valeur du régime permanent on prend :

   $Z_d = jX_a$

VII.15.2 Impédance de Séquence négative

Les courants de séquence négative produisent un champ magnétique tournant à la même vitesse mais au sens opposé à celui produit par la composante positive du courant, par conséquent l'impédance inverse est différente de l'impédance directe.

L'impédance de séquence négative d'une machine synchrone est définit par :

$Z_i = j\frac{X''_d + X''_q}{2}$

Avec X''_d est la réactance subtransitoire directe et X''_q est la réactance subtransitoire quadratique.

VII.15.2 Impédance de Séquence négative et Zéro

Les courants de séquence zéro sont tous en phase, d'où ils ne produisent pas un champ tournant, l'impédance de séquence Z_0 dépend et du type de mise à la terre du neutre et de la séquence homopolaire par phase du générateur.

VII.16 Réseau des Séquences d'une machine synchrone

La figure 7.12 ci-après montre une machine triphasé synchrone (générateur ou moteur) avec neutre mis à la terre par une impédance Z_n.

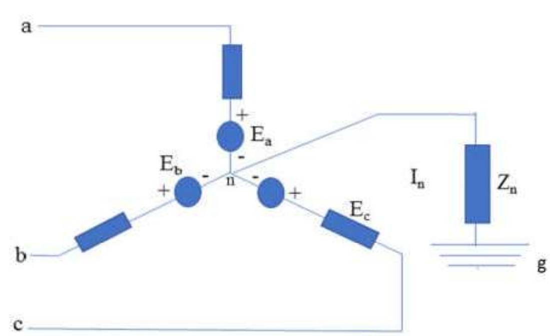

Figure 7.12 *: Réseau des Séquences d'une machine synchrone.*

Le générateur est à vide (pas de charge) ; la circulation des courants de lignes I_a, I_b et I_c est due à la présence d'un défaut à la sorite du générateur. Dépendant du type du défaut, un ou deux courants de lignes sont nuls. Pour exemple, le cas d'un défaut phase-terre on a $I_b = 0$, $I_c = 0$ et la phase « a » est accidentellement à la terre. Les tensions induites par le générateur de la ligne sont E_a, E_b et E_c.

VII.16.1 La Séquence positive

Les enroulements d'une machine synchrone sont symétriques. Cependant, les tensions du générateurs sont d'une séquence positive (composante directe) uniquement.

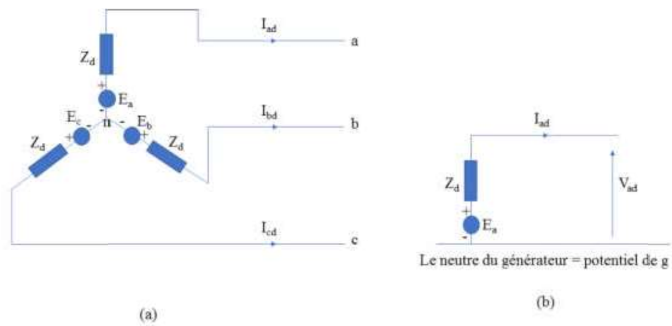

***Figure 7.13** : La séquence positive d'une machine synchrone (a) modèle triphasé (b) modèle monophasé.*

Du moment que $I_{ad} + I_{bd} + I_{cd} = 0$, il est impératif qu'aucun courant ne circule dans l'impédance de la terre Z_n (composante directe d'un système triphasé symétrique et équilibré). Donc :

$$\boldsymbol{V_{ad} = E_a - Z_d . I_{ad}}$$

VII.16.2 La Séquence négative

Une machine synchrone ne génère pas de tensions de séquence négative, dont le modèle est :

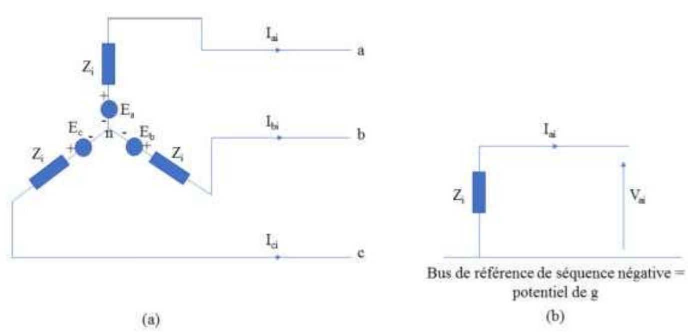

***Figure 7.14** : La séquence négative d'une machine synchrone (a) modèle triphasé (b) modèle monophasé.*

$\boldsymbol{V_{ai} = -Z_i . I_{ai}}$

VII.16.3 Réseau de séquence zéro :

Le schéma équivalent de la séquence zéro est représenté en figure 7.15 :

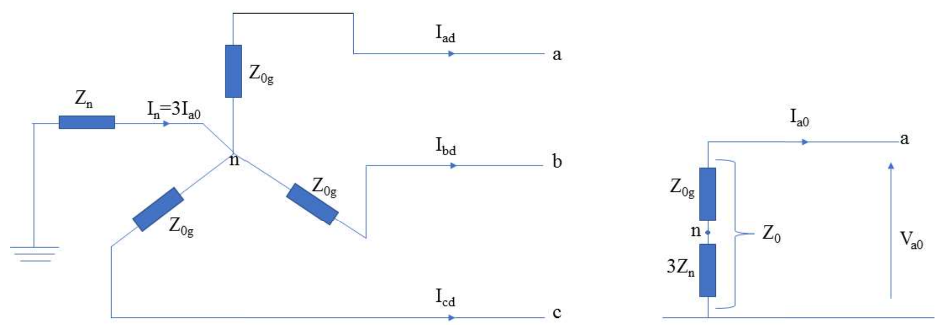

Figure 7.15 *: Impédance de séquence zéro par phase du générateur.*

On sait que $I_n = I_{a0} + I_{b0} + I_{c0} = 3. I_{a0}$, soit V_{a0} la tension de la séquence zéro de la borne a au bus de référence qui est au potentiel de la terre.

Par loi de Kirchhoff on a :

$$V_{gn} + V_{na} + V_{ag} = 0 \Rightarrow -Z_n I_n - Z_{0g} I_{a0} - V_{a0} = 0$$

D'où la tension homopolaire de la phase est :

$$V_{a0} = -3Z_n I_{a0} - Z_{0g} I_{a0}$$

Ce qui résulte en final en :

$$\boldsymbol{V_{a0} = -(3Z_n + Z_{0g}) I_{a0} = -Z_0 . I_{a0}}$$

VII.17 Réseau des Séquences zéro des transformateurs

Le réseau de la séquence zéro (système homopolaire) dépend de la nature des connexions des trois phases d'enroulement pour chaque composante du système (transformateur). Il est à noter que le courant de la séquence zéro est une composante monophasée et cependant son existence dépend aussi du chemin fermé que doit compléter à travers la terre des références.

Le cas dont le retour à la terre n'existe pas, donne lieu à la non circulation du courant homopolaire ($I_0 = 0$) et le réseau de séquence homopolaire qui correspond à cette situation sera remplacé par un circuit ouvert ($I_0 = 0$).

Quand le courant magnétisant dans un transformateur est négligé, les ampèrestours au circuit du primaire sont équivalent aux les ampèrestours du circuit du secondaire du transformateur :

$$n_1 i_1 = n_2 i_2$$

Cependant le courant peut circuler uniquement dans les enroulements du primaire s'il y a un courant au secondaire.

Les courants de séquence zéro peuvent circuler dans les enroulements connectés en star si et seulement si le point étoile est mis à la terre. Si le point étoile n'est mis à la terre, les courants homopolaires ne peuvent pas circuler dans les enroulements. Par conséquent, l'enroulement connecté delta n'a pas une connexion physique à la terre et de ce fait il n'y a pas un chemin de retour de la composante homopolaire des courants. Alors les courants homopolaires circulent dans l'enroulement en connexion delta du fait de l'existence des tensions homopolaire, mais les courants homopolaires de lignes sont nuls.

Considérons le transformateur connecté en Y-Y comme c'est indiqué dans de la figure ci-après. L'enroulement primaire du transformateur est mis à la terre tandis que le secondaire ne l'est pas.

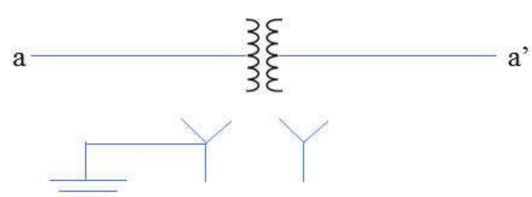

Figure 7.16 *: Le transformateur triphasé connecté en Y-Y.*

Dans cette figure, il y a un retour pour le courant homopolaire dans le circuit primaire mais pas de retour dans celui du secondaire. Ceci nous mène à schématiser un circuit ouvert existant dans le réseau de séquence zéro entre les deux enroulements a et a'.

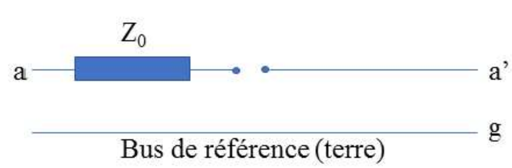

Figure 7.17-1 *: Le réseau de séquence homopolaire d'un transformateur triphasé connecté en Y-Y.*

Si par contre on dispose d'un transformateur connecté étoile-delta avec neutre à la terre comme le montre la figure *7.16-2.*

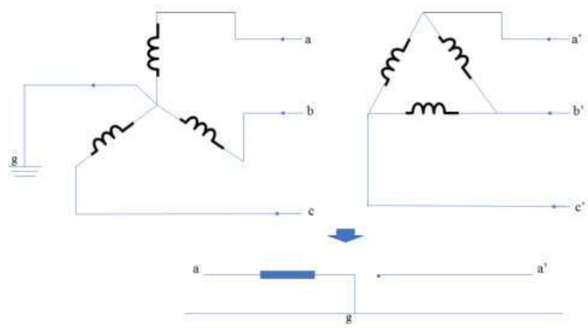

***Figure 7.16-2** : Le transformateur triphasé connecté en terre-Y-D et réseau de la séquence homopolaire.*

En général, Un circuit plus pratique est général équivalent à la séquence zéro d'un transformateur triphasé quelconque est représenté par :

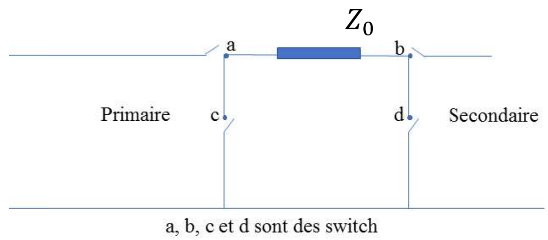

***Figure 7.17** : Réseau équivalent pour déterminer le réseau de séquence zéro (homopolaire) d'un transformateur.*

Z_0 : l'impédance de séquence zéro du transformateur.

La règle générale pour déterminer le réseau de séquence zéro connecté du transformateur en question est la suivante :

Le switch en série d'un coté particulier est fermé s'il est connecté en étoile avec neutre à la terre. Le switch shunt est fermé si le coté est connecté delta. Pour les autres cas, les switches seront laissés ouverts.

Soit le transformateur delta-étoile à la terre avec neutre secondaire isolé comme l'indique la figure *7.17 -1.*

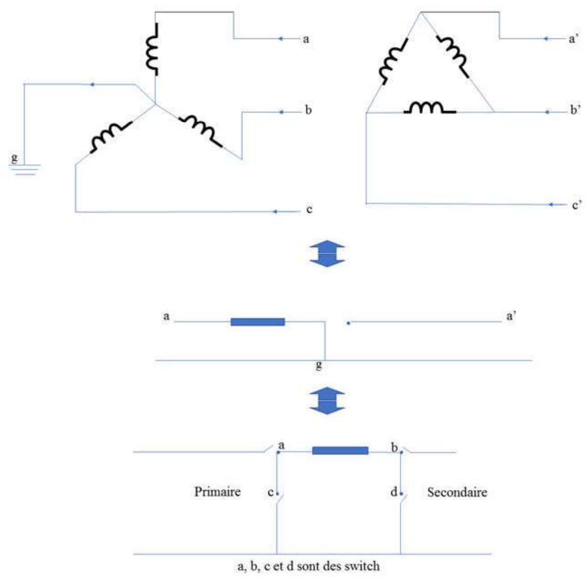

Figure 7.17 *: Réseau équivalent de séquence zéro d'un transformateur connecté delta-étoile à la terre.*

Primaire delta :

- Switch primaire shunt est fermé.
- Switch série est à laisser ouvert.

Secondaire étoile :

- Neutre isolé, switch série ouvert.
- Neutre isolé, switch shunt ouvert.

Chapitre VIII

Défauts asymétriques

VIII.1 Introduction

Le terme défaut asymétrique est utilisé pour exprimer de condition déséquilibrée. C'est une connexion ou situation qui cause un déséquilibre entre les trois phases. Si une connexion déséquilibrée est raccordée à un point F sur un système équilibré alors on appel F le point du défaut dans le système.

Cependant, si un défaut monophasé phase-terre provient dans un bus M alors le bus M devient point de défaut. Aussi, si une charge triphasé déséquilibrée est connectée à un bus N, alors le bus N devient point de défaut.

Un défaut asymétrique shunt est un déséquilibre entre phases ou entre phase et terre.

Un défaut série est un déséquilibre dans les impédances de lignes. Il ne provoque pas une connexion entre lignes ou entre ligne est terres au point de défaut.

Les défauts shunts sont classé par :

- Défaut monophasé phase-terre (LG : Line-to-Ground),
- Défaut biphasé phase-phase (LL:Line-to-Line),
- Défaut biphasé-terre (LLG),
- Court-circuit triphasé (LLL),
- Défaut triphasé-terre (LLLG).

Les défaut LG, LL, LLG sont des défauts asymétriques, et les défauts LLL et LLLG sont des défauts symétriques.

Dans le cas de défaut symétriques, le système reste symétrique i.e. équilibré même après le défaut.

Pour les défauts asymétriques les courants deviennent déséquilibrés après le défaut.

VIII.2 Hypothèses [14]

Les hypothèses suivantes sont faites pour l'analyse des défauts asymétriques :

1. Dans la majorité des cas, les courants de charges dans le système sont négligeables devant les courants de défaut.
2. Les impédances réseau jusqu'au défaut sont équilibrées de sorte que les composantes des séquences de phase sont indépendantes l'une de l'autre.

3. Par convention, le courant de défaut est pris positif lorsqu'il est dirigé sur le point de défaut.
4. La résistance des différents éléments est négligeable.

VIII.3 Séquences de tensions d'un générateur [14, 15]

Considérons un générateur triphasé symétrique, soient E_a , E_b , E_c les tensions générées et E_{a0} ,E_{ad} , E_{ai} les composantes homopolaire, directe et inverse de la tension générée par phase a respectivement :

$E_a = \alpha^2 E_a, E_c = \alpha E_a.$

$E_{a0} = \frac{1}{3}(E_a + E_b + E_c) = \frac{1}{3}(E_a + \alpha^2 E_a + \alpha E_a) = \frac{E_a}{3}(1 + \alpha^2 + \alpha) = 0.$

$E_{ad} = \frac{1}{3}(E_a + \alpha E_b + \alpha^2 E_c) = \frac{1}{3}(E_a + \alpha^3 E_a + \alpha^3 E_a) = \frac{E_a}{3}(1 + 1 + 1) = E_a.$

$E_{ai} = \frac{1}{3}(E_a + \alpha^2 E_b + \alpha E_c) = \frac{1}{3}(E_a + \alpha^4 E_a + \alpha^2 E_a) = \frac{E_a}{3}(1 + \alpha + \alpha^2) = 0.$

Ces relations montrent qu'un générateur d'une conception symétrique généré la tension de la séquence positive (composante directe) uniquement. La tension de composante négative et la tension homopolaire sont nulles.

VIII.4 Séquences tensions au point du défaut

Soient V_a , $V_b$et V_c les tensions de ligne pré-défaut des phases a, b et c au point de défaut F, V_f est la tension de pré-défaut de la phase a au point de défaut.

Pour un système équilibré : $V_b = \alpha^2 V_a$, $V_c = \alpha V_a$.

$V_{a0} = \frac{1}{3}(V_a + V_b + V_c) = \frac{1}{3}(V_a + \alpha^2 V_a + \alpha V_a) = \frac{V_a}{3}(1 + \alpha^2 + \alpha) = 0$.

$V_{ad} = \frac{1}{3}(V_a + \alpha V_b + \alpha^2 V_c) = \frac{1}{3}(V_a + \alpha^3 V_a + \alpha^3 V_a) = \frac{V_a}{3}(1 + 1 + 1) = V_a.$

$V_{ai} = \frac{1}{3}(V_a + \alpha^2 V_b + \alpha V_c) = \frac{1}{3}(V_a + \alpha^4 V_a + \alpha^2 V_a) = \frac{V_a}{3}(1 + \alpha + \alpha^2) = 0$.

Ces relations montrent ainsi que pour un système équilibré la séquence zéro et négative de tension au point de défaut sont nulles et la tension phase-neutre de la phase a au point de défaut est rien d'autre que la séquence positive.

Cette tension de séquence directe est dénotée V_f . C'est la tension pré-défaut.

$V_f = V_{ad} = V_a, V_{a0} = 0, V_{ai} = 0,$

VIII.5 Procédure générale [14-16]

La procédure générale adoptée dans l'analyse des différents types de défaut est décrite ci-dessous.

VIII.5.1 Diagramme (Schéma) du circuit

Un système d'un circuit en défaut montre toutes les connexions des phases au point de défaut. Les directions des courants et les polarités de tensions sont marquées clairement.

Exemple :

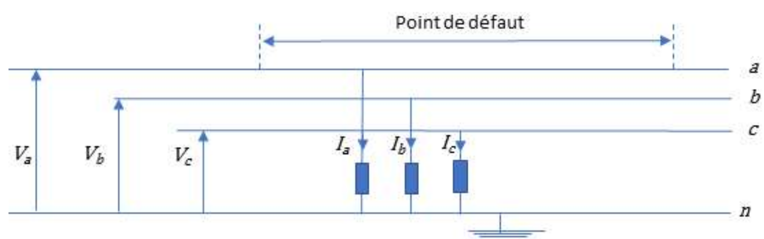

Figure 8.1: Three line-to-ground fault.

a, b, c les phases du système originale. I_c, I_b et I_c les courants de défaut circulants à partir du système original équilibré au point de défaut. V_a , $V_b$et V_c les tensions de phases au point de défaut. V_f Est la tension pré-défaut de la phase a au point de défaut. Etant donné que le système est équilibré V_f est la tension de la séquence positive.

VIII.5.2 Conditions aux limites

Pour un type donné de défaut, les relations entre les tensions connues et les courants au point de défaut sont écrites. Ces conditions au point de défaut sont appelées conditions aux limites (Boundary Conditions).

VIII.5.3 Transformation

Les équations obtenues en 5.2 seront résolues pour trouver les composantes symétriques des tensions et des courants. Ce procédé est nommé transformation de $a - b - c$ au $0 - d - i$ systèmes. $V_{0di} = A^{-1}V_{abc}$.

VIII.5.4 Séquences courants et séquences tensions

Les séquences tensions et courants obtenues en équation 5.3 seront examinées pour déterminer les différents réseaux de séquences. Les impédances requises peuvent être ajoutées dans les réseaux de séquences.

VIII.5.5 Interconnexion des séquences réseaux

Les réseaux de séquences sont interconnectés entre eux de telle sorte que les équations qui décrivent les conditions de défaut sont satisfaites et que l'interconnexion représente la contrainte du défaut dur le système.

VIII.5.6 Informations à partir du réseau de séquence

La tension de phase a et les composantes de courant sont trouvées à partir du réseau de séquence. Les tensions et courants des phases b et c sont alors trouvés par les relations angulaires de l'ensemble équilibré.

VIII.6 Défaut monophasé phase-terre

C'est un défaut qui survient de contact d'une phase qui tombe sur terre ou un contact phase-neutre conducteurs.

VIII.6.1 Diagramme (Schéma) du circuit

On suppose que la phase est connectée à la terre au point de défaut.

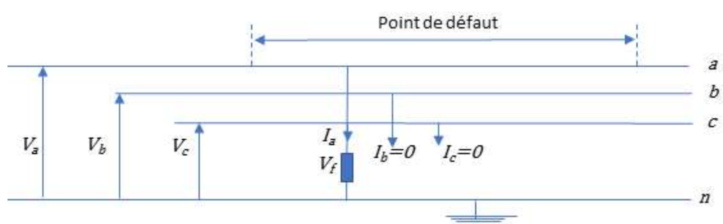

Figure 8.2: Single line-to-ground fault.

V_f Est l'impédance de défaut. Le courant de défaut est $I_{af} = I_a$ est pris positifs quand dirigé sur le point de défaut.

VIII.6.2 Conditions aux limites

Du moment que la phase a est affectée par le défaut (phase a à la terre), les phases b et c seront en circuit-ouverts ($I_c = I_b = 0$) et $I_f = I_a$ courant de défaut.

La tension au-dessus de la terre au point de défaut est : $V_a = Z_f * I_a$,

VIII.6.3 Transformation

Les composantes symétriques du courant de défaut en phase a au point de défaut sont :

$I_{a0} = \frac{1}{3}(I_a + I_b + I_c) = \frac{1}{3}I_a$.

$I_{ad} = \frac{1}{3}(I_a + \alpha I_b + \alpha^2 I_c) = \frac{1}{3}I_a$.

$I_{ai} = \frac{1}{3}(I_a + \alpha^2 I_b + \alpha I_c) = \frac{1}{3}I_a$.

$\Leftrightarrow I_{a0} = I_{ad} = I_{ai} = \frac{1}{3}I_a$, (8.1)

On peut écrire sous formes matricielle : $I_{0di} = A^{-1} * I_{abc}$,

$$\begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{ad} \\ I_{ai} \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_a \\ I_c \\ I_d \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{I_a}{3}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

Cependant, on conclut que dans le cas d'un défaut monophasé phase-terre les courants des séquences sont égaux.

Les tensions de séquences au point de défaut sont données par :

$V_{a0} = E_{a0} - Z_{a0} * I_{a0}$.

$V_{ad} = E_{ad} - Z_{ad} * I_{ad}$.

$V_{ai} = E_{ai} - Z_{ai} * I_{ai}$.

Avec E_{a0}, E_{ad}, E_{ai} les tensions de séquence générées par phase a,

Z_{a0}, Z_{ad}, Z_{ai} Les impédances pour la circulation des courants I_{a0}, I_{ad}, I_{ai} respectivement. Par un système équilibré : $E_{a0} = 0, E_{ai} = 0 \; et \; E_{ad} = V_f$,

D'où : $V_a = V_{a0} + V_{ad} + V_{ai}$,

$Z_f * I_a = (-Z_{a0} * I_{a0}) + (V_f - Z_{ad} * I_{ad}) + (-Z_{ai} * I_{ai})$ (8.2)

Par combinaison des équations (8.1) et (8.2) :

$Z_f * I_a = V_f - \frac{I_a}{3}(Z_{a0} + Z_{ad} + Z_{ai}),$

$$I_a = \frac{V_f}{Z_f + \frac{1}{3}(Z_{a0} + Z_{ad} + Z_{ai})}, \tag{8.3}$$

Étant donné que toutes les impédances et la tension V_f au point de défaut sont connues, le courant de défaut peut être déterminé par (8.3).

Le courant de séquence est :

$$I_{a0} = I_{ad} = I_{ai} = \frac{I_a}{3} = \frac{V_f}{3Z_f + Z_{a0} + Z_{ad} + Z_{ai}} \ , \tag{8.4}$$

Les relations suivantes donnent les tensions des phases V_a, V_b et V_c au point de défaut :

$V_a = V_{a0} + V_{ad} + V_{ai}$.

$V_b = V_{a0} + \alpha V_{ad} + \alpha^2 V_{ai}$.

$V_c = V_{a0} + \alpha^2 V_{ad} + \alpha V_{ai}$

VIII.6.4 Interconnexion des réseaux de séquence

Du moment que les courant de séquences sont égaux, les réseaux de séquences doivent être connectées en série pour satisfaire la condition de courant.

On avait :

$V_f = Z_{a0} I_{a0} + Z_{ai} I_{ai} + Z_{ad} I_{ad} + 3Z_f I_{ad}$ (8.4)

avec $I_{a0} = I_{ai} = I_{ad}$

Si on considère $3Z_f$ comme étant une impédance externe connecté comme c'est indiqué sur la figure 8.2 :

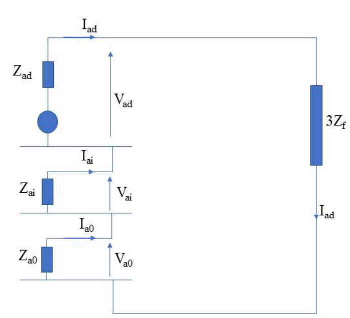

Figure 8.2: Interconnexion des réseaux de séquence.

L'équation (8.4) est complètement satisfaite.

NB : On peut faire les réseaux des séquences pour le cas spécial ou $Z_f = 0$,

VIII.7 Défaut biphasé (Phase-Phase LL)

C'est un défaut provoqué par un court-circuit entre deux (02) phases, la figure 8.3 ci-après montre un défaut LL entre les phases b et c. Z_f est l'impédance du défaut. Le défaut LL est placé entre la phase b et la phase c dans le but que le défaut soit symétrique par rapport à la phase de référence a (sans défaut).

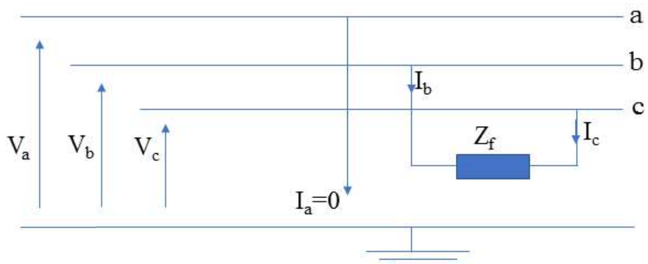

Figure 8.3: Défaut biphasé (Phase-Phase LL).

VIII.7.1 Conditions aux limites

Comme conditions aux limites, ce cas nous impose à prendre :

$I_a = 0,\ I_b = -I_c$ et $V_b - V_c = Z_f . I_b$

Le courant de défaut étant : $I_f = I_b$.

VIII.7.2 Transformation

Les composantes symétriques du courant de défaut en phase a au point de défaut sont :

$$\begin{cases} I_{ao} = \frac{1}{3}\left(I_a + I_b + I_c\right) = \frac{1}{3}\left(0 + I_b - I_b\right) = 0 \\ I_{ad} = \frac{1}{3}\left(I_a + \alpha I_b + \alpha^2 I_c\right) = \frac{1}{3}\left(0 + \alpha I_b - \alpha^2 I_b\right) = \frac{1}{3}(\alpha - \alpha^2) I_b \\ I_{ai} = \frac{1}{3}\left(I_a + \alpha^2 I_b + \alpha I_c\right) = \frac{1}{3}\left(\alpha^2 - \alpha\right) I_b = -\frac{1}{3}\left(\alpha - \alpha^2\right) I_b \end{cases} \tag{8.5}$$

D'où :

$$I_{a0} = 0,\ I_{ad} = -I_{ai} = \frac{1}{3}(\alpha^2 - \alpha) I_b \tag{8.6}$$

Sous forme matricielle : $I_{0di} = A^{-1} I_{abc}$,

$$\begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{ad} \\ I_{ai} \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{I_a}{3}\begin{bmatrix} 1 \\ I_b \\ -I_b \end{bmatrix},$$

En exprimant V_b, V_c et I_b en termes de leurs composantes symétriques, par les lois de Kirchoff dans la maille de défaut on avait : $V_b - V_c = Z_f . I_b$

$$(V_{a0} + \alpha^2 V_{ad} + \alpha V_{ai}) - (V_{a0} + \alpha V_{ad} + \alpha^2 V_{ai}) = Z_f(I_{a0} + \alpha^2 I_{ab} + \alpha I_{ai}), \quad (8.7)$$

Par combinaison des équations (8.5), (8.6) et (8.7) on aura :

$$(\alpha^2 - \alpha)V_{ad} - (\alpha^2 - \alpha)V_{ai} = Z_f(\alpha^2 - \alpha)I_{ad}$$

Ce qui nous amène à déduire :

$$V_{ad} - V_{ai} = Z_f I_{ad} \quad (8.8)$$

Les composantes de séquence des tensions au point de défaut sont données par :

$$V_{0di} = A^{-1}V_{abc} = E - Z_{adi}I_{0di}$$

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{ad} \\ V_{ai} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ V_f \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{a0} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{ad} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{ai} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{ad} \\ I_{ai} \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} V_{a0} = -Z_{a0}I_{a0} \\ V_{ad} = V_f - Z_{ad}I_{ad} \\ V_{ai} = -Z_{ai}I_{ai} \end{cases} \quad (8.9)$$

$$V_{ad} - V_{ai} = V_f - Z_{ad}I_{ad} + Z_{ai}I_{ai} \quad (8.10)$$

Par combinaison des équations (8.6), (8.8) et (8.9) on aura :

$$Z_f I_{ad} = V_f - Z_{ad}I_{ad} + Z_{ai}I_{ai} = V_f - Z_{ad}I_{ad} - Z_{ai}I_{ad}$$

D'où :

$$I_{ad} = \frac{V_f}{Z_{ad}+Z_{ai}+Z_f} \quad (8.11)$$

Le courant de défaut est donné par :

$$I_f = I_b = -I_c$$

$$I_b = I_{a0} + \alpha^2 I_{ad} + \alpha I_{ai} = (\alpha^2 - \alpha)I_{ad} = \frac{(\alpha^2-\alpha)V_f}{Z_{ad}+Z_{ai}+Z_f}$$

$$I_f = I_b = \frac{(\alpha^2-\alpha)V_f}{Z_{ad}+Z_{ai}+Z_f} = \frac{-j\sqrt{3}.V_f}{Z_{ad}+Z_{ai}+Z_f} \quad (8.12)$$

Dans un défaut LL, le courant homopolaire est nul, c'est logique du moment que le retour du courant dans le neutre est inexistant.

La composante directe est égale en amplitude à la composante inverse mais sont en opposition de phase.

VIII.7.3 Interconnexion des réseaux de séquences

Du moment que le courant homopolaire est nul ($I_{a0} = 0$), le réseau de séquence zéro est ouvert (non-connecté).

Les équations $I_{ad} = -I_{ai} = \frac{1}{3}(\alpha^2 - \alpha)I_b, I_f = I_b$. Suggèrent une connexion parallèle de la séquence directe et la séquence inverse aux réseaux à travers une impédance série Z_f. D'où on résume le fonctionnement des équations dans le réseau de séquences équivalent d'un défaut biphasé tel qu'indique la figure 8.4.

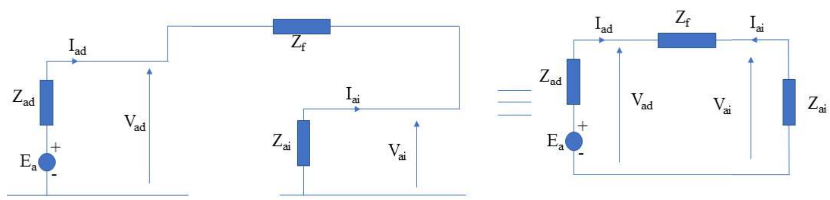

Figure 8.4: Interconnexion des réseaux de séquences.

VIII.7.4 Cas spécial pour un défaut idéal

Si on présume un défaut idéal on aura à mettre $Z_f = 0$ (défaut idéal), ce qui nous conduit à écrire :

$$I_{ad} = \frac{V_f}{Z_{ad}+Z_{ai}}$$

$$I_f = I_b = \frac{(\alpha^2-\alpha)V_f}{Z_{ad}+Z_{ai}} = \frac{-j\sqrt{3}.V_f}{Z_{ad}+Z_{ai}}$$

VIII.8 Défaut LLG ou DLG (Biphasés-terre)

Comme exemple, on prend le défaut LLG avec : Phase a comme référence, phase *b* et phase *c* shuntés avec la terre comme l'indique la figure 8.5.

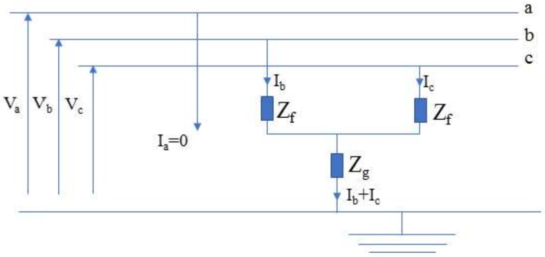

Figure 8.5: Interconnexion des réseaux de séquences pour un défaut LLG.

Comme conditions aux limites et au point de défaut on a :

$I_a = 0$, V_b et V_c sont à déterminer par les lois de Kirchhoff (KVLaw) jusqu'à déterminer les réseaux des séquences.

VIII.9 Défaut triphasé équilibré

C'est le défaut qui court-circuite les trois phases avec la terre (défaut triphasé + terre). Toutes les phases sont à la terre avec la même impédance de défaut Z_f comme le montre la figure 8.6 ci-après.

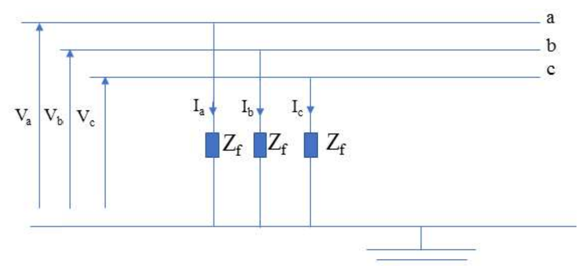

Figure 8.6: Défaut triphasé équilibré.

VIII.9.1 Conditions aux limites

Tensions de phases au point de défaut :

$$\begin{cases} V_a = Z_f . I_a \\ V_b = Z_f . I_b \\ V_c = Z_f . I_c \end{cases},$$

VIII.9.2 Transformation

Tension de séquence positive :

$$V_{ad} = \frac{1}{3}(V_c + \alpha V_b + \alpha^2 V_c) = \frac{1}{3}(I_c + \alpha I_b + \alpha^2 I_c) Z_f$$

Or on a :

$$\begin{cases} V_{ad} = Z_f . I_{ad} \\ V_{ai} = Z_f . I_{ai} \\ V_{a0} = Z_f . I_{a0} \end{cases}$$

Pour un système équilibré :

$$\begin{cases} V_{ad} = E_{ad} - Z_{ad}.I_{ad} \\ V_{ai} = 0 - Z_f.I_{ai} \\ V_{a0} = 0 - Z_f.I_{a0} \end{cases},$$

Donc :

- $V_{ad} = E_{ad} - Z_{ad}.I_{ad} = Z_f.I_{ad} \Rightarrow \boldsymbol{I_{ad}} = \frac{\boldsymbol{E_{ad}}}{\boldsymbol{Z_{ad}+Z_f}}$,
- $V_{ai} = Z_f.I_{ai} = -Z_{ai}.I_{ai} \Rightarrow \boldsymbol{I_{ai} = 0}$ **,**
- $V_{a0} = -Z_f.I_{a0} = Z_f.I_{a0} \Rightarrow \boldsymbol{I_{a0} = 0}$ **,**

VIII.9.3 Exemples d'application N°01

Soient Z_0 d et Z_i les impédances des séquences homopolaires directe et inverse respectivement proprement réactives et $Z_f = 0$ (impédance du défaut).

Nous allons Comparer entre un défaut triphasé (LLL) et un défaut monophasé (LG) dans les cas suivants :

1) Défaut aux bornes d'un générateur avec neutre du générateur à la terre sans impédance,
2) Défaut aux bornes d'un générateur avec neutre à la terre via une réactance X_n.

$Z_0 = jX_0, Z_d = jX_d, Z_i = jX_i,$

- Pour un défaut triphasé 3Φ :

  $(I_a)_{3L} = \frac{V_f}{jX_d},$

- Pour un défaut LG :

  $(I_a)_{LG} = \frac{3V_f}{j(X_0+X_d+X_2)}$ ou $(I_a)_{LG} = \frac{3V_f}{j(X_0+X_d+X_i+3X_n)},$

  1) Pour un générateur $X_0 \ll X_d$ et $X_d \approx X_i$

     D'où $|(I_a)_{3L}| = \frac{|V_f|}{X_d}.$

     Et $|(I_a)_{LG}| = \frac{3|V_f|}{2X_d}$, avec X_0 négligée et $X_d \approx X_i$.

     On voit bien que $|(I_a)_{LG}| > |(I_a)_{3L}|$.

  2) Pour que $|(I_a)_{LG}| = |(I_a)_{3L}|$;

     $\frac{|V_f|}{X_d} = \frac{3|V_f|}{X_0+X_d+X_i+3X_n} \Leftrightarrow X_0 + X_d + X_i + 3X_n = 3X_d,$

     $X_n = \frac{1}{3}(3X_d - X_d - X_i + X_0) \approx \frac{1}{3}(X_d - X_0)$

$$X_n = \frac{1}{3}(X_d - X_0)\ .$$

Donc : si $X_n < \frac{1}{3}(X_d - X_0) \Leftrightarrow |(I_a)_{LG}| > |(I_a)_{3L}|$.

Si $X_n > \frac{1}{3}(X_d - X_0) \Leftrightarrow |(I_a)_{LG}| < |(I_a)_{3L}|$.

VIII.9.4 Exemple d'application N°02

Un générateur synchrone triphasé, 50 MVA, 11Kv est sujet de différents types de défauts. Les courants de défauts sont :

$LG \longrightarrow 4200\ A,\ LL \longrightarrow 2600\ A,\ LLL \longrightarrow 2000\ A.$

Le neutre du générateur est mis directement à la terre. On veut trouver les valeurs par des réactances des trois séquences

- Pour le défaut LLL :
  $I_a = \frac{|V_f|}{X_d} \Longrightarrow X_d = \frac{|V_f|}{I_a} = \frac{11000}{\sqrt{3}(2000)},$
  $\boldsymbol{X_d = 3,175}\Omega$,
- Pour le défaut LL :
  $I_a = \frac{\sqrt{3}|V_f|}{X_d + X_i} \Longrightarrow X_0 + X_d + X_i = \frac{3(11000)/\sqrt{3}}{4200}.$
  $\boldsymbol{X_0 = 0.305\Omega,}$

Le calcul de la base impédance :

$Z_b = \frac{{(kVl)_b}^2}{(MVA)_b} = \frac{11^2}{50} = 2.42\Omega,$

$\boldsymbol{X_{0pu} = \frac{X_0\Omega}{Z_b} = \frac{0{,}305}{2{,}42} = 0,126pu.}$

$\boldsymbol{X_{dpu} = 1,312pu,}$

$\boldsymbol{X_{ipu} = 0,436pu}.$

Un défaut (phases-terres) dans les trois phases est un défaut équilibré et symétriques donc il n'aura que la composante directe qui agit. Les composantes inverses et homopolaires sont nulles.