معامل سبيرمان لارتباط الرتب :

Spearman rank Correlation Coefficient

لحساب معامل سبيرمان لارتباط الرتب يقوم بترتيب كل من المتغيرين ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً (أما تصاعدياً لكلا المتغيرين أو تنازلياً لكليهما). وفي حالة الترتيب التصاعدي تأخذ أقل قيمة من قيم المتغير الرتبة رقم 1، والقيمة الأعلى منها مباشرة الرتبة رقم 2 وهكذا (بالنسبة لكل من المتغيرين). أما في حالة الترتيب التنازلي تأخذ أكبر قيمة من قيم المتغير الرتبة رقم 1، والقيمة الأقل منها مباشرة الرتبة رقم 2 وهكذا (بالنسبة لكل من المتغيرين). وعند تساوي قيمتين (أو أكثر) من قيم المتغير نعطي كل قيمة رتبة مختلفة (كما لو كانت القيم غير متساوية) ثم نحسب متوسط هذه الرتب، ويعطى هذا المتوسط لكل من هذه القيم المتساوية.

وبعد ترتيب المتغيرين نحسب الفروق بين رتب كل من المتغيرين (ونرمز للفروق بالرمز d) ثم نقوم بتربيع هذه الفروق ونحصل على مجموعها أي نحصل على $\sum d^2$ ثم نعوض في معامل سبيرمان لارتباط الرتب والذي يأخذ الشكل التالي :

$$r_s = 1 - \frac{6(\sum d^2)}{n(n^2-1)}$$

حيث : $\sum d^2$ هو مجموع مربعات الفروق بين رتب المتغيرين، n هي عدد أزواج القيم.

مما سبق نستطيع إجمال بعضاً من الملاحظات فيما يلي :

1 – مجموع الفروق بين الرتب يساوي صفر.

2 – أن قيمة معامل ارتباط الرتب تنحصر بين – 1، + 1 فإذا كانت الرتبة رقم 1 للمتغير الأول تناظرها الرتبة 1 للمتغير الثاني، والرتبة 2 للمتغير الأول تناظرها الرتبة رقم 2 للمتغير الثاني، وهكذا.. فإن معامل ارتباط الرتب يساوي + 1 (ارتباط طردي تام بين الرتب). وإذا كانت الرتبة رقم 1 (أقل رتبة) للمتغير الأول تناظرها أعلى رتبة للمتغير الثاني وهكذا.. فإن معامل ارتباط الرتب يساوي – 1 (ارتباط عكسي تام بين الرتب).

<u>مثال:1</u>

البيانات التالية تمثل إجابات عينة من سبعة أشخاص حول برامج الضمان الاجتماعي، ومدى ملاءمتها لحاجات الناس.

السؤال الأول	جيدة	مقبولة	ممتازة	جيدة	جيدة جداً	مقبولة	جيدة
السؤال الثاني	جيدة جداً	مقبولة	جيدة جداً	جيدة	جيدة	جيدة	ممتازة

والمطلوب حساب معامل سبيرمان لارتباط الرتب بين هذين السؤالين ؟

الحل

n	**x**	**Y**	**R(x)**	**R(y)**	**D**	**D^2**
1	مرتفع	جيد	2	5	-3	9
2	متوسط	ممتاز	4	1	3	9

3	فوق المتوسط	جيد جدا	3	2.5	0.5	0.25
4	مرتفع جدا	جيد	1	5	-4	16
5	تحت المتوسط	مقبول	5	7	-2	4
6	منخفض	جيد	6	5	1	1
7	منخفض جدا	جيد جدا	7	2.5	4.5	20.25
						∑= 59.5

$$\mathbf{rs = 1 - \frac{6x59.5}{7(49-1)}}$$

$$1 - \frac{357}{7x48}$$

= 1-1.06= -0.06$\mathbf{1} - \frac{\mathbf{357}}{\mathbf{336}}$

أي أن العلاقة بين المستوى الثقافي والمستوى الاقتصادي علاقة ارتباطية سالبة ضعيفة.
ولمعرفة الدلالة الاحصائية لهذه القيمة نقارنها بالقيمة الجدولية عندα 0.05= في اختبار ذي نهاية واحدة اين تساوي 0.71 تقريبا.وبالتالي فالقيمة المحسوبة -0.06 أقل من القيمة الجدولية أي أن العلاقة الارتباطية غير دالة احصائيا.

تمرين

تحقق من صحة الفرض القائل لاتوجد علاقة ارتباطية دالة احصائية بين تقدير الذات والطلاقة (كأحد مكونات التفكير الابتكاري) من خلال البيانات التالية:

43	**61**	**37**	**25**	**30**	**47**	**60**	**35**	**52**	**45**	**تقدير الذات**
2	**39**	**38**	**7**	**00**	**30**	**40**	**5**	**35**	**19**	**الاصالة**

مثال2

البيانات التالية تمثل أعداد الساعات التي ذاكرها عشرة طلاب والدرجات التي حصلوا عليها في امتحان أحد المقررات :

9	3	16	19	6	11	14	12	6	10	عدد الساعات X
69	37	89	98	58	74	76	83	48	60	الدرجات y

أحسب معامل سبيرمان لارتباط الرتب.

الحل :

كما في المثال السابق ننظم الحل في الجدول التالي مع ملاحظة أن n = 10

d^2	**الفروق d**	**رتب Y**	**رتب X**	**الدرجات Y**	**عدد الساعات X**
1.00	- 1	7	6	60	10
0.05	- 0.5	9	8.5	48	6
1.00	1	3	4	83	12

14	76	3	4	- 1	1.00
11	74	5	5	0	0
6	58	8.5	8	0.5	0.25
19	98	1	1	0	0
16	89	2	2	0	0
3	37	10	10	0	0
9	69	7	6	1	1.00
المجموع				**Zero**	**4.50**

وبالتعويض في القانون حيث $\sum d^2 = 4.5$ ، $n = 10$ نحصل على :

$$r_s = 1 - \frac{6(\sum d^2)}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6(4.5)}{10(1-99)} = 1 - \frac{27}{990} = 1 - 0.027$$

$$r_s = 0.973$$

مما يعني أننا أمام علاقة طردية قوية بين المتغيرين. فكلما زادت عدد الساعات التي يدرسها الطالب في هذا المثال، كلما زادت درجاته في الامتحانات قوة وذلك بما نسبته % 97.

اختبار معنوية ارتباط الرتب :

عند اختبار الفرض العدمي بعدم وجود ارتباط رتب بين المتغيرين لسنا في حاجة لوضع أي شروط عن طبيعة المجتمع المسحوبة منه العينة.

وتحت الفرض العدمي بعدم وجود ارتباط فإن توزيع المعاينة للمعامل يكون له متوسط يساوي صفر وانحراف معياري يساوي : $\sigma\, rs = \frac{1}{\sqrt{n-1}}$ وأن هذا التوزيع يكون له – تقريباً – توزيع طبيعي فإن خطوات الاختبار تكون كما يلي :

<u>1 – الفرض العدمي :</u> لا يوجد ارتباط بين المتغيرين **(أو معامل الارتباط يساوي الصفر):**

$$Ho : R = Zero$$

<u>2 – الفرض البديل :</u> يوجد ارتباط بين المتغيرين **(أو معامل الارتباط لا يساوي الصفر):**

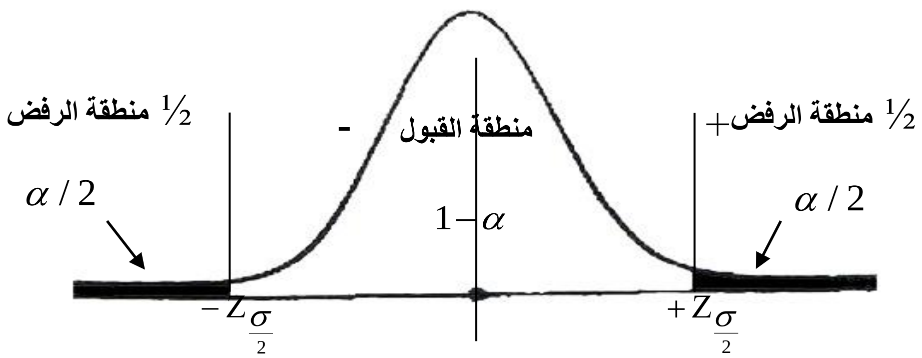
$$H1 : R \# Zero$$

3 – الإحصائية : والتي تكتب – اختصاراً – كما يلي :

$$Z = r_s \sqrt{n-1}$$

والتي لها توزيع طبيعي معياري.

4 – حدود منطقتي القبول والرفض : (اختبار الطرفين للتوزيع الطبيعي)



5 – المقارنة والقرار: حيث نقارن قيمة الإحصائية بحدود منطقتي القبول والرفض. فإذا وقعت في منطقة القبول نقبل الفرض العدمي والعكس صحيح.

لبيانات المثال السابق رقم حيث n = 10، r_s = 0.973

اختبر الفرض العدمي بعدم وجود ارتباط بين عدد الساعات التي يذاكرها الطالب والدرجات التي يحصل عليها في الامتحان وذلك بمستوى معنوية % 1.

الحل :

1 – الفرض العدمي : لا يوجد ارتباط بين المتغيرين. أي أن :

Ho : R = Zero

2 – الفرض البديل : يوجد ارتباط بينهما. أي أن :

H1 = R # Zero

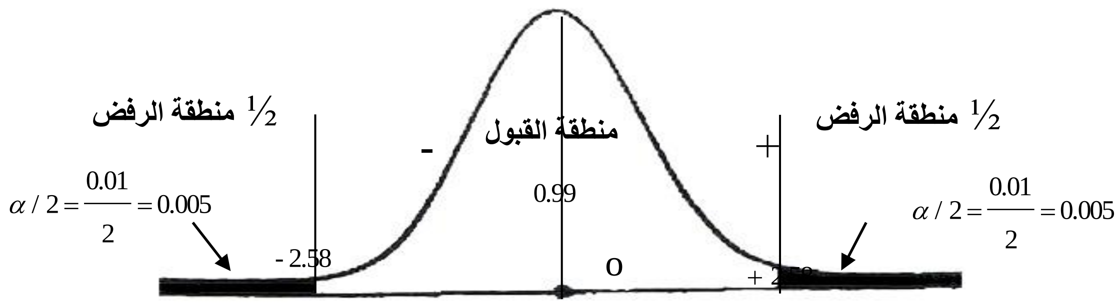
3 – الإحصائية :

$$Z = r_s\sqrt{n-1} = 0.973\sqrt{10-1} = 0.973\sqrt{9}$$

$$Z = 2.919$$

<u>4 – حدود منطقتي القبول والرفض :</u>

(توزيع Z، واختبار الطرفين، ومستوى المعنوية % 1 = &)



<u>5 – المقارنة والقرار :</u> وحيث أن قيمة الإحصائية (2.919) تقع في منطقة الرفض (أكبر من 2.58) فإن القرار هو رفض الفرض العدمي وقبول الفرض البديل بأن هناك ارتباط بين المتغيرين وذلك بمستوى معنوية 1%.