

CHAPITRE 1- Introduction et Généralités

1.1 Introduction

La **résistance des matériaux** (RDM) est une discipline particulière de la mécanique des milieux continus permettant le calcul des contraintes et déformations dans les structures des différents matériaux (machines, génie mécanique, bâtiment et génie civil).

La RDM permet de ramener l'étude du comportement global d'une structure (relation entre sollicitations — forces ou moments — et déplacements) à celle du comportement local des matériaux la composant (relation entre contraintes et déformations). L'objectif est de concevoir la structure suivant des critères de résistance, de déformation admissible et de coût financier acceptable.

1.2 Hypothèses de la RDM

Dans son utilisation courante, la RDM fait appel aux hypothèses suivantes :

Le matériau est :

- **Elastique** (le matériau reprend sa forme initiale après un cycle chargement déchargement),
- **Linéaire** (les déformations sont proportionnelles aux contraintes),
- **Homogène** (le matériau est de même nature dans toute sa masse),
- **Isotrope** (les propriétés du matériau sont identiques dans toutes les directions).

Le problème est :

- En **petits déplacements** (les déformations de la structure résultant de son chargement sont négligeables et n'affectent pratiquement pas sa géométrie),
- **Quasi statique** (pas d'effet dynamique),
- **Quasi isotherme** (pas de changement de température).

Ces simplifications permettent de faire des calculs simples et rapides, automatisés (par ordinateur) ou à la main.

Elles sont toutefois parfois inadaptées, en particulier :

- On utilise fréquemment des matériaux fortement hétérogènes ou anisotropes, comme les matériaux composites, le bois, le béton armé, le sol ;
- Certaines applications impliquent des déformations élastiques importantes, notamment avec des matériaux souples (matériaux composites, polymères), on n'est alors plus dans le domaine linéaire ni dans celui des petits déplacements.

1.3 Convention de signes des axes

Généralement on utilise le système Cartésien ou rectangulaire pour toutes les structures. Cependant, pour les structures en arc, le système polaire s'avère plus pratique. Le premier ayant les axes OX , OY et OZ mutuellement perpendiculaire. Les sens positifs de ces axes obéissent à la règle de la main droite. Comme indiqué ci-dessous (Fig. 1.1), on choisit les sens positifs de deux axes X et Y par exemple, le sens positif de l'axe Z est suivant la direction d'une vis tournant de l'axe X vers l'axe Y .

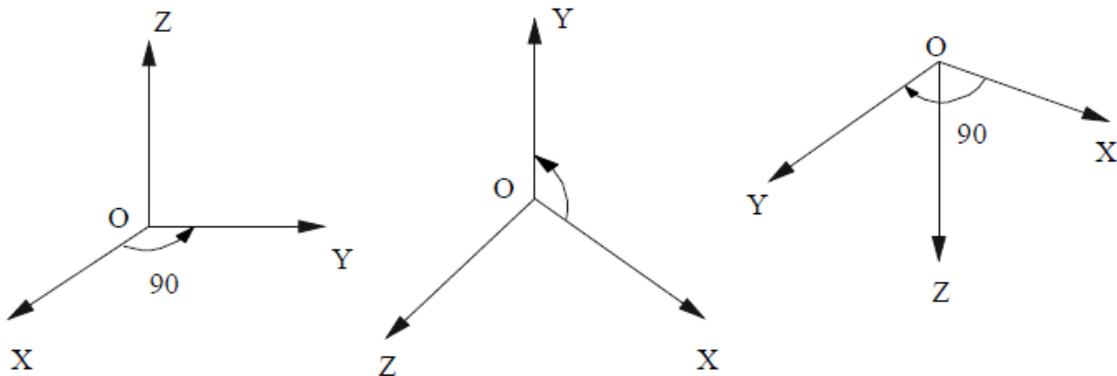


Figure 1.1 Convention de signes

1.4 Réaction d'appui (Efforts de liaison)

1.4.1 Appui simple

Ce type d'appui laisse à la structure toute liberté de pivoter autour de O (extrémité de la poutre) et de se déplacer perpendiculairement à la droite joignant les points de contact (suivant l'axe OX).

Ry est la seule inconnue dans ce type de liaison.

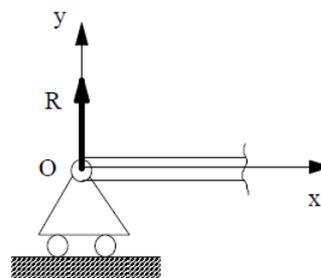


Figure 1.2 Appui simple

1.4.2 Appui double (articulation)

Cet appui autorise les rotations d'une extrémité de la poutre ou d'un des éléments constituant la structure.

L'articulation introduit 2 inconnues ; R_x et R_y

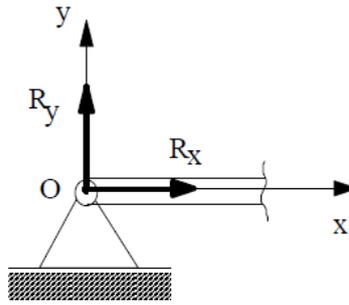


Figure 1.3 Appui double

1.4.3 Encastrement

L'encastrement interdit tout déplacement de la section droite de l'appui.

Ce type d'appui introduit donc **3 inconnues**, les deux projections de R sur deux axes du plan moyen et l'intensité du moment M qui est perpendiculaire sur le plan moyen.

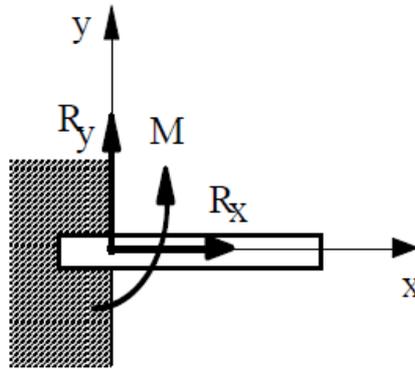


Figure 1.4 Encastrement

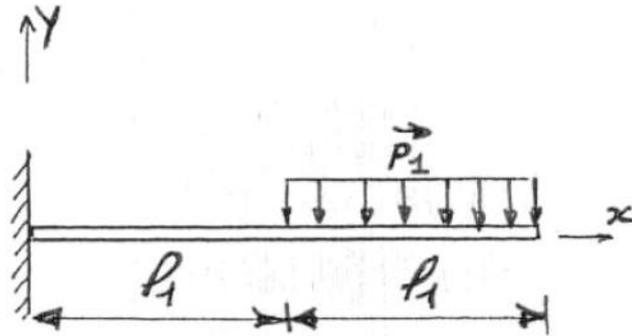
Tableau 1.1 – Types de liaisons

Type de liaison	Modélisation	Inconnue de liaison
Appui simple (ou mobile)		1 inconnue RY ↑
Appui double (ou fixe, ou articulation)		2 inconnues RY ↑ RX →
Encastrement		3 inconnues RY ↑ RX → M ↻

Exemple 1.1

Calculer les réactions d'appui pour la poutre console suivantes :

$$P_1 = 55 \text{ daN/ml} ; l_1 = 3 \text{ m} ; l_2 = 2 \text{ m.}$$

**1.5 Efforts internes (solllicitations)**

Sous l'effet des charges extérieures, les forces entre les particules d'un corps (élément) en équilibre varient. En Résistance des Matériaux, on appelle souvent cette variation des forces *efforts internes*.

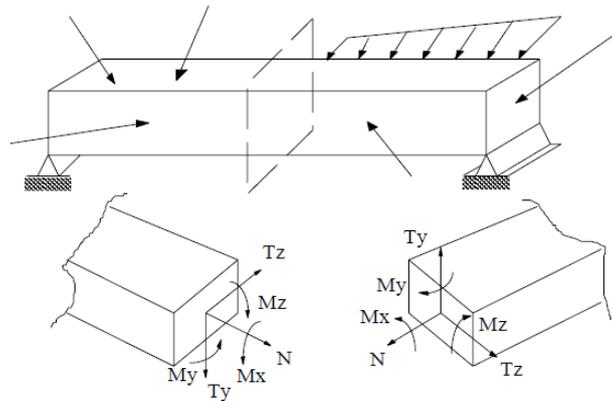


Figure 1.5 Efforts internes

1.5.1 Effort Normal (N)

La composante N de la résultante F représente la somme des projections de toutes les forces intérieures agissant suivant la normale de la section (ou suivant l'axe longitudinal de l'élément). L'effort normal provoque une déformation longitudinale de l'élément. N est considéré positif s'il s'agit d'une traction et négatif dans le cas contraire.

1.5.2 Effort Tranchant (T)

Les forces transversales T_z , et T_y sont les sommes des projections de toutes les forces intérieures dans la section sur les axes centraux principaux de cette dernière. Ces efforts tranchants provoquent le cisaillement des bords de la section respectivement dans la direction des axes Z et Y . Le sens de T sur

le plan est positif par convention quand il tend à faire tourner un élément entre deux sections dans le sens des aiguilles d'une montre.

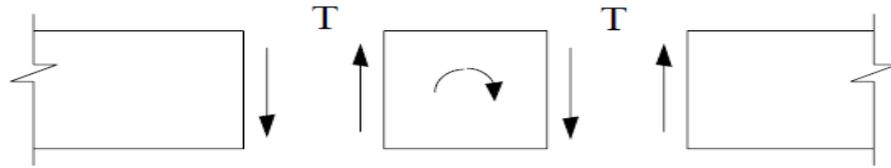


Figure 1.6 Effort tranchant

1.5.3 Moments Fléchissant (M)

Les composantes M_y , et M_z du vecteur moment résultant représentent les sommes des moments de toutes les forces intérieures dans la section, par rapport aux axes d'inertie principaux de cette dernière Y et Z respectivement. Le sens positif des moments dans le plan par convention tend les fibres inférieures et comprime les fibres supérieures de la section.

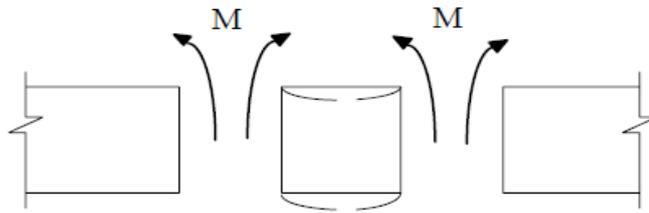


Figure 1.7 Moment fléchissant

1.5.4 Moment de Torsion (M_t)

Le moment de torsion M_x (ou M_t) est la somme des moments de toutes les forces intérieures dans la section par rapport à l'axe de la barre X. Le moment de torsion est positif lorsqu'il tend à tourner la section dans le sens inverse des aiguilles d'une montre (sens trigonométrique) en regardant la section du côté de la normale extérieure.

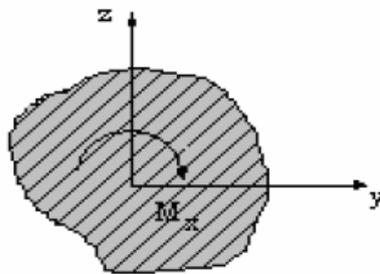


Figure 1.8 Moment de torsion

1.6 Notion de contraintes

Une contrainte est un effort par unité de surface qui s'exerce dans le matériau.

Soit un solide Ω soumis à des forces (concentrées ou réparties).

On coupe le solide Ω en deux parties S_1 et S_2 . Considérons un point M entouré par une surface ΔS . Le solide S_2 exerce une action mécanique sur le solide S_1 $\overrightarrow{\Delta F}_{S_2/S_1}$ que l'on peut modéliser par un effort réparti et on a:

$$\overrightarrow{\Delta F}_{S_2/S_1} = \overrightarrow{C}(M, \vec{n}) \Delta S \quad (1)$$

Le vecteur $\overrightarrow{C}(M, \vec{n})$ est appelé vecteur contrainte au point M et de normale \vec{n} (où \vec{n} est le vecteur unitaire normal à ΔS sortant).

Le vecteur contrainte au point M relativement à l'élément de surface ΔS orienté par sa normale extérieure \vec{x} , est défini par:

$$\overrightarrow{C}(M, \vec{x}) = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\overrightarrow{\Delta f}}{\Delta S} = \frac{d\vec{f}}{dS} \quad (2)$$

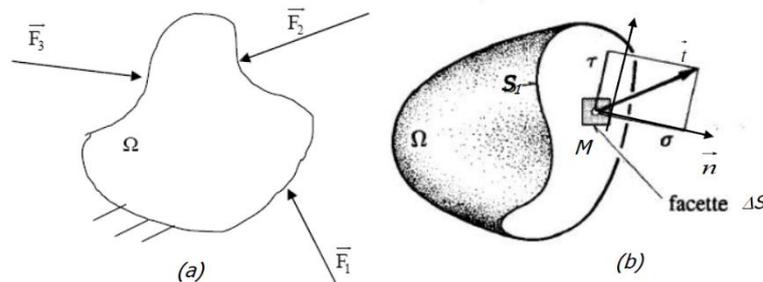


Figure 1.9 Contraintes dans un solide

On peut décomposer le vecteur contrainte sur les vecteurs n et t (t est un vecteur unitaire contenu dans le plan tangent à ΔS) sous la forme:

$$\overrightarrow{C}(M, \vec{n}) = \sigma \vec{n} + \tau \vec{t}$$

- σ est appelée la contrainte normale
- τ est appelée la contrainte tangentielle.

La contrainte normale et la contrainte tangentielle s'expriment en Pa (ou MPa).

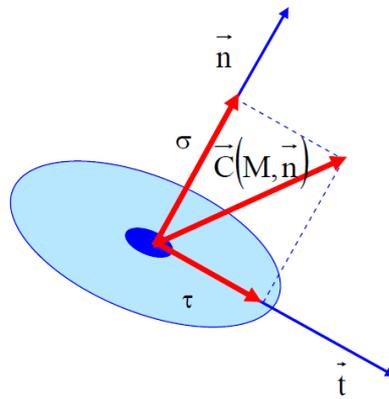


Figure 1.10 Vecteur contraintes

1.7 Sollicitations

Les sollicitations couramment rencontrées sont la traction ou la compression, la flexion, la torsion et le cisaillement.

Tableau 1.2- Types de sollicitations

Sollicitations	Effort Normal	Effort Tranchant	Moment de Torsion	Moment de Flexion
Traction/compression	$N \neq 0$	$T = 0$	$M_t = 0$	$M_f = 0$
Cisaillement pur	$N = 0$	T_y (ou T_z) $\neq 0$	$M_t = 0$	$M_f = 0$
Torsion pure	$N = 0$	$T = 0$	$M_t \neq 0$	$M_f = 0$
Flexion pure	$N = 0$	$T = 0$	$M_t = 0$	M_z (ou M_y) $\neq 0$
Flexion simple	$N = 0$	T_y (ou T_z) $\neq 0$	$M_t = 0$	M_z (ou M_y) $\neq 0$

Tableau 1.3- Exemples de sollicitations

Type	Commentaire	Exemple
Traction	Allongement longitudinal, on tire de chaque côté	barre de remorquage
Compression	Raccourcissement, on appuie de chaque côté	poteau supportant un plancher
Cisaillement	Glissement relatif des sections	goujon de fixation
Torsion	Rotation par glissement relatif des sections droites	arbre de transmission d'un moteur
Flexion simple	Fléchissement sans allongement des fibres contenues dans le plan moyen	planche de plongeur
Flexion pure ou circulaire	Fléchissement sans effort tranchant dans certaines zones	partie de poutre entre deux charges concentrées ou soumise à un couple

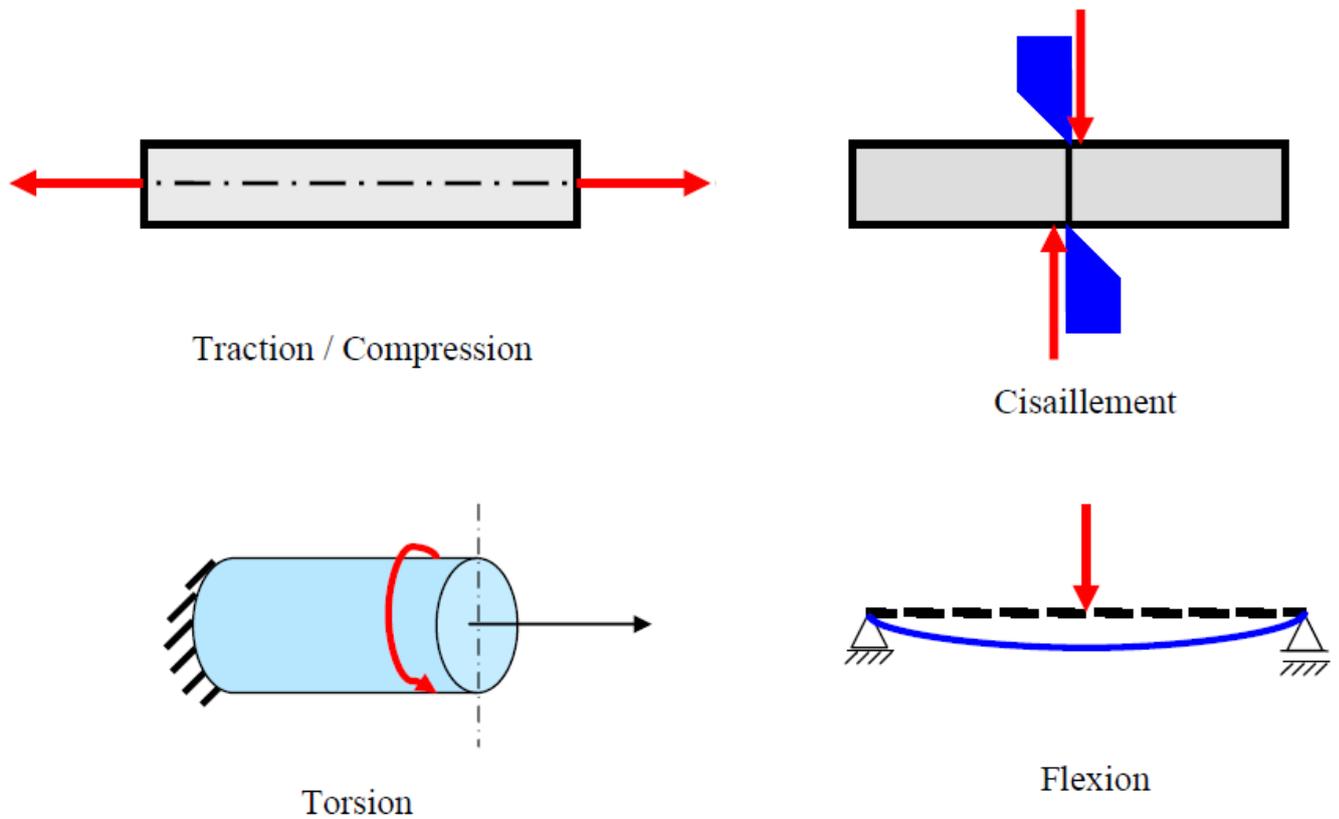


Figure1.11 Types de sollicitations

1.8 Conclusion

Dans ce chapitre, des notions préliminaires de la Résistance des Matériaux sont données. Le contenu est consacré, en premier lieu, à la mise en place des hypothèses fondamentales de la RDM ainsi qu'aux notions de contraintes et déformations. Les principales liaisons de génie et leur modélisation sont, ensuite revues. Le principe fondamental de la statique est également donné. En dernier, les notions de sollicitations simples sont abordées et schématisées.