

TD N°1 : INTRODUCTION EN ALGORITHMIQUE

Exercice 1 : Le Carré Magique

En mathématiques, un *carré magique* d'ordre n est composé de n^2 entiers strictement positifs et distincts, écrits sous la forme d'un tableau carré. Ces nombres sont disposés de sorte que leurs sommes sur chaque ligne, sur chaque colonne et sur chaque diagonale principale soient égales. On nomme alors **constante magique** la valeur de ces sommes ($n * (n^2 + 1) / 2$).

2	7	6	→15
9	5	1	→15
4	3	8	→15
↙15	↓15	↓15	↓15
			↘15

Exemple : La figure à côté, représente un carré magique d'ordre $n=3$. La constante magique égale à 15.

- 1) Quel est le nombre de possibilité pour remplir ce tableau avec des nombres de 1 à 9 ?
- 2) Résoudre ce problème et donner une analyse de la solution.
- 3) Peut-on généraliser cette solution à un ordre supérieur à 3 ? 5 ? 7 ? ...

Exercice 2 : Le problème des n-reines

Ce problème consiste à placer n reines sur un échiquier $n \times n$ sans qu'elles ne se prennent l'une l'autre. Une reine peut prendre toutes les pièces se trouvant sur la même ligne, sur la même colonne ou sur les mêmes diagonales qu'elle-même.

Exemple : La figure suivante présente la solution à ce problème pour $n=4$ (4 reines).

	R1	R2	R3	R4
	1	2	3	4
1				
2				
3				
4				

état initiale

	1	2	3	4
1			R3	
2	R1			
3				R4
4		R2		

état finale

- 1) Quel est le nombre de déplacements possibles des reines sur l'échiquier ?
- 2) Donner une analyse – étapes- de la solution avec $n=4$.
- 3) Généraliser pour résoudre le problème des 8-reines.

Exercice 3 : Deviner le nombre !

Il est demandé –dans ce jeu- de déterminer un nombre choisi (sélectionné) dans un intervalle de 1 à n , en posant des questions avec des réponses « oui » ou « non ».

- 1) Analyse ce jeu et proposer une solution.
- 2) Quel est le nombre de questions nécessaire pour déterminer le nombre ?

Exercice 4 : Passage de rivière

a) **Le loup, la chèvre et le chou** : Un homme doit faire passer le chou, la chèvre et le loup de l'autre côté de la rivière. Mais il n'a qu'une place sur son bateau ! De plus, si la chèvre et le chou sont ensemble sur une rive quand l'homme s'éloigne, la chèvre mange le chou. Et si le loup et la chèvre sont ensemble quand l'homme s'éloigne, le loup mange la chèvre !

1) Proposer une solution à ce jeu pour que l'homme traverse avec le chou, la chèvre et le loup à l'autre côté de la rivière.

b) **Le détachement** : Un détachement de soldats arrive devant une rivière. Le pont a sauté, et le courant est trop fort pour que l'on s'y risque à la nage. Le capitaine réfléchit, et aperçoit un petit bateau manœuvré par deux garçons. Il le réquisitionne, mais s'aperçoit que le bateau est juste assez grand pour un seul soldat ou deux enfants, trop petit pour un soldat et un enfant.

1) Proposer une solution à ce jeu.

2) Quel est le nombre de déplacements pour traverser tout le détachement ?

Exercice 5 : La fausse pièce

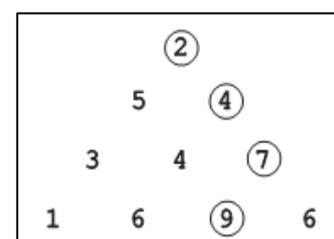
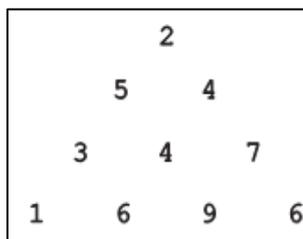
Il y a huit pièces identiques; l'une de ces pièces est contrefaite et est connue pour être plus légère que les pièces authentiques.

1) Quel est le nombre minimum de pesées nécessaires pour identifier la fausse pièce avec une balance à deux plateaux sans poids?

Exercice 6 : La somme descendante maximale

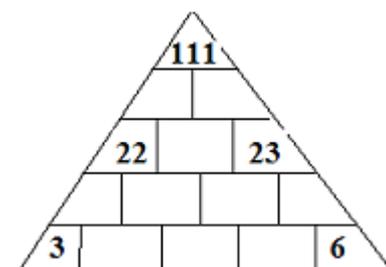
Certains nombres entiers positifs sont disposés dans un triangle comme celui montré dans La figure.

1) Donner une solution pour trouver la plus grande somme dans une descente de son sommet à la base à travers une séquence de nombres adjacents, avec un nombre par niveau



Exercice 7 : La pyramide

1) Comment remplir le triangle –à coté– de manière à ce que le nombre écrit dans une case soit égal à la somme des 2 nombres qui se trouvent dans les 2 cases du dessous ?



Exercice 8 : 1000 avec des huit 8

Trouver une façon de calculer 1000 en utilisant seulement les symboles d'opérations + - * /

1) et le chiffre 8 ;

2) et 8 fois le chiffre 8

Exercice 9 : Soit la suite : 1, 11, 21, 1112, 3112, Quel est l'élément suivant ?