Université Ibn Khaldoun Tiaret
Faculté de Science Applique — Année Universitaire 2015-2016
Département des Sciences et de la Technologie
1ère année LMD ST
Unité : Mathd1

Fiche de TD $N^0/02$

Exercice 1.
Soit la fonction f définie de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 1$ et soit $A = [-1, 3]$
Déterminer les images directe et réciproque de A par f.

Exercice 2.
Soit $f : E \longrightarrow F$une application. $A \subset E$ et $B, B' \subset F$

1. *Montrer que $f(A \cap f^{-1}(B)) = f(A) \cap B$*
2. *Comparer $f^{-1}(B \bigtriangleup B')$ et $f^{-1}(B) \bigtriangleup f^{-1}(B')$*

Exercice 3.

- *On considère la fonction f définie de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^3 - 3x + 2$*
  1. *Calculer $f(0), f(1)$ et $f(-1)$*
  2. *Montrer que f est dijective.*
  3. *Déterminer les images suivantes $f^{-1}(-2), f^{-1}([2, +\infty[)$*
- *Montrer que la fonction $f :]1, +\infty[\longrightarrow]0, +\infty[$ définie par $f(x) = \frac{1}{x-1}$ est bijective calculer sa bijection réciproque.*

Exercice 4.
Soit f une application bijective de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$

1. *Montrer que l'application*
$$\begin{aligned} g : \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto \frac{f(x)}{\sqrt{1 + (f(x))^2}} \end{aligned}$$
est injective
2. *Montrer que g n'est pas surjective*

Exercice 5.

1. *Déterminer, si elle existe,$\lim_{x \longrightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1+x^2}}{x}$ et $\lim_{x \longrightarrow 2} \frac{x^2-4}{x^2-3x+2}$*
2. *En utilisant la définition de la limite, montrer que $\lim_{x \longrightarrow 2}(3x + 1) = 7$*

Exercice 6.

On considère la fonction réelle f donneé par $f(x) = \begin{cases} \frac{1+\sqrt{x}-\sqrt{1+x}}{\sqrt{x}} & pou \quad x>0 \\ -1+\sin x & sinon \end{cases}$

1. *Déterminer l'ensemble de définition* D_f *de f,puis y étudier la continuité de f*
2. *Etudier la dérivabilité de f sur* D_f*. puis donner l'expression de sa dérivieé en tout x ou elle a lieu.*
3. *Soit g la fonction polynomiale défine par* $g(x) = x^3 + x^2 + x + a$ *où a est un réel donné.*

   Montrer que l'équation $g(x) = 0$ *admet nécessairement une racine réelle.*

Exercice 7.

On considère la fonction $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ *définie par*

$$f(x) = x \arctan \frac{1}{x} - \arg\sinh x$$

1. *Déterminer le domaine de défintion D de f*
2. *Montrer que f est prolongeable par continuité rn 0 Déterminer ce prolongement que l'on notera g.*
3. *calculer* $g'(x)$ *pour tout* $x \in D$

Exercice 8.

Réoudre les équations suivantes

- $\arcsin x = \arcsin \frac{4}{5} + \arcsin \frac{5}{13}$
- $5 \cosh x - 4 \sinh x = 3$
- $\arg\tanh x = \arg\cosh \frac{1}{x}$