

Département de Mathématiques et Informatique
Faculté des sciences et de la Technologie
Université Djilali Bounâama Khemis Miliana

Algorithmique Avancée et Complexité

1^{ère} année de Master Ingénierie du Logiciel

Par: Mr Haniche Fayçal

Problématique

- Exemple : Algorithme de calcul du n^{ème} membre de la suite de Fibonacci F_n

$$F_n = \begin{cases} F_{n-1} + F_{n-2} & \text{si } n > 1, \\ 1 & \text{si } n = 1, \\ 0 & \text{si } n = 0. \end{cases}$$

La suite génère les nombres suivants : 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...

Il existe l'approximation suivante: $F_n \approx 2^{0.694n}$

Problématique

Algorithm 1 FIB1(n)

```
1: if  $n = 0$  then  
2:   return 0  
3: else if  $n = 1$  then  
4:   return 1  
5: else  
6:   return fib1( $n - 1$ ) + fib1( $n - 2$ )  
7: end if
```

Trois questions essentielles sont posées :

1. L'algorithme est-il correct ?
2. Combien de temps exige-t-il pour terminer, en fonction de n ?
3. Peut-on l'améliorer ?

Problématique

- **Q1** : l'algorithme est bien correct, car il met en œuvre exactement la définition récurrente de la suite de Fibonacci
- **Q2** : Soit $T(n)$ le nombre de pas dont a besoin l'algorithme pour calculer F_n

Une première évidence :

$$T(n) \leq 2 \text{ pour } n \leq 1.$$

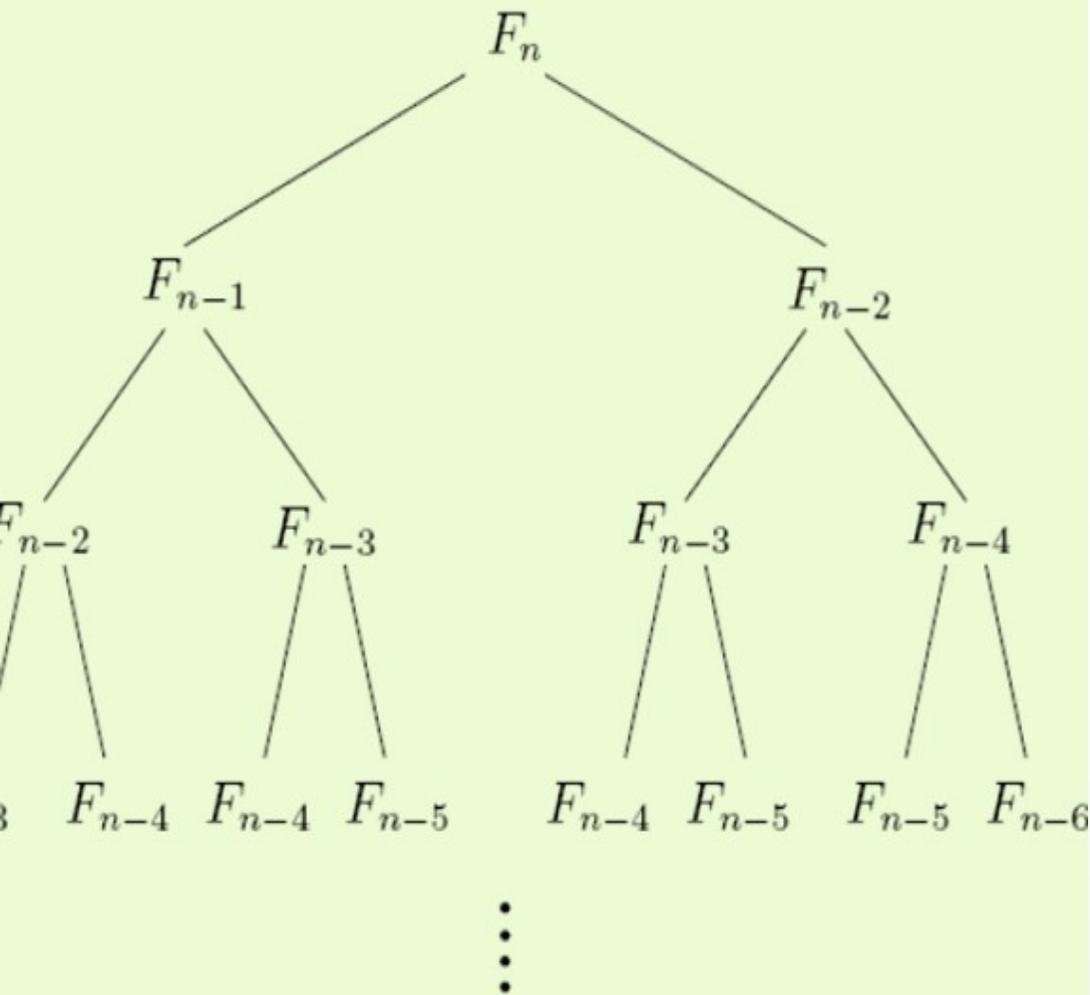
et Pour des nombres n plus grands,

$$T(n) = T(n - 1) + T(n - 2) + 3 \text{ pour } n > 1.$$

Ceci veut dire que le nombre de pas croît aussi vite que la suite de Fibonacci. Comme la suite croît exponentiellement, **$T(n)$ a évidemment une croissance exponentielle.**

Problématique

- Explication: le comportement de l'algorithme fib1.



Soit par exemple le calcul de F_{200}

$$T(200) \geq F_{200} \geq 2^{138} \text{ Pas élémentaire}$$

Question: Temps nécessaire pour ce calcul sur un ordinateur ?

Exemple sur le NEC Earth Simulator, qui exécute 40 milliards ($40 \cdot 10^{12}$) instructions par seconde.

Résultat : 2^{96} secondes = Jours ?

Même si nous augmentant considérablement la capacité des Machine , le problème demeurera toujours !!!!!

Objectif du cours

- Objectif 1 : Evaluation de la complexité des Algorithmes en terme de temps de calcul.
- Objectif 2 : Etude de quelques techniques d'optimisation des Algorithmes
- Objectif 3 : présentation des classes de problèmes en terme de complexité

Plan du cours

1. Les bases de l'analyse des algorithmes
2. Analyse des algorithmes de recherche
3. Analyse des algorithmes de tri
4. Analyse des algorithmes récursifs
5. Les classes de problèmes
6. Algorithmique des arbres
7. Algorithmique du texte