



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الجليلي بونعامة خميس مليانة
كلية العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير



2021-2020

سلسلة تمارين 1 مقياس: إحصاء 3

سنة ثانية علوم مالية ومحاسبية

تمرين 1:

ليكن لدينا متغير عشوائي x حيث $X \rightarrow N(3.9)$

أحسب مايلي: $P(2 < X < 5)$ ، $P(X > 0)$ ، $P(|X - 3| > 6)$

تمرين 2:

إذا كان يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط μ_x وانحراف معياري δ_x أحسب ما يلي:

$P(\mu_x - 2.58\delta_x \leq \bar{X} \leq \mu_x + 2.58\delta_x)$ ، $P(\mu_x - 2\delta_x \leq \bar{X} \leq \mu_x + 2\delta_x)$ ، $P(\mu_x - \delta_x \leq \bar{X} \leq \mu_x + \delta_x)$

$P(\mu_x - 3\delta_x \leq \bar{X} \leq \mu_x + 3\delta_x)$ ، $P(\mu_x - 1.96\delta_x \leq \bar{X} \leq \mu_x + 1.96\delta_x)$ ، $P(\mu_x - 1.645\delta_x \leq \bar{X} \leq \mu_x + 1.645\delta_x)$

تمرين 3:

إذا كان لدينا مجتمع يتكون من المفردات التالية: 2, 1, 3

المطلوب:

1. إيجاد متوسط وتباين المجتمع.
2. تحديد عدد العينات العشوائية البسيطة من الحجم 2 التي يمكن سحبها من هذا المجتمع في كل من الحالات التالية: - إذا كان السحب بإرجاع. - إذا كان السحب بدون إرجاع.
3. أوجد توزيع المعاينة للوسط الحسابي في الحالتين إذا كان السحب بإرجاع وإذا كان السحب بدون إرجاع.
4. أوجد متوسط وتباين الوسط الحسابي للعينة باستخدام توزيع المعاينة في الحالات السابق تحديدها في السؤال الثالث مع التحقق من الإجابة المتحصل عليها.

تمرين 4:

إذا كان العدد الكلي للمصانع في مدينة ما 5 مصانع والبيانات التالية تمثل عدد العاملين في هذه المصانع.

$$X_5 = 64 ، X_4 = 56 ، X_3 = 48 ، X_2 = 42 ، X_1 = 40$$

المطلوب:

- أوجد توزيع المجتمع، ثم احسب الوسط الحسابي للمجتمع μ و تباين المجتمع δ^2
- أوجد كل العينات $n = 2$ الممكن سحبها في حالة السحب مع الارجاع ومع عدم الارجاع.
- أوجد توزيع المعاينة للوسط الحسابي للعينة، ثم احسب وسطه الحسابي، وتباينه.

تمرين 5:

في دراسة لأرصدة عملاء بنك ما تبين أنها تتبع التوزيع الطبيعي بـ $\mu_x = 13600DA$ و $\delta_x = 600DA$ إذا قمنا بسحب 60 عينة حجم كل منها 9 حسابات من مجموع الحسابات المفتوحة وعددها 6000.

- أحسب $\mu_{\bar{x}}$ و $\sigma_{\bar{x}}$ في الحالتين: إذا كان السحب بإرجاع و إذا كان السحب بدون إرجاع؟

- ما هي نسبة وعدد العينات التي يكون فيها \bar{X} محصورا بين 13600 و 13800؟ أقل من 13800؟

تمرين 6:

إذا كان لدينا متغير عشوائي X يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط $\mu_x = 80$ وتباين $\delta_x^2 = 49$ ، أوجد توزيع المعاينة لمتوسط العينة من الحجم 25 مسحوبة من المجتمع من الحجم 1000، ثم أوجد $P(\bar{X} \geq 78)$.

تمرين 7:

إذا كان عدد عاملي مصنع ما 1500 وعلمت أن أعمارهم تتوزع توزيعا طبيعيا بمتوسط قدره 45 سنة، وانحراف معياري قدره 7 سنوات، فإذا سحبنا مع عدم الإرجاع من هذا المجتمع عينة بها 16 عاملا فما احتمال أن يكون متوسط العمر لهذه العينة أكبر من 48 سنة؟

تمرين 8:

إذا علمت أن درجات 420 طالبا في امتحان في مادة الإحصاء تتوزع توزيعا طبيعيا بمتوسط قدره 68 و تباين قدره 25، فإذا سحبنا من هؤلاء الطلبة مع عدم الإرجاع عينة عشوائية تشمل 100 طالب، فما احتمال أن يتراوح الوسط الحسابي لهذه العينة بين 67 و 69 درجة؟

تمرين 9:

أنتج مصنع للوننة 5000 علب في الشهر وكان متوسط وزن العلب 223 غراما بانحراف معياري 2.25 غرام، فإذا سحبنا من هذا الانتاج عينة عشوائية تحتوي على 100 علب مع عدم الإرجاع، فما احتمال أن يكون الوسط الحسابي لأوزان العينة أقل من 222.5 غرام؟

تمرين 10:

إذا كان درجات طلبة الجامعة لمقياس الذكاء تتبع توزيع طبيعي بمتوسط $\mu = 100$ وانحراف معياري $\sigma = 75$ ، تم اختيار 25 طالبا عشوائيا وبدون إرجاع من بين طلبة الجامعة، أوجد التالي:

1. إذا كان عدد الطلبة المسجلين في الجامعة 60000 طالب، ما هو عدد الطلبة الذين تزيد درجة مقياس

ذكائهم عن 130، عدد الطلبة في العينة المتوقع أن تزيد درجة مقياس ذكائهم عن 130.

2. احتمال أن يكون متوسط الذكاء المحسوب من العينة أكبر من 125، أصغر من 80.

3. احتمال أن يكون متوسط الذكاء المحسوب من العينة محصورا بين 70 و 130

4. سوف يتم إعداد برنامج خاص للطلبة الذين يشكلون نسبة الخمسة في المائة الأولى لمقياس الذكاء، ما

هي درجة مقياس الذكاء المقابلة لهذه النسبة؟

الحل

تمرين 3:

1. لإيجاد متوسط وتباين المجتمع:

نوجد أولاً مجموع قيم المفردات ومجموع مربعات المفردات (البيانات في صورة جدول كما يلي):

i	X_i	X_i^2
1	2	4
2	1	1
3	3	9
المجموع	$\sum X_i = 6$	$\sum X_i^2 = 14$

من هذه البيانات نحسب الوسط الحسابي للمجتمع كما يلي:

$$\mu = \frac{\sum X_i}{N} = \frac{6}{3} = 2$$

بينما تباين المجتمع يحسب كما يلي:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} (\sum X_i^2 - N\bar{X}^2) = \frac{1}{3} \left(14 - \frac{6^2}{3} \right) = \frac{2}{3}$$

2. عدد العينات الممكنة: سنرمز لعدد العينات الممكنة بالرمز M :

- إذا كان السحب بإرجاع: $M = N^n = 3^2 = 9$

- إذا كان السحب بدون إرجاع: $M = C_N^n = \frac{N!}{n!(N-n)!} = \frac{3!}{2!(3-2)!} = \frac{6}{2} = 3$

3. توزيع المعاينة للوسط الحسابي:

- في حالة السحب بدون إرجاع: نوجد أولاً جميع العينات الممكنة في هذه الحالة، ثم نحسب الوسط

الحسابي لكل عينة كما يلي: حيث أن عدد العينات الممكن سحبتها هي:

2.5	2	1.5	\bar{x}
(2.3)	(1.3)	(1.2)	العينة

توزيع المعاينة للوسط الحسابي للعينة \bar{X} هو:

\bar{x}	1.5	2	2.5
$f(\bar{x})$	1/3	1/3	1/3

- في حالة السحب بإرجاع: نوجد أولاً جميع العينات الممكنة، ثم نحسب الوسط الحسابي لكل عينة:

\bar{X}	العينة	\bar{X}	العينة
1	(1.1)	2.5	(2.3)
1.5	(1.2)	2	(3.1)
2	(1.3)	2.5	(3.2)
1.5	(2.1)	3	(3.3)
2	(2.2)		

توزيع المعاينة في هذه الحالة هو:

\bar{x}	1	1.5	2	2.5	3
$f(\bar{x})$	1/9	2/9	3/9	2/9	1/9

4. متوسط وتباين الوسط الحسابي للعينة:

- في حالة السحب بدون إرجاع:

\bar{x}	$f(\bar{x})$	$\bar{x} \cdot f(\bar{x})$	$(\bar{x} - \mu_{\bar{x}})$	$(\bar{x} - \mu_{\bar{x}})^2$	$(\bar{x} - \mu_{\bar{x}})^2 f(\bar{x})$
1.5	1/3	0.5	0.5-	0.25	0.0833
2	1/3	0.67	0	0	0
2.5	1/3	0.83	0.5	0.25	0.0833
Σ	1	2		0.5	0.1666

$$\mu_{\bar{x}} = \sum \bar{x}f(\bar{x}) = (1.5 * \frac{1}{3}) + (2 * \frac{1}{3}) + (2.5 * \frac{1}{3}) = 2 = \mu \quad : \text{متوسط التوزيع العيني لـ } \bar{X}$$

وهو يساوي نفس قيمة μ كما يجب أن يكون.

$$\delta^2_{\bar{x}} = \sum (\bar{x} - \mu_{\bar{x}})^2 f(\bar{x}) = (1.5 - 2)^2 * (\frac{1}{3}) + (2 - 2)^2 * (\frac{1}{3}) + (2.5 - 2)^2 * (\frac{1}{3}) = \frac{0.5}{3} = 0.1666$$

*تباين التوزيع العيني لـ \bar{X} :

$$\frac{\sigma^2}{n} \left(\frac{N-n}{N-1} \right) = \frac{2/3}{2} \left(\frac{3-2}{3-1} \right) = 0.1666 \quad \text{وللتحقق: وهي تساوي}$$

- في حالة السحب مع الإرجاع:

\bar{x}	$f(\bar{x})$	$\bar{x} \cdot f(\bar{x})$	$(\bar{x} - \mu_{\bar{x}})$	$(\bar{x} - \mu_{\bar{x}})^2$	$(\bar{x} - \mu_{\bar{x}})^2 f(\bar{x})$
1	1/9	1/9	1-	1	1/9
1.5	2/9	1/3	0.5-	0.25	0.5/9
2	3/9	2/3	0	0	0
2.5	2/9	5/9	0.5	0.25	0.5/9
3	1/9	3/9	1	1	1/9
Σ	1	2	0	2.5	1/3

$$\mu_{\bar{x}} = \sum \bar{x}f(\bar{x}) = (1 * \frac{1}{9}) + (1.5 * \frac{2}{9}) + (2 * \frac{3}{9}) + (2.5 * \frac{2}{9}) + (3 * \frac{1}{9}) = 2 = \mu : \text{متوسط التوزيع العيني لـ } \bar{X}$$

و هو يساوي نفس قيمة μ كما يجب أن يكون.

$$\delta^2_{\bar{x}} = \sum (\bar{x} - \mu_{\bar{x}})^2 f(\bar{x}) = (1 - 2)^2 * (\frac{1}{9}) + (1.5 - 2)^2 * (\frac{2}{9}) + (2 - 2)^2 * (\frac{3}{9}) + (2.5 - 2)^2 * (\frac{2}{9}) + (3 - 2)^2 * (\frac{1}{9}) = \frac{1}{3} = 0.333$$

*تباين التوزيع العيني لـ \bar{X} :

$$\frac{\sigma^2}{n} = \frac{2}{3} * \frac{1}{2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0.333 = \sigma^2_{\bar{x}} \quad \text{وللتحقق: وهي تساوي}$$

تمرين 4:

*التوزيع الاحتمالي للمجتمع

X	40	42	48	56	64
$f(X)$	$1/5$	$1/5$	$1/5$	$1/5$	$1/5$

* الوسط الحسابي للمجتمع هو: $\mu = \sum xf(x) = (40 * \frac{1}{5}) + (42 * \frac{1}{5}) + (48 * \frac{1}{5}) + (56 * \frac{1}{5}) + (64 * \frac{1}{5}) = 50$

* تباين المجتمع هو: $\delta^2 = \sum x^2 f(x) - \mu^2 = \{(40)^2 * (\frac{1}{5}) + (42)^2 * (\frac{1}{5}) + (48)^2 * (\frac{1}{5}) + (56)^2 * (\frac{1}{5}) + (64)^2 * (\frac{1}{5})\} - 50^2 = 80$

أو $\delta^2 = \sum (x - \mu)^2 f(x) = (40 - 50)^2 * (\frac{1}{5}) + (42 - 50)^2 * (\frac{1}{5}) + (48 - 50)^2 * (\frac{1}{5}) + (56 - 50)^2 * (\frac{1}{5}) + (64 - 50)^2 * (\frac{1}{5}) = 80$

* عدد العينات الممكن سحبها في حالة السحب مع الإرجاع مع العلم أن $n = 2$ هو $N^n = 5^2 = 25$

والجدول التالي يوضح العينات

\bar{X}	العينة								
52	(64.40)	48	(56.40)	44	(48.40)	41	(42.40)	40	(40.40)
53	(64.42)	49	(56.42)	45	(48.42)	42	(42.42)	41	(40.42)
56	(64.48)	52	(56.48)	48	(48.48)	45	(42.48)	44	(40.48)
60	(64.56)	56	(56.56)	52	(48.56)	49	(42.56)	48	(40.56)
64	(64.64)	60	(56.64)	56	(48.64)	53	(42.64)	52	(40.64)

* توزيع المعاينة للوسط الحسابي للعينة \bar{X} في حالة السحب مع الإرجاع هو:

\bar{x}	40	41	42	44	45	48	49	52	53	56	60	64
$f(\bar{x})$	$1/25$	$2/25$	$1/25$	$2/25$	$2/25$	$3/25$	$2/25$	$4/25$	$2/25$	$3/25$	$2/25$	$1/25$

* حساب الوسط الحسابي $\mu_{\bar{x}}$ والتباين $\delta^2_{\bar{x}}$ لتوزيع المعاينة

\bar{x}	$f(\bar{x})$	$\bar{x} \cdot f(\bar{x})$	$(\bar{x} - \mu_{\bar{x}})^2$	$(\bar{x} - \mu_{\bar{x}})^2 f(\bar{x})$
40	$1/25$	$40/25$	100	$100/25$
41	$2/25$	$82/25$	81	$162/25$
42	$1/25$	$42/25$	64	$64/25$
44	$2/25$	$88/25$	36	$72/25$
45	$2/25$	$90/25$	25	$50/25$
49	$3/25$	$144/25$	4	$12/25$
48	$2/25$	$98/25$	1	$2/25$
52	$4/25$	$208/25$	4	$16/25$
53	$2/25$	$106/25$	9	$18/25$
56	$3/25$	$168/25$	36	$108/25$
60	$2/25$	$120/25$	100	$200/25$
64	$1/25$	$64/25$	196	$196/25$
Σ	1	$1250/25$	1000	$1000/25$

$$\mu_{\bar{x}} = \sum \bar{x} f(\bar{x}) = 50 = \mu$$

$$\delta^2_{\bar{x}} = \sum (\bar{x} - \mu_{\bar{x}})^2 f(\bar{x}) = \frac{1000}{25} = 40 = \frac{80}{2} = \frac{\delta^2}{n}$$

* عدد العينات الممكن سحبها في حالة السحب مع عدم الإرجاع مع العلم أن $n = 2$ هو

$$C_N^n = C_5^2 = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5*4}{2} = 10$$

والجدول التالي يوضح العينات:

\bar{X}	العينة	\bar{X}	العينة
49	(42.56)	41	(40.42)
53	(42.64)	44	(40.48)
52	(48.56)	48	(40.56)
56	(48.64)	52	(40.64)
60	(56.64)	45	(42.48)

* توزيع المعاينة للوسط الحسابي للعينة \bar{X} في حالة السحب مع الإرجاع هو:

\bar{x}	41	44	45	48	49	52	53	56	60
$f(\bar{x})$	1/10	1/10	1/10	1/10	1/10	1/10	1/10	1/10	1/10

* حساب الوسط الحسابي $\mu_{\bar{x}}$ والتباين لتوزيع المعاينة $\delta^2_{\bar{x}}$

\bar{x}	$f(\bar{x})$	$\bar{x} \cdot f(\bar{x})$	$(\bar{x} - \mu_{\bar{x}})^2$	$(\bar{x} - \mu_{\bar{x}})^2 f(\bar{x})$
41	0.1	4.1	81	8.1
44	0.1	4.4	36	3.6
45	0.1	4.5	25	2.5
48	0.1	4.8	4	0.4
49	0.1	4.9	1	0.1
52	0.2	10.4	4	0.8
53	0.1	5.3	9	0.9
56	0.1	5.6	36	3.6
60	0.1	6.0	100	10
Σ	1	50	296	30

$$\mu_{\bar{x}} = \sum \bar{x} f(\bar{x}) = 50 = \mu$$

$$\delta^2_{\bar{x}} = \sum (\bar{x} - \mu_{\bar{x}})^2 f(\bar{x}) = 30 = \frac{80}{2} * \frac{5-2}{5-1} = \frac{\delta^2}{n} * \frac{N-n}{N-1} = 30$$

تمرين 5:

$$\frac{n}{N} = \frac{9}{6000} = 0.0015 < 0.05 \quad \text{إذن} \quad N = 6000 \text{ و } n = 9 \text{ لدينا}$$

إذن إذا كان السحب مع الإرجاع أو بدون إرجاع فإن:

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = \frac{600}{3} = 200 \quad \text{و} \quad \mu_{\bar{x}} = \mu = 13600$$

$$P(13600 \leq \bar{X} \leq 13800) = P\left(\frac{13600-13600}{200} \leq Z \leq \frac{13800-13600}{200}\right) \\ = P(0 \leq Z \leq 1) = 0.84134 - 0.5000 = 0.34134$$

عدد العينات هو : $0.34134 * 60 \approx 20$

$$P(\bar{X} \leq 13800) = P\left(Z \leq \frac{13800-13600}{200}\right) = P(Z \leq 1) = 0.84134 = 0.84134$$

عدد العينات هو : $0.84134 * 60 \approx 50$

تمرين 6:

$$\frac{n}{N} = \frac{25}{1000} = 0.025 < 0.05 \quad \text{إذن} \quad N = 1000 \text{ و } n = 25 \text{ لدينا}$$

إذن إذا كان السحب مع الإرجاع أو بدون إرجاع فإن:

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = \sqrt{\frac{49}{25}} = \frac{7}{5} = 1.4 \quad \text{و} \quad \mu_{\bar{x}} = \mu_x = 80$$

بما أن المتغيرة X تتبع التوزيع الطبيعي فإن متوسط العينات \bar{X} يتبع هو أيضا التوزيع الطبيعي حتما بغض النظر عن حجم العينة سواء كان صغيرا أم كبيرا.

$$X \mapsto N(80, 49) \Rightarrow \bar{X} \mapsto N\left(80, \frac{49}{25}\right) \quad \text{إذن:}$$

$$P(\bar{X} \geq 78) = ? \quad \text{إيجاد -}$$

$$P(\bar{X} \geq 78) = 1 - P\left(Z \leq \frac{78-80}{7/5}\right) = 1 - P(Z \leq -1.4285) = 1 - 0.07636 = 0.92364$$

تمرين 7:

المتغير العشوائي محل الدراسة X هو عمر العامل حيث $X \rightarrow N(45.49)$

$$P(\bar{X} > 48) = ? \quad \text{والاحتمال المطلوب}$$

بما أن مجتمع أعمار العمال تتوزع توزيعا طبيعيا إذن توزيع المعاينة للوسط الحسابي للعينة سيكون توزيعا طبيعيا

بغض النظر عن حجم العينة، وسيكون الوسط الحسابي والتباين لهذا التوزيع كما يلي:

$$\delta^2_{\bar{x}} = \frac{\delta^2}{n} = \frac{49}{16} \quad \mu_{\bar{x}} = \mu = 45$$

لم نستخدم معامل التصحيح بالرغم من أن السحب كان مع عدم الإرجاع لأن:

$$\frac{n}{N} = \frac{16}{1500} = 0.01 < 0.05$$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_{\bar{x}}}{\delta_{\bar{x}}} = \frac{48 - 45}{\sqrt{49/16}} = \frac{12}{7} = 1.71$$
 نحسب القيمة المعيارية كما يلي:

$$P(\bar{X} > 48) = P(Z > 1.71) = 0.5 - 0.4564 = 0.0436$$
 بالتالي فإن:

أي أنه إذا سحبنا من هذا المجتمع مع عدم الإرجاع كل العينات العشوائية الممكنة ذات الحجم $(n = 16)$ ،

فستكون نسبة العينات التي وسطها الحسابي أكبر من 48 هي 4.36%

تمرين 8:

المتغير العشوائي محل الدراسة X هو درجة الطالب حيث $X \rightarrow N(68.25)$

و الاحتمال المطلوب هو $P(67 \leq \bar{X} \leq 69) = ?$

بما أن مجتمع درجة الطالب تتوزع توزيعا طبيعيا إذن توزيع المعاينة للوسط الحسابي للعينة سيكون توزيعا طبيعيا،

وسيكون الوسط الحسابي والتباين لهذا التوزيع كما يلي:

$$\delta^2_{\bar{x}} = \frac{\delta^2}{n} \frac{N - n}{N - 1} = \frac{25}{100} \frac{420 - 100}{420 - 1} = 0.1909 \quad \mu_{\bar{x}} = \mu = 68$$

اسخدمنا معامل التصحيح لأن السحب كان مع عدم الإرجاع لأن:

$$\frac{n}{N} = \frac{100}{420} = 0.24 > 0.05$$

نحسب القيمتين المعياريتين كما يلي:

$$Z_1 = \frac{\bar{X} - \mu_{\bar{x}}}{\delta_{\bar{x}}} = \frac{67 - 68}{\sqrt{0.1909}} = \frac{12}{7} = -2.29$$

$$Z_2 = \frac{\bar{X} - \mu_{\bar{x}}}{\delta_{\bar{x}}} = \frac{69 - 68}{\sqrt{0.1909}} = 2.29$$

بالتالي فإن:

$$P(67 \leq \bar{X} \leq 69) = P(-2.29 \leq Z \leq 2.29) = 0.4890 + 0.4890 = 0.9780$$

تمرين 9:

المتغير العشوائي محل الدراسة X هو وزن علبة التونة والمجتمع هو مجموعة أوزان كل العلب وتوزيعه الاحتمالي غير معروف وحجم العينة ($n = 100$) أي ($n > 30$)، إذن بالرغم من أن توزيع المجتمع مجهول فإن توزيع المعاينة للوسط الحسابي للعينة سيكون توزيعاً قريباً من التوزيع الطبيعي (نظرية النهاية المركزية)، وسيكون الوسط الحسابي والتباين لهذا التوزيع كما يلي:

$$\delta_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} = \frac{(2.25)^2}{100} = 0.0506 \quad \mu_{\bar{X}} = \mu = 223$$

لم نستخدم معامل التصحيح لأن السحب كان مع عدم الإرجاع لأن:

$$\frac{n}{N} = \frac{100}{50000} = 0.002 < 0.05$$

نحسب القيمة المعيارية كما يلي:

$$Z_1 = \frac{\bar{X} - \mu_{\bar{X}}}{\delta_{\bar{X}}} = \frac{222.5 - 223}{\sqrt{0.0506}} = \frac{-0.5}{0.225} = -2.22$$

$$P(\bar{X} < 222.5) = P(Z < -2.22) = 0.504868 = 0.0132 \quad \text{بالتالي فإن:}$$

تمرين 10:

سنرمز لمقياس الذكاء بالرمز X ، وبالتالي المتغير العشوائي \bar{X} يتبع توزيع طبيعي بمتوسط $\mu_{\bar{X}} = 100$ وانحراف

$$\text{معيارى } 15 = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{75}{\sqrt{25}} \quad \text{أي أن:}$$

$$\bar{X} \sim N(100, 225)$$

والآن نوجد المطلوب:

1. عدد الطلبة في الجامعة الذين تزيد درجة مقياس ذكائهم عن 130.

نوجد أولاً نسبة أفراد المجتمع الذين تزيد درجة مقياس ذكائهم عن 130 والتي سنرمز لها بالرمز P_A كما

$$P_A = P(X > 130) = P\left(Z > \frac{130-100}{75}\right) = 1 - \Phi(0.4) = 1 - 0.6554 = 0.3446 \quad \text{يلي:}$$

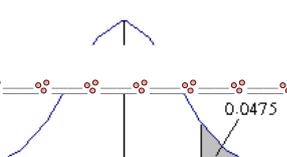
إذا، عدد الطلبة في المجتمع الذين تزيد درجة مقياس ذكائهم عن 130 والتي سنرمز لها بالرمز N_A هي:

$$N_A = NP(X > 130) = (60000)(0.3446) = 20676 \quad \text{حيث } N \text{ هي حجم المجتمع.}$$

2. عدد الطلبة في العينة المتوقع أن يزيد مقياس ذكائهم عن 130: حيث n هي حجم العينة

$$M = nP(X > 130) = (25)(0.3446) = 8.615 \cong 9 \quad \text{: } M \text{ سنرمز للعدد المتوقع في العينة بالرمز}$$

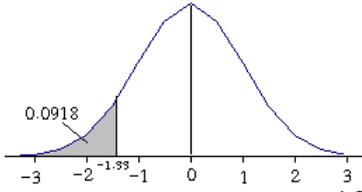
3. احتمال أن يكون متوسط الذكاء المحسوب من العينة أكبر من 125



$$P(\bar{X} > 125) = P\left(Z > \frac{125-100}{15}\right) = 1 - \Phi(1.67) = 1 - .9525 = 0.0475$$

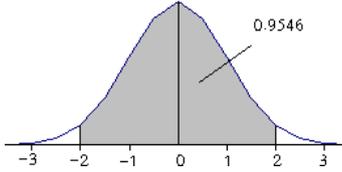
4. احتمال أن يكون متوسط الذكاء المحسوب من العينة أصغر من 80

$$P(\bar{X} < 80) = P\left(Z < \frac{80-100}{15}\right) = \Phi(-1.33) = 0.0918$$



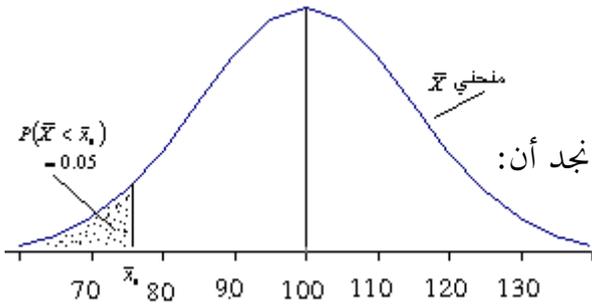
5. احتمال أن يكون متوسط الذكاء المحسوب من العينة محصورا بين 70 و 130

$$P(70 < \bar{X} < 130) = P\left(\frac{70-100}{15} < Z < \frac{130-100}{15}\right) = P(-2 < Z < 2) \\ = \Phi(2) - \Phi(-2) = 0.97725 - 0.02275 = 0.9546$$



6. درجة مقياس الذكاء المقابلة لنسبة الخمسة في المائة الأولى؟

أي نريد إيجاد القيمة \bar{x}_0 للمتغير \bar{X} التي تحقق المعادلة $P(\bar{X} < \bar{x}_0) = 0.05$ كما هو موضح في الشكل



التالي:

$$P(\bar{X} < \bar{x}_0) = 0.05$$

$$P\left(Z < \frac{\bar{x}_0 - 100}{15}\right) = 0.05$$

من جدول التوزيع

$$P(Z < -1.645) = 0.05$$

$$\frac{\bar{x}_0 - 100}{15} = -1.645$$

أي أن:

$$\bar{x}_0 = 100 - (15)(1.645) = 75.325$$

ومنها نجد أن:

وهذا يعني أن نسبة الطلبة في الجامعة الذين تقل درجة مقياس الذكاء لهم عن 75.325 تساوي 5% من إجمالي الطلبة.