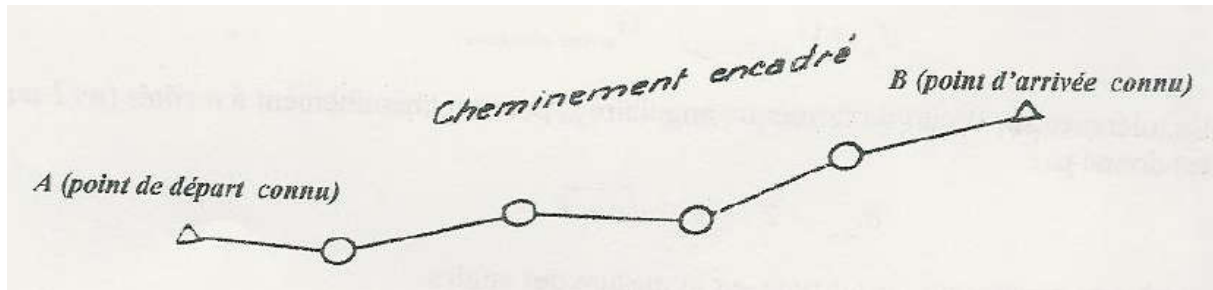


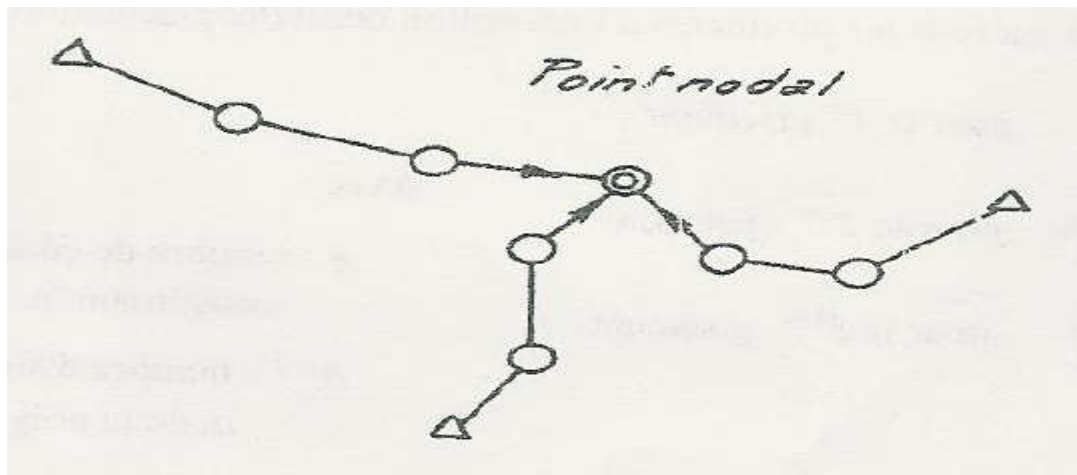
1. Introduction

On appelle polygonale l'ensemble des tronçons d'un cheminement topographique reliant entre eux les points de triangulation.

On appelle cheminement encadré toute polygonale dont les points de départ et d'arrivées sont connus

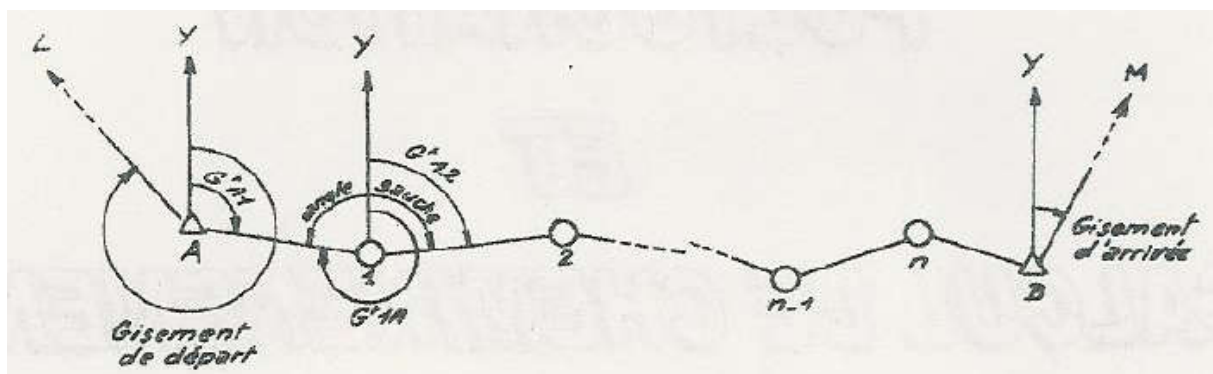


On appelle cheminement en point nodal la convergence ou nœud de plusieurs cheminement encadres



2. Calcul d'un cheminement encadré

Soit le cheminement encadré AB. Le gisement de départ est donné par G_{AL} et le gisement d'arrivée par G_{BM}



2.1. calcul des gisements

On calcule successivement le gisement de chaque coté à partir du gisement de départ jusqu'au gisement d'arrivée comme suit :

Gisement d'un côté = Gisement du coté précédent $\pm 200\text{gr}$ + angle polygonal gauche

L'imprécision du gisement de départ et des angles polygonaux observés font que le gisement d'arrivée calculé diffère du gisement connu G_{BM} . Cette quantité s'appelle l'**écart de fermeture angulaire f_a** .

$$f_a = G_{\text{arrivée}} - G_{\text{arrivée réel (donné)}}$$

La tolérance sur l'écart de fermeture angulaire f_a pour un cheminement à n cotes ($n+1$ angles) est donné par :

$$\sigma_{max} = 2.7 \sigma_\alpha \sqrt{n+1}$$

Où : σ_α représente l'écart type sur la mesure des angles.

- Si $f_a < \sigma_{max}$ on procède à la compensation des gisements
- Si $f_a > \sigma_{max}$ les mesures des angles doivent être reprises

Afin de compenser le cheminement, l'écart de fermeture angulaire f_a est réparti uniformément sur tous les gisements à l'exception des deux gisement de départ et d'arrivée.

$$\frac{-f_a}{n+1} \text{ pour le } 1^{\text{er}} \text{ gisement}$$

Avec :

$$\frac{-2f_a}{n+1} \text{ pour le } 2^{\text{ème}} \text{ gisement}$$

n : nombre de cotes (tronçons)

$$\frac{-3f_a}{n+1} \text{ pour le } 3^{\text{ème}} \text{ gisement}$$

constituant la polygonale.

$$\frac{-nf_a}{n+1} \text{ pour le } n^{\text{ème}} \text{ gisement}$$

$n+1$: nombre d'angles topographiques

α_i de la polygonale.

2.2. calcul des coordonnées

Etant donnés les coordonnées de départ du point A et d'arrivée au point B du cheminement, les gisement compensés et les distances horizontales des cotes, on peut calculer les ΔX et ΔY bruts des sommets successifs par la transformation de coordonnées polaires en coordonnées rectangulaires :

$$\Delta X = D \sin G$$

$$\text{Et} \quad \Delta Y = D \cos G$$

Si on pose $A(X_A, Y_A)$ et $B(X_B, Y_B)$, on aura :

$$\text{écart de fermeture } f_x = X_{B \text{ calculée}} - X_{B \text{ réel (donné)}}$$

$$\text{écart de fermeture } f_y = Y_{B \text{ calculée}} - Y_{B \text{ réel (donné)}}$$

$$\text{Soit :} \quad \text{écart de fermeture } f_x = X_A + \sum \Delta X - X_{B \text{ réel}}$$

$$\text{écart de fermeture } f_y = Y_A + \sum \Delta Y - Y_{B \text{ réel}}$$

On procède par la suite à la compensation des ΔX et ΔY à partir des **écarts de fermeture linéaire** f_x et f_y de façon proportionnelle aux distances des différents tronçons du cheminement, soit :

$$1^{\text{er}} \text{ cote : } C_{x1} = \frac{-f_x D_{A1}}{\sum D} \quad \text{et} \quad C_{y1} = \frac{-f_y D_{A1}}{\sum D}$$

$$2^{\text{ème}} \text{ cote : } C_{x1} = \frac{-f_x D_{12}}{\sum D} \quad \text{et} \quad C_{y1} = \frac{-f_y D_{12}}{\sum D}$$

$n^{\text{ème}}$ cote :

$$\text{d'où : } \Delta X_{i(\text{compensé})} = \Delta X_{i(\text{brut})} + C_{xi}$$

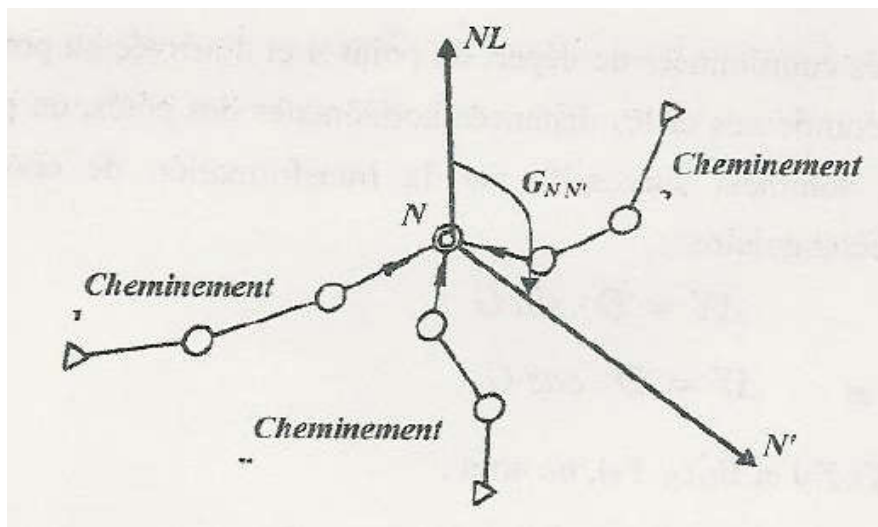
$$\Delta Y_{i(\text{compensé})} = \Delta Y_{i(\text{brut})} + C_{yi}$$

Les coordonnées définitives des différents points du cheminement seront données par :

$$X_i = X_{i-1} + \Delta X_{i(\text{compensé})}$$

$$Y_i = Y_{i-1} + \Delta Y_{i(\text{compensé})}$$

3. Calcul d'un point nodal



C'est l'un des meilleurs cheminements pour ses résultats très performants. La procédure de calcul est la suivante :

- Mesurer les angles topographiques et les cotes de chaque cheminement
- Stationner le point N et viser un point connu N'

- Mesurer le gisement $G_{NN'}$ à la fin de chacun des cheminements constituant le nœud
- Prendre la valeur moyenne des gisements calculés précédemment comme valeur définitive du gisement
- La fermeture angulaire est la différence entre le gisement obtenu pour chaque cheminement et gisement moyen
- Calculer les coordonnées du point nodal à partir de la moyenne pondérée des différentes coordonnées obtenues des divers cheminements aboutissant au point N.
On distingue deux cas :

- Les différents tronçons de la polygonale sont de longueurs homogènes (très proches), les coordonnées du point nodal N seront :

$$X_N = \frac{\sum X_i n_i}{\sum n_i} \text{ et } Y_N = \frac{\sum Y_i n_i}{\sum n_i}$$

- Les différents tronçons de la polygonale présentent des longueurs différentes, les coordonnées du point nodal N seront :

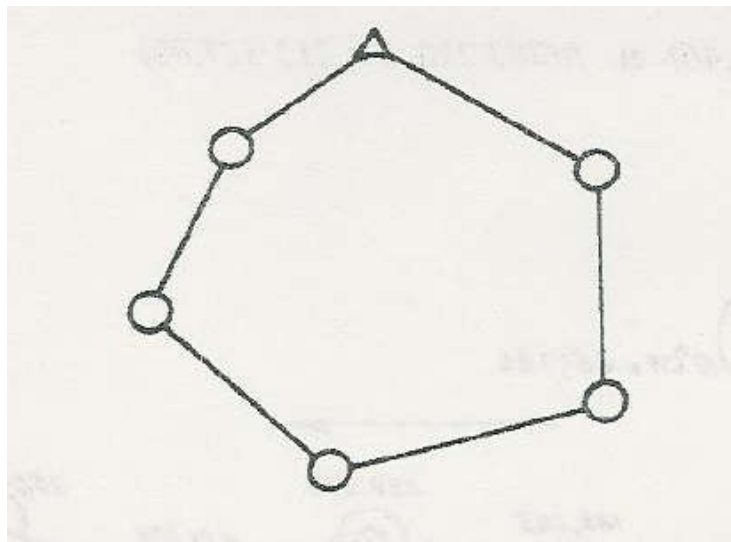
$$X_N = \frac{\sum X_i \frac{1}{n_i}}{\sum \frac{1}{n_i}} \text{ et } Y_N = \frac{\sum Y_i \frac{1}{n_i}}{\sum \frac{1}{n_i}}$$

Où : $X_1, \dots, X_i, \dots, X_n$ abscisses du point nodal pour chaque cheminement i

$Y_1, \dots, Y_i, \dots, Y_n$ ordonnées du point nodal pour chaque cheminement i

$n_1, \dots, n_i, \dots, n_n$ nombre de tronçons pour chaque cheminement i

4. Calcul d'un cheminement fermé :



La compensation des angles (gisements) se fera uniformément à partir de la somme connue des n angles d'un polygone :

- $\sum \text{angles extérieurs} = (n + 2) \cdot 200$
- $\sum \text{angles intérieurs} = (n - 2) \cdot 200$

- Si cheminement réalisé dans le sens horaire :

$$f_a = \sum \text{angles intérieurs (calcul)} - \sum \text{angles intérieurs (théorie)}$$

- Si cheminement réalisé dans le sens anti-horaire (trigon m trique) :

$$f_a = \sum \text{angles extérieurs (calcul)} - \sum \text{angles extérieurs (théorie)}$$

La compensation des angles se fait de façon uniforme pour tous les angles :

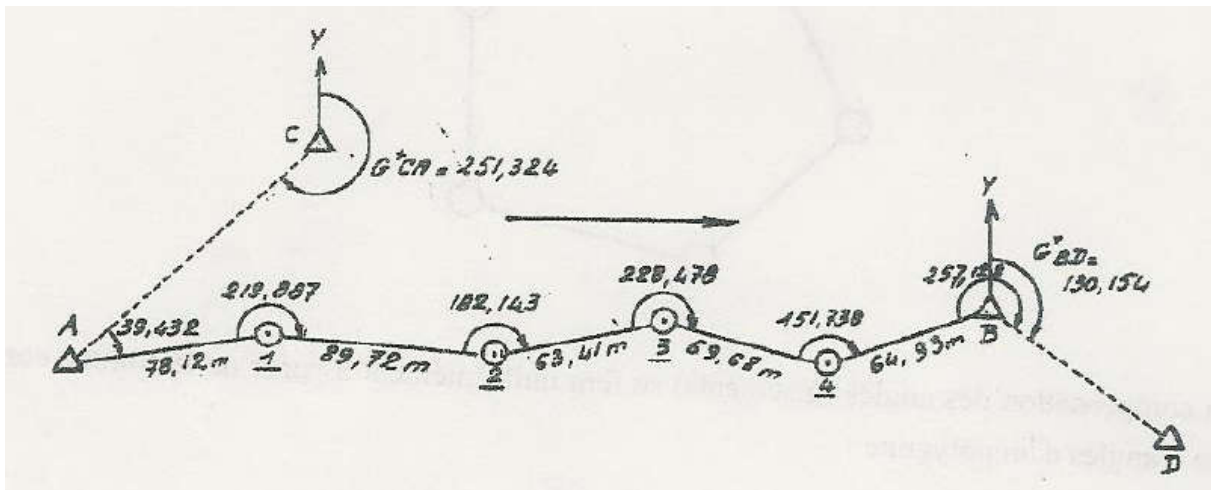
$$C_a = \frac{-f_a}{n \text{ (nbre d'angles)}}$$

Le calcul des coordonnées des différents points se fait de la même manière que celui d'un cheminement encadré.

Exercice 1

Soit la polygonale suivante dont le cheminement est de A vers B t.q :

A(782875.12, 215320.46) et B(783228.94, 215327.80)



Connaissant les angles et les distances horizontales indiquées sur la figure, on demande :

1. Les gisement observés A1, 12, 23, 34 et 4B
2.  cart de fermeture angulaire
3. Les gisement compensés
4. Les coordonnées des point 1, 2, 3 et 4

Règles à utiliser:

$$G_{A2} = G_{AC} + \text{Angle gauche}.$$

$$= G_{CA} \pm 200 \rightarrow \text{angle gauche}.$$

$$f_B = G_{BO}^{\text{calcul}} - G_{BO}^{\text{donné (réel)}}.$$

$$= 130,130 - 130,154 = -24 \text{ mgr.}$$

Compensation gisement:

$$C_{ai} = \frac{(-1)f_B}{n+1} = -\frac{(-24)}{5+1} = 4 \text{ mgr.}$$

$$\Delta X = D \sin G_{\text{compensé}}$$

$$\Delta Y = D \cos G_{\text{compensé}}.$$

$$\sum x = X_B^{\text{calcul}} - X_B^{\text{réel}} = (X_A + \sum \Delta X) - X_B^{\text{réel}} = -39 \text{ mm.}$$

$$C_{re}^i = -\frac{\sum x \cdot D_i}{\sum D_i}$$

$$C_y^i = -\frac{\sum y \cdot D_i}{\sum D_i} \cdot \sum y = Y_B^{\text{calcul}} - Y_B^{\text{réel}} = (Y_A + \sum \Delta Y) - Y_B^{\text{réel}} = 16 \text{ mm.}$$

SOLUTION / EXERCICE 1

Points	Angles (gr)	Gisement calculé (gr)	Compensation gisements (mgr)	Gisements compensés (gr)	Distances D (m)	ΔX (m)	Compensation ΔX (mm)	X (m)	ΔY (m)	Compensation ΔY (mm)	Y (m)
C	—	251,324	0	251,324	78,12						
A	39,432	90,756	4	90,760	89,42	77,289	8	782 875,12	11,299	-3	215 320,46
1	219,887	110,643	8	110,651	63,41	88,467	10	782 952,427	-14,940	-4	215 331,756
2	182,143	92,786	12	92,798	69,68	63,005	7	783 040,904	7,158	-3	215 316,812
3	228,478	121,264	16	121,280	64,93	65,823	7	783 103,916	-22,860	-3	215 323,967
4	151,738	73,002	20	73,022	59,187	59,187	7	783 169,746	126,699	-3	215 301,104
B	257,128	130,180	24	130,154				783 228,94			215 327,8
D	—										
Σ					365,860	353,781	39		7,356	16	
Ecarts fermeture		$f_a = \dots\dots\dots 24 mgr$				$f_x = \dots\dots\dots 29 mm$			$f_y = \dots\dots\dots 16$		

les controles

$$f_x = X_B^{calcul} - X_B^{reel}$$

ou $F_x = X_A + \Sigma \Delta X - X_B^{reel}$

$$f_y = Y_B^{calcul} - Y_B^{reel}$$

ou $F_y = Y_A + \Sigma \Delta Y - Y_B^{reel}$

$$\Sigma \text{com } P_{xy} = -f_{reel y}$$

$$X_1 = X_A + \Delta X_{compense}$$

$$Y_1 = Y_A + \Delta Y_{com}$$

Calcul des polygones fermés:

1. Définition du gisement

Le gisement d'une direction AB est l'angle horizontal mesuré positivement dans le sens horaire entre l'axe des ordonnées du système de projection utilisé et cette direction AB (figure 1). On le note **G_{AB}** (ou aussi **V_{AB}**).

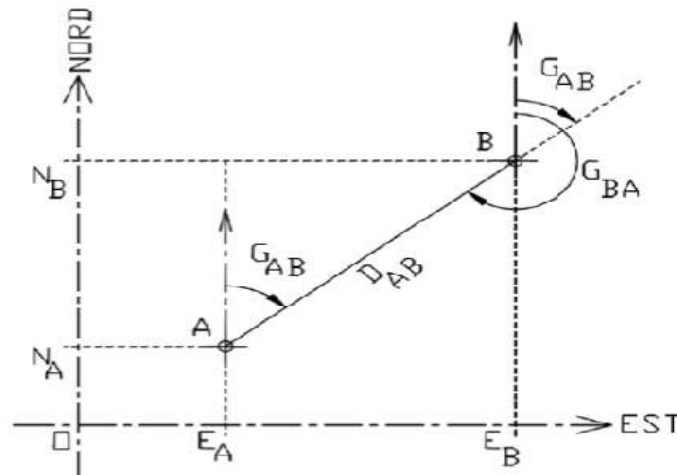


Figure 1 – Gisement de la direction AB.

Par exemple (figure 1) : G_{AB} est l'angle entre le Nord (ordonnées) et la direction AB.

La relation qui lie G_{AB} et G_{BA} est:

$$G_{BA} = G_{AB} + 200$$

2. Calcul d'un gisement à partir des coordonnées cartésiennes

Considérons les coordonnées de deux points A(E_A , N_A) et B(E_B , N_B) (figure 1). La relation suivante permet de calculer G_{AB} :

$$\operatorname{tg} G_{AB} = \frac{x}{y} = \frac{E_B - E_A}{N_B - N_A}$$

La distance DAB se calcul comme suit:

$$D_{AB} = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(E_B - E_A)^2 + (N_B - N_A)^2}$$

Application

Calculez le gisement de la direction AB suivante:

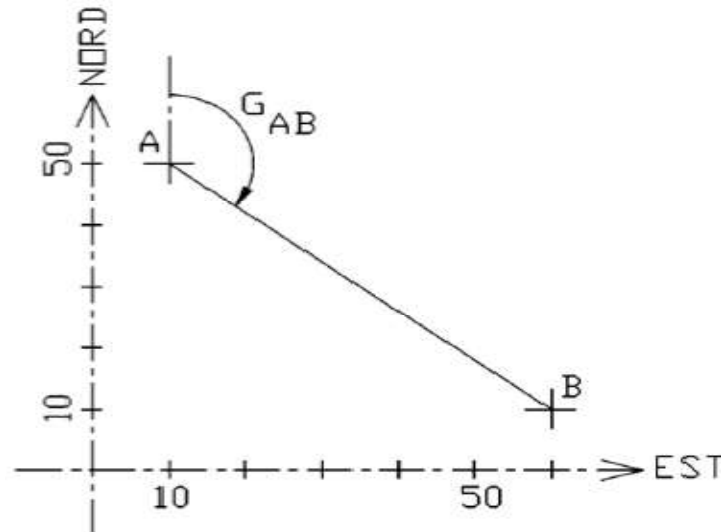


Figure 2 –

Calcul du gisement.

Solution

A(10 ; 50) et B (60 ; 10)

$$x = \Delta E = EB - EA = +50$$

$$y = \Delta N = NB - NA = -40$$

$$GAB = \text{tag-1}(-50/40) = -57.045 \text{ gon}$$

En observant le schéma des points **A** et **B** dans la figure 2, on s'aperçoit de l'incohérence de ce résultat. L'angle donné n'est visiblement pas égal à $-57,045$ gon.

En fait, la calculatrice donne la valeur de l'angle auxiliaire g (figure 3). Pour obtenir GAB , il faut donc tenir compte de la position du point B par rapport au point A ; on parle de quadrants:

Quadrant 1 : B est à l'est et au nord de A ($\Delta E > 0$ et $\Delta N > 0$).

$$GAB = g$$

o Quadrant 2 : B est à l'est et au sud de A ($\Delta E > 0$ et $\Delta N < 0$).

$$GAB = 200 + g \text{ (avec } g < 0)$$

o Quadrant 3 : B est à l'ouest et au sud de A ($\Delta E < 0$ et $\Delta N < 0$).

$$GAB = 200 + g \text{ (avec } g > 0)$$

o Quadrant 4 : B est à l'ouest et au nord de A ($\Delta E < 0$ et $\Delta N > 0$).

$$GAB = 400 + g \text{ (avec } g < 0)$$

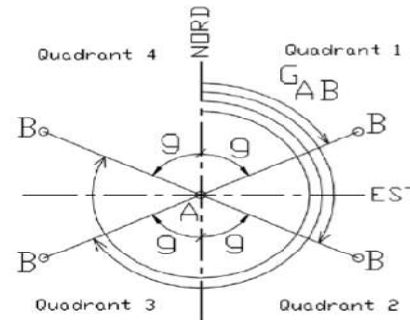


Figure 3 – Les différents quadrants.

3. Calcul des polygones fermés

Un polygone fermé vérifie les équations suivantes:

La somme algébrique des composantes horizontales = 0

La somme algébrique des composantes verticales = 0

A partir de ces deux équations, on peut déterminer deux inconnues du polygone:

- la longueur d'un seul côté;
- la longueur d'un côté et son gisement;
- la longueur de deux côtés différents;
- le gisement d'un côté;
- la longueur d'un côté et le gisement d'un autre;
- le gisement de deux côtés différents.

Généralement, les visées manquantes sont dues aux obstacles que l'on peut rencontrer lors de la mesure d'un angle ou d'un côté.

3.1. Recherche de la longueur de l'un des côtés du polygone

x = composante horizontale du côté inconnu

y = composante verticale du côté inconnu

d'où:

La somme algébrique des composantes horizontales connues = $-x$

La somme algébrique des composantes verticales connues = $-y$

Alors la longueur recherchée (noté l ou D) sera: $D_{AB} = \sqrt{x^2 + y^2}$

Dans ce cas on peut vérifier le gisement de ce côté par: $\text{tg } G = \frac{x}{y}$

3.2. Rechercher d'un angle ou du gisement de l'un des côtés

- Si l'inconnu est l'un des angles du polygone, on compte la somme des angles visées dont la somme totale des angles intérieurs d'un polygone fermé = $200 \times (n - 2)$ [gon]

avec: n = le nombre des cotés du polygone.

Donc:

L'angle cherché α = la différence entre les deux sommes des angles intérieurs théoriques et pratiques.

- Si l'inconnu est l'un des gisements du polygone, on calcule les composantes horizontales et verticales de tous les cotés sauf celle du côté dont son gisement est inconnu.

On aura par exemple:

La somme algébrique des composantes horizontales connues = $-x$ Et x sera la composante horizontale du côté dont son gisement est inconnu

La somme algébrique des composantes verticales connues = $-y$

Et y sera la composante verticale du côté dont son gisement est inconnu

Alors, le gisement inconnu se détermine par: $tg G = \frac{x}{y}$

Dans ce cas on peut vérifier la longueur de ce côté par: $\sqrt{x^2 + y^2}$ puis comparer cette valeur avec la valeur mesurée.

3.3. Recherche de la longueur d'un côté et de son gisement

En déterminant les composantes des cotés du polygone, on peut déterminer les composantes du côté inconnu et son gisement.

Par exemple:

On suppose que les composantes sont x et y .

La longueur du côté sera: $D_{AB} = \sqrt{x^2 + y^2}$

(voir le premier cas)

Et son gisement est calculé à partir de: $tg G = x/y$ (voir le deuxième cas).

3.4. Recherche de la longueur d'un coté et le gisement d'un autre

On suppose que la longueur inconnue d'un coté = $D1$, et son gisement connu = $G1$. Ainsi que le gisement inconnu de l'autre coté = $G2$, et sa longueur connue = $D2$.

Donc les inconnus sont: $D1$ et $G2$.

La somme algébrique des composantes horizontales connues = - x

La somme algébrique des composantes verticales connues = -y

$$\begin{cases} D_1 \sin G_1 + D_2 \sin G_2 = x \dots\dots\dots (1) \\ D_1 \cos G_1 + D_2 \cos G_2 = y \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

On multiplie la première équation par $(\cos G_1)$ et la deuxième par $(\sin G_1)$:

$$\begin{cases} D_1 \sin G_1 \cdot \cos G_1 + D_2 \sin G_2 \cdot \cos G_1 = x \cdot \cos G_1 \dots\dots\dots (3) \\ D_1 \cos G_1 \cdot \sin G_1 + D_2 \cos G_2 \cdot \sin G_1 = y \cdot \sin G_1 \dots\dots\dots (4) \end{cases}$$

(4) – (3) nous donne:

$$D_2 \cos G_2 \cdot \sin G_1 - D_2 \sin G_2 \cdot \cos G_1 = y \cdot \sin G_1 - x \cdot \cos G_1 \dots\dots\dots (5)$$

Comme $D2$, $G1$, x et y sont des valeurs connues, on peut écrire l'équation (5) comme suit:

$$P_1 \cos G_2 - P_2 \sin G_2 = Q \dots\dots\dots (6)$$

$$P_1 = D_2 \sin G_1, \quad P_2 = D_2 \cos G_1, \quad Q = y \sin G_1 - x \cos G_1$$

$$P_1 \cos G_2 = P_2 \sin G_2 + Q$$

des valeurs numériques connues. L'équation (6) s'écrit:

En élevant les deux termes de cette équation au carré, on aura:

$$P_1^2 \cdot \cos^2 G_2 = P_2^2 \cdot \sin^2 G_2 + 2P_2 \cdot Q \cdot \sin G_2 + Q^2$$

$$\Leftrightarrow P_1^2 (1 - \sin^2 G_2) = P_2^2 \cdot \sin^2 G_2 + 2P_2 \cdot Q \cdot \sin G_2 + Q^2$$

$$\Leftrightarrow (P_1^2 + P_2^2) \sin^2 G_2 + 2P_2 \cdot Q \cdot \sin G_2 + Q^2 - P_1^2 = 0$$

en posant:

$$A = P_1^2 + P_2^2, \quad B = 2P_2 \cdot Q, \quad C = Q^2 - P_1^2$$

On aura:

$$A \sin^2 G_2 + B \sin G_2 + C = 0$$

Alors, on peut déterminer la valeur **G2** en résolvant cette équation de 2ème degré.

Ensuite, on déduit la valeur de **D1**.

3.5. Recherche de la longueur de deux cotés différents

On suppose que la longueur inconnue d'un coté = **D1**, et son gisement connu = **G1**.

Ainsi que la longueur inconnue de l'autre coté = **D2**, et son gisement connu = **G2**,

$$\begin{cases} D_1 \sin G_1 + D_2 \sin G_2 = x \dots \dots \dots (1) \\ D_1 \cos G_1 + D_2 \cos G_2 = y \dots \dots \dots (2) \end{cases}$$

On multiplie la première équation par (cos G1) et la deuxième par (sin G1):

$$\begin{cases} D_1 \sin G_1 \cdot \cos G_1 + D_2 \sin G_2 \cdot \cos G_1 = x \cdot \cos G_1 \dots\dots\dots (3) \\ D_1 \cos G_1 \cdot \sin G_1 + D_2 \cos G_2 \cdot \sin G_1 = y \cdot \sin G_1 \dots\dots\dots (4) \end{cases}$$

(4) – (3) nous donne:

$$D_2 \cos G_2 \cdot \sin G_1 - D_2 \sin G_2 \cdot \cos G_1 = y \cdot \sin G_1 - x \cdot \cos G_1 \dots\dots\dots (5)$$

On peut écrire l'équation (5) comme suit:

$$P_1' D_2 - P_2' D_2 = Q \dots\dots\dots (6)$$

avec: $P_1' = \cos G_2 \cdot \sin G_1$, $P_2' = \sin G_2 \cos G_1$, $Q = y \sin G_1 - x \cos G_1$

On détermine finalement la longueur inconnue **D2**:

$$D_2 = \frac{Q}{(P_2' - P_1')}$$

Puis, on déduit la valeur de **D1**, à partir de l'équation (1) ou (2).

3.6. Recherche des gisements de deux cotés différents

On suppose que la longueur connue d'un coté = **D1**, et son gisement inconnu = **G1**.

Ainsi que la longueur connue de l'autre coté = **D2**. et son gisement inconnu = **G2**,

$$\begin{cases} D_1 \sin G_1 + D_2 \sin G_2 = x \dots\dots\dots (1) \\ D_1 \cos G_1 + D_2 \cos G_2 = y \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

On peut écrire les équations (1) et (2) comme suit:

$$D_1 \sin G_1 = x - D_2 \sin G_2 \dots \dots \dots (3)$$

$$D_1 \cos G_1 = y - D_2 \cos G_2 \dots \dots \dots (4)$$

En élevant au carré et en faisant la somme des deux équations:

$$D_1^2 = x^2 + y^2 + D_2^2 - 2D_2(x \sin G_2 + y \cos G_2) \dots \dots \dots (5)$$

d'où:

$$(x \sin G_2 + y \cos G_2) = \frac{x^2 + y^2 + D_2^2 - D_1^2}{2D_2} = Q$$

ou bien:

$$\sin G_2 = \frac{(Q - y \cos G_2)}{x} \dots \dots \dots (6)$$

on peut déterminer la valeur de G2 à partir de l'équation (6):

- **soit graphiquement:** en traçant une courbe pour chaque terme de l'équation en fonction de G2. L'intersection des deux courbes donne le point qui vérifie cette équation.
- **Soit mathématiquement:** en élevant les deux termes de l'équation (6) au carré:

$$\sin^2 G_2 = \frac{Q^2}{x^2} + \frac{y^2 \cos^2 G_2}{x^2} - \frac{2Q.y \cos G_2}{x}$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 G_2 + \cos^2 G_2 = \frac{Q^2}{x^2} + \left(\frac{y^2}{x^2} + 1 \right) \cos^2 G_2 - \frac{2Q.y \cos G_2}{x}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{y^2}{x^2} + 1 \right) \cos^2 G_2 - \left(\frac{2Q.y}{x} \right) \cos G_2 + \frac{Q^2}{x^2} - 1 = 0$$

on

$$A = \frac{y^2}{x^2} + 1; \quad B = -\frac{2Q.y}{x}; \quad C = \frac{Q^2}{x^2} - 1 \quad \text{pose:}$$

On obtient alors une équation du 2ème degré:

$$A \cos^2 G_2 + B \cos G_2 + C = 0$$

4. Calcul de la surface d'un polygone fermé

Connaissant les coordonnées des sommets d'un polygone fermé, on peut déterminer ainsi la surface de ce polygone de la façon suivante:

Soit le polygone fermé ABCDE dont les abscisses des sommets sont XA, XB, XC, XD, XE et les ordonnées des sommets sont YA, YB, YC, YD, YE.

A partir de la figure ci-dessous, la surface du polygone est égale à la somme des surfaces des trapèzes:

$$AA'BB' + BB'CC' + CC'DD' - DD'EE' - EE'AA'$$

$$S = (YA + YB)(XB - XA)/2 + (YB + YC)(XC - XB)/2 + (YC + YD)(XD - XC)/2$$

$$- (YD + YE)(XE - XD)/2 - (YE + YA)(XE - XA)/2$$

$$S = [(YA + YB)(XB - XA) + (YB + YC)(XC - XB) + (YC + YD)(XD - XC) - (YD + YE)(XE - XD) - (YE + YA)(XE - XA)] / 2$$

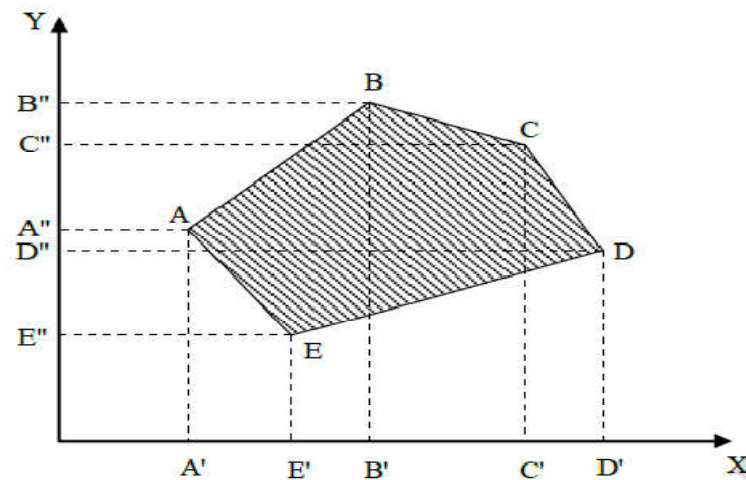


Figure 4 – Calcul de la surface d'un polygone fermé.

Ou bien selon l'autre sens:

$$BB''CC'' + CC''DD'' + DD''EE'' - EE''AA'' - AA''BB''$$

$$S = (XB + XC)(YB - YC)/2 + (XC + XD)(YC - YD)/2 + (XD + XE)(YD - YE)/2$$

$$- (XE + XA)(YA - YE)/2 - (XA + XB)(YB - YA)/2$$

$$S = [(XB + XC)(YB - YC) + (XC + XD)(YC - YD) + (XD + XE)(YD - YE)$$

$$- (XE + XA)(YA - YE) - (XA + XB)(YB - YA)] / 2$$

5. Utilisation du gisement pour les calculs de coordonnées

En topographie, il est très fréquent de connaître un point S (E_S , N_S) et de chercher les coordonnées d'un point P visible depuis S. On dit que P est rayonné depuis S si l'on peut mesurer la distance horizontale D_{SP} et le gisement G_{SP} (Figure 4). Quel que soit le quadrant, on peut alors calculer les coordonnées du point P par les formules suivantes :

$$E_p = E_S + D_{SP} \cdot \sin G_{SP}$$
$$N_p = N_S + D_{SP} \cdot \cos G_{SP}$$

A défaut de mesurer directement G_{SP} , on mesure un angle α avec une direction dont le gisement est connu ou bien on calcule un G_0 moyen de station.

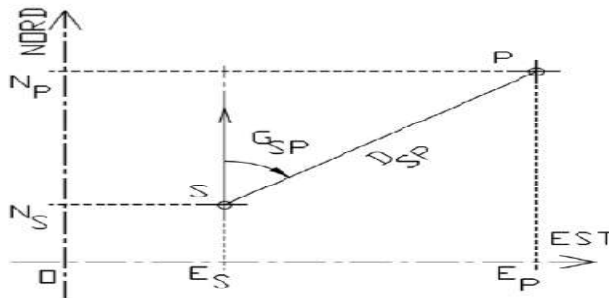


Figure 5 – Calcul de coordonnées.

LEVE PAR ABSCISSE ET ORDONNEE ET QUASI ORDONNEE: DEFINITION, METHODE DE LEVE, CALCULS LEVE OBLIQUE LATERAL: DEFINITION, METHODE DE LEVE, CALCULS

LEVE PAR ABSCISSE ET ORDONNEE ET QUASI ORDONNEE: DEFINITION, METHODE DE LEVE, CALCULS

1. Introduction

Le **lever de détails** est l'ensemble des opérations intervenant dans un lever topographique et consistant à déterminer à partir des points du canevas d'ensemble (voir Tome2, Ch. 1), polygonal ou de détails, la position des différents objets d'origine naturelle ou artificielle existant sur le terrain. Le **levé**, nom donné au document résultant d'un lever, est destiné, éventuellement après traitement numérique, à l'établissement de plans graphiques ou numériques : c'est la phase de **report**.

Principes de base

Lors d'un lever de détails, le topographe est confronté à trois problèmes principaux :

- * déterminer les détails à lever ;
- * définir le degré de précision ;
- * arrêter les mesures à effectuer.

Détails à lever

Le choix des détails dépend essentiellement de deux caractéristiques : leur type et leur taille. Les plans topographiques ont des destinations différentes et des objets nécessaires à certains seront inutiles pour d'autres. Il faut donc effectuer une sélection en fonction du type de plan à élaborer. Par exemple, si le lever d'arbres est obligatoire pour un plan de propriété, il l'est beaucoup moins pour un plan de récolement. La taille minimale des détails à lever est directement liée à l'échelle du plan. On admet en général que le pouvoir séparateur de l'oeil humain est d'un dixième de millimètre. Les détails non représentables ne sont pas levés. Pour les plans numériques, susceptibles de générer des plans graphiques à différentes échelles, il faut se référer au cahier des charges.

Précision du lever

La précision d'un plan est liée à celle du lever et implique directement la précision avec laquelle les détails sont levés. Les plans peuvent être classés suivant le type de lever : expédié ou régulier

L'échelle d'un document est définie par la formule :

$$e = \frac{d_{\text{plan}}}{D_{\text{terrain}}}$$

L'échelle e est donc le rapport d'une dimension mesurée sur le plan par la dimension homologue sur le terrain.

Un lever est dit régulier si la détermination des détails est effectuée avec une erreur qui, réduite à l'échelle du levé, est inférieure ou égale à l'erreur graphique, soit un dixième de millimètre, plus petit écart perceptible à l'oeil sur le plan. Dans le cas contraire, le lever est dit expédié. Par exemple, pour un plan au 1/1 000, l'erreur maximale est de 10 cm sur le terrain ($0,1 \text{ mm} \times 1\,000 \gg 10 \text{ cm}$).

2. LEVÉ TACHÉOMÉTRIQUE

2.1 Introduction

Peut-être avez-vous déjà vu, en circulant dans un quartier, des personnes en train d'utiliser un appareil topographique. Et peut-être vous êtes-vous alors demandé ; « Mais que font-ils? » Il s'agissait d'une brigade topographique en train d'effectuer un levé de détails en milieu urbain en se basant sur les points d'appui du système local.

Dans ce chapitre, divisé en deux sections, vous acquerez les connaissances nécessaires pour effectuer des levés planimétriques et altimétriques ainsi que pour interpoler des courbes de niveau.

1 Notions préliminaires

On appelle levé tachéométrique l'ensemble des opérations permettant la mesure des angles, des distances et des dénivelés à l'aide d'un tachéomètre et de ses accessoires (trépied, mire...). Le levé tachéométrique est un type de levé topographique.

Le mot tachéomètre se compose de deux racines grecques : tachéo-, qui signifie « rapide » et -mètre, qui signifie « mesure ». Cet appareil permet donc d'effectuer des mesures rapides et précises.

Organisation d'une brigade

L'équipe qui effectue un levé topographique porte le nom de brigade. Elle compte plusieurs membres, dont les tâches sont bien définies. Ainsi :

- le chef de brigade est responsable du travail. C'est lui qui choisit les méthodes à employer;
- le croquiser dessine le croquis de la zone à lever;
- l'opérateur dirige l'appareil sur les points à lever et effectue les lectures correspondantes;
- le teneur de carnet note les lectures dictées par l'opérateur;
- le ou les porte-mire.

Types de levés

Les levés diffèrent entre eux par :

- l'objet représenté;
- la précision exigée pour le levé;
- l'échelle de représentation;
- la rapidité d'exécution.

On distingue deux types de levés : le levé planimétrique et le levé altimétrique.

Levé planimétrique

Lorsque l'on souhaite représenter des éléments tels que des routes, une construction, un cours d'eau ou les limites de propriétés, on fait appel au levé planimétrique. Le levé planimétrique consiste en effet à mesurer les angles et les distances au sol.

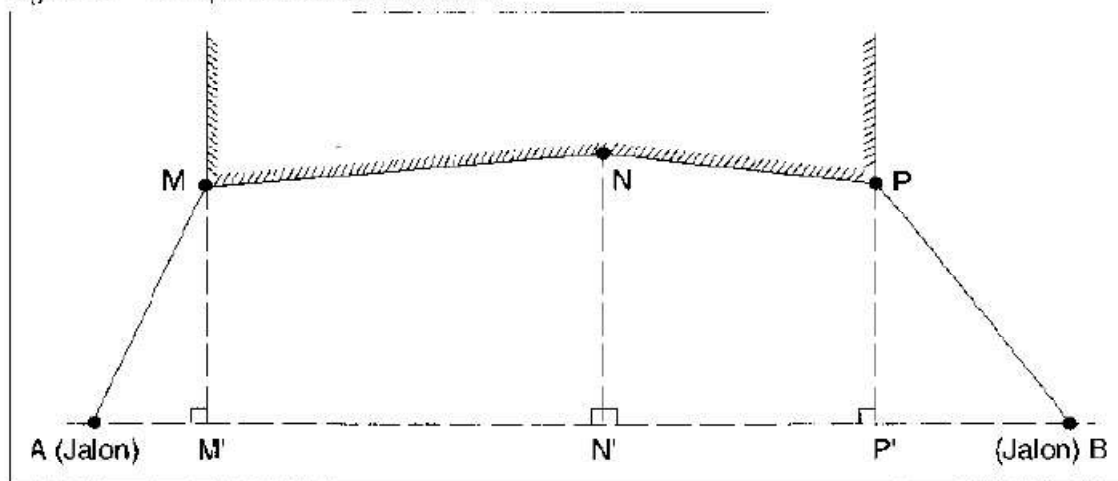
Les méthodes de levé planimétrique les plus simples sont :

- le levé par abscisses et ordonnées;
- le levé par rayonnement.

3. Levé par abscisses et ordonnées

Le levé par abscisses et ordonnées s'effectue à l'aide d'une équerre optique, qui permet de déterminer une direction perpendiculaire à une autre. Grâce à cet appareil, on détermine l'emplacement des pieds des perpendiculaires (M', N', P') à partir des points à lever (M, N, P) sur une ligne d'opération AB (figure 2.1).

Figure 3.1 Levé par abscisses et ordonnées



La ligne d'opération est matérialisée par deux jalons. On mesure les abscisses en cumulé (AM', AN', AP'...) puis les ordonnées (MM', NN', PP'...).

Les mesures doivent être contrôlées par la mesure des diagonales (AM, BR...) en utilisant le théorème de Pythagore (triangle rectangle) : $(AM)^2 = (AM')^2 + (MM')^2$.

Pour exécuter un levé par abscisses et ordonnées, on procède aux étapes suivantes :

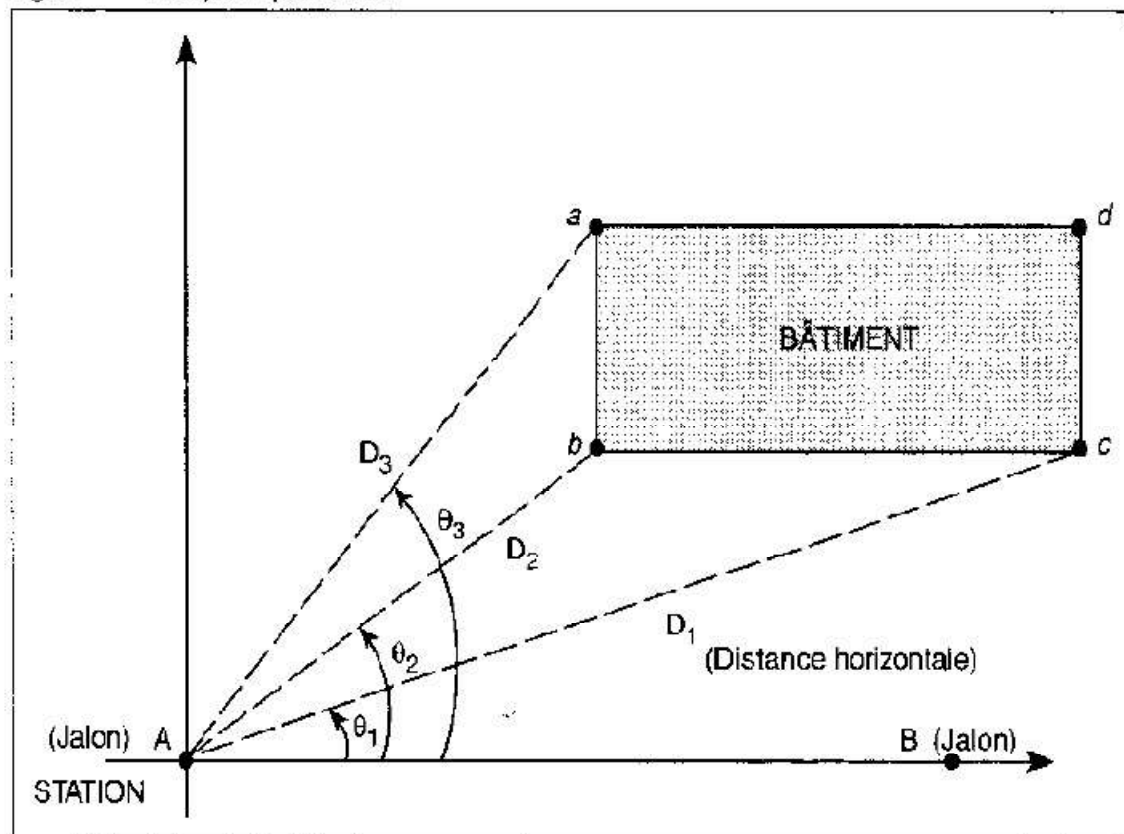
1. Faire un croquis général du site de travail (à lever).
2. Matérialiser la ligne d'opération à l'aide de jalons.
3. Matérialiser les points de détail à l'aide de jalons.
4. Déterminer la projection des points de détail sur la ligne d'opération à l'aide de l'équerre optique.

5. Mesurer les distances entre les points projetés et les points d'appui (abscisses).
6. Mesurer les distances entre la position des points de détail et leur projection sur la ligne d'opération (ordonnées).
7. Tracer un croquis sur lequel figure la position des points de détail.

4. Levé par rayonnement

Le levé par rayonnement s'appuie sur le principe géométrique de la détermination d'un point par coordonnées polaires (**figure 3.2**).

Figure 3.2 Levé par rayonnement

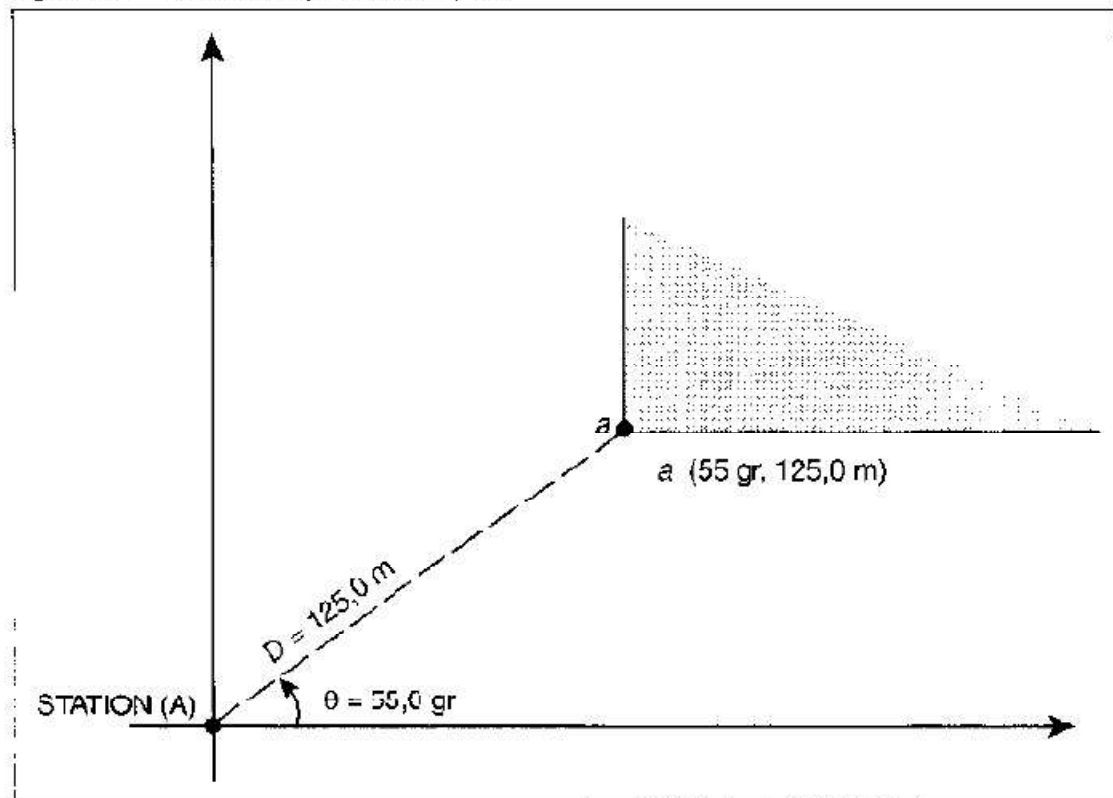


Chaque point est défini par :

- l'angle (θ), qui est déterminé depuis la station (A) à partir d'un axe fixe (AB);
- la distance (D), qui définit la position des points (a, b, c) par rapport à la station (A).

La valeur de l'angle horizontal (généralement exprimée en grades) ainsi que celle de la distance (en mètres) forment les coordonnées polaires d'un point (**figure 3.3**).

Figure 3.3 Coordonnées polaires d'un point



La marche à suivre pour effectuer un levé par rayonnement est la suivante :

1. Faire un croquis général du site à lever.
2. Matérialiser la ligne d'opération et les points de détail à l'aide de jalons.
3. Faire la mise en station de l'appareil topographique.
4. Régler la nivelle de l'appareil à l'aide des vis calantes.
5. Viser les points de détail avec la lunette de l'appareil topographique.
6. Noter les valeurs des lectures effectuées dans l'ordre suivant :
 - lecture supérieure (L_{sup});
 - lecture moyenne (L_{moy});
 - lecture inférieure (L_{inf}).
7. Faire la lecture de l'angle vertical (V).
8. Calculer les distances en utilisant la formule suivante :

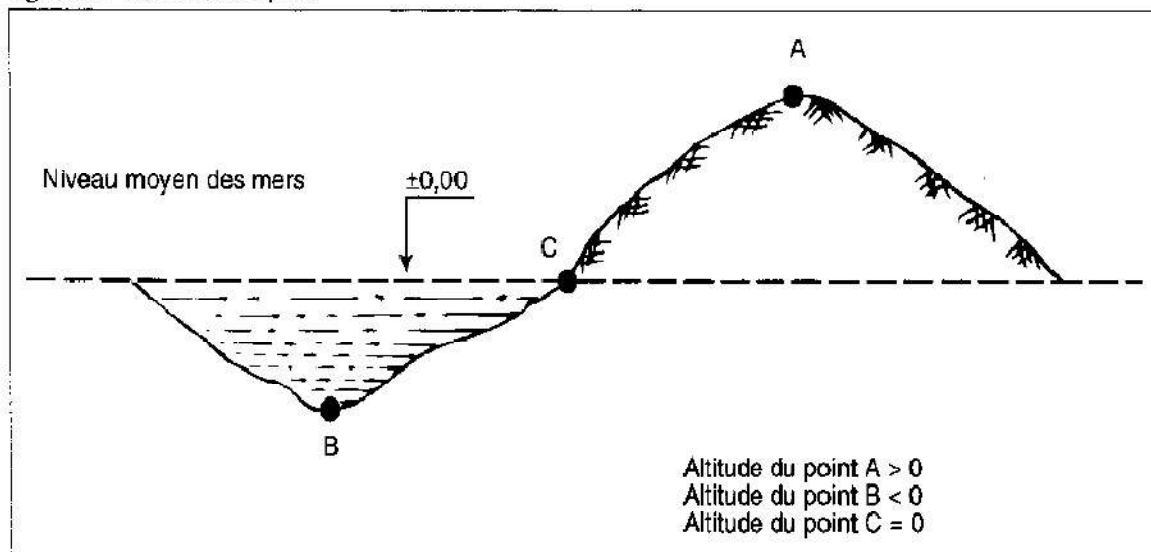
$$D = 100 (L_{sup} - L_{inf}) \times (\sin V)^2$$
9. Faire la lecture de l'angle horizontal (H_z) sur le cercle horizontal de l'appareil pour chacune des directions.
10. Calculer les angles horizontaux (α) en utilisant la formule suivante : $\alpha = H_z (\text{suivant}) - H_z (\text{précédent})$

5. Levé altimétrique

On appelle levé altimétrique l'ensemble des opérations permettant de déterminer les altitudes et les dénivelées par rapport au niveau moyen des mers au repos afin d'établir des plans et des cartes topographiques.

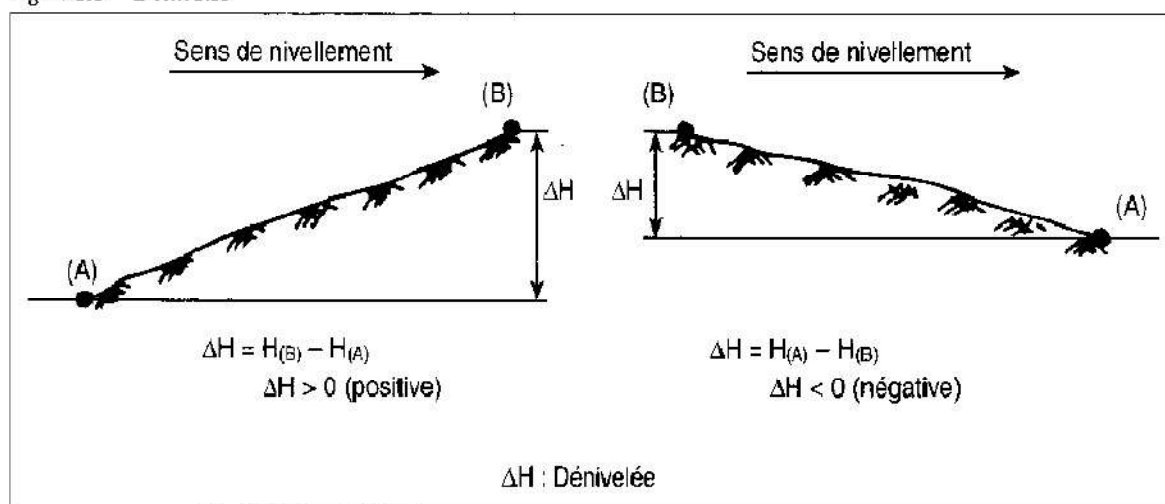
L'altitude d'un point est la distance, en mètres, entre ce point et une surface se trouvant au niveau moyen des mers, qui correspond à la valeur 0 (figure 3.4).

Figure 3.4 Altitude d'un point



La dénivelée représente la différence d'altitude entre deux points, en valeur et en signe (figure 3.5)-

Figure 3.5 Dénivelée



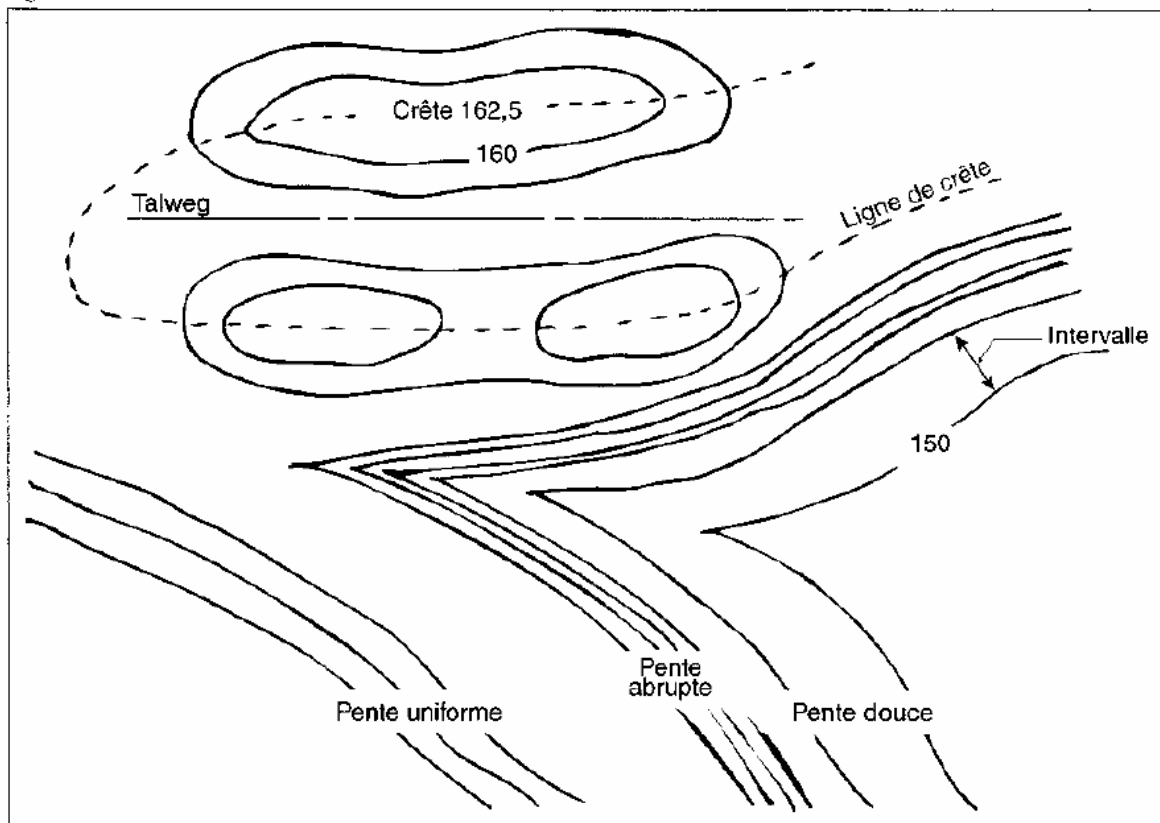
Sur le croquis chaque point doit être exprimé avec l'angle et la distance. Après dans le bureau

on prépare le dessin de ce relevé. Sur la feuille on fixe un point pour la station et avec un rapporteur en grades on commence de fixer avec une petite ligne les angles, mesurés sur le terrain. Puis on doit lier chaque petite ligne avec le point de station et sur chaque direction on fixe en échelle choisie la distance, mesurée sur le terrain. C'est la méthode de relever des bâtiments existants sur le terrain. Si ce relevé est pour ajouter ces bâtiments sur le plan de masse on doit fixer sur le terrain certains points communs.

6. Courbes de niveau

Les résultats des levés (planimétrique et altimétrique) sont employés pour la représentation graphique du relief d'un terrain. Une courbe de niveau est une ligne imaginaire joignant tous les points qui ont la même altitude. Un ensemble de courbes de niveau donne une représentation du relief (figure 3.9).

Figure 3.9 Courbes de niveau



- Intervalle : Distance horizontale mesurée sur la carte entre deux courbes de niveau.
- Ligne de crête : Endroit où se fait le partage des eaux.
- Talweg : Axe du fond d'une vallée.

- Pente douce : Endroit où les courbes de niveau sont distancées.
- Pente abrupte : Endroit où les courbes de niveau sont rapprochées.
- Pente uniforme': Endroit où les courbes de niveau sont distancées également.

Caractéristiques

Les courbes de niveau possèdent les caractéristiques communes suivantes :

- Tous les points d'une même courbe ont la même altitude.
- Les courbes de niveau sont des lignes fermées, à moins qu'elles ne soient interrompues par les limites de la carte.
- L'intervalle entre les courbes indique la nature de la pente.
- Une courbe de niveau ne peut pas en croiser une autre d'altitude différente.

Interpolation des courbes de niveau

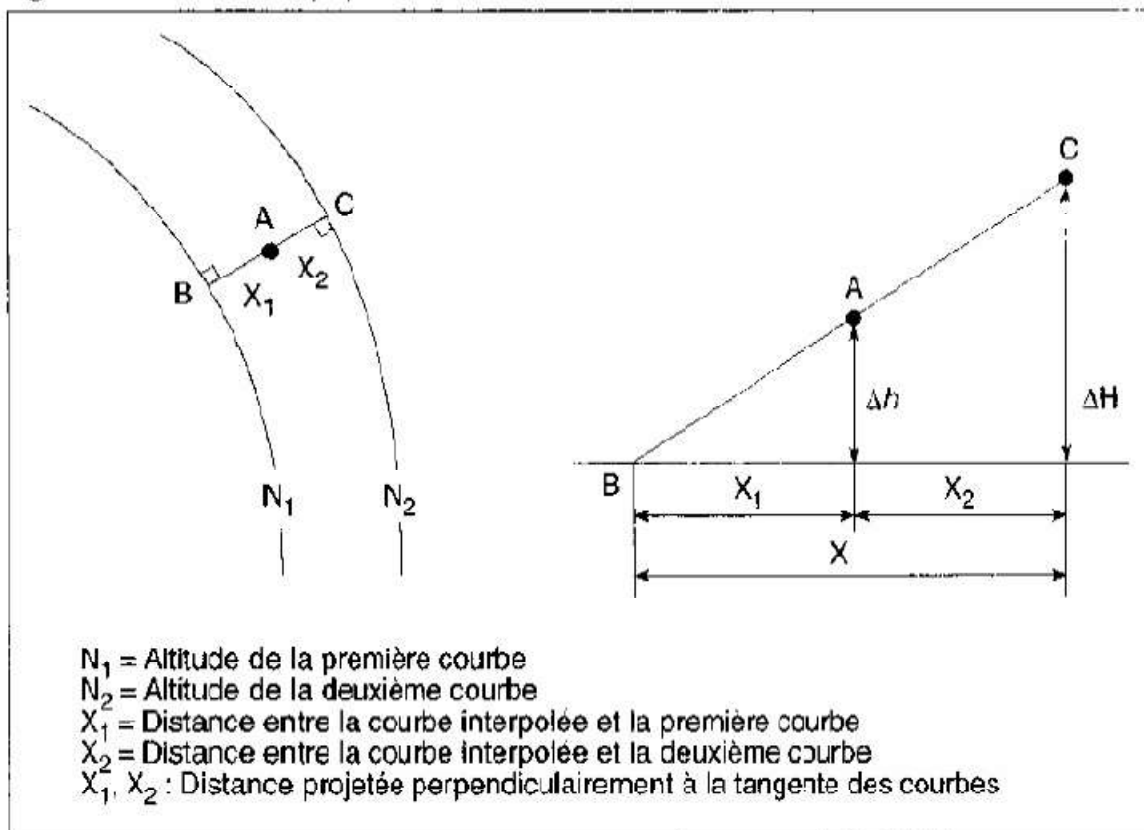
L'interpolation des courbes de niveau a pour but de déterminer l'altitude d'un point situé entre deux courbes de niveau. Ce travail peut s'effectuer à l'aide de deux méthodes :

- la méthode analytique, plus précise;
- la méthode graphique, plus rapide.

Méthode analytique

La méthode analytique est basée sur la théorie des triangles semblables (figure 3.10).

Figure 3.10 Méthode analytique



L'altitude du point A est égale à $N_1 + \Delta h$.

Soit:

$$\Delta H = N_2 - N_1$$

$$X = X_1 + X_2$$

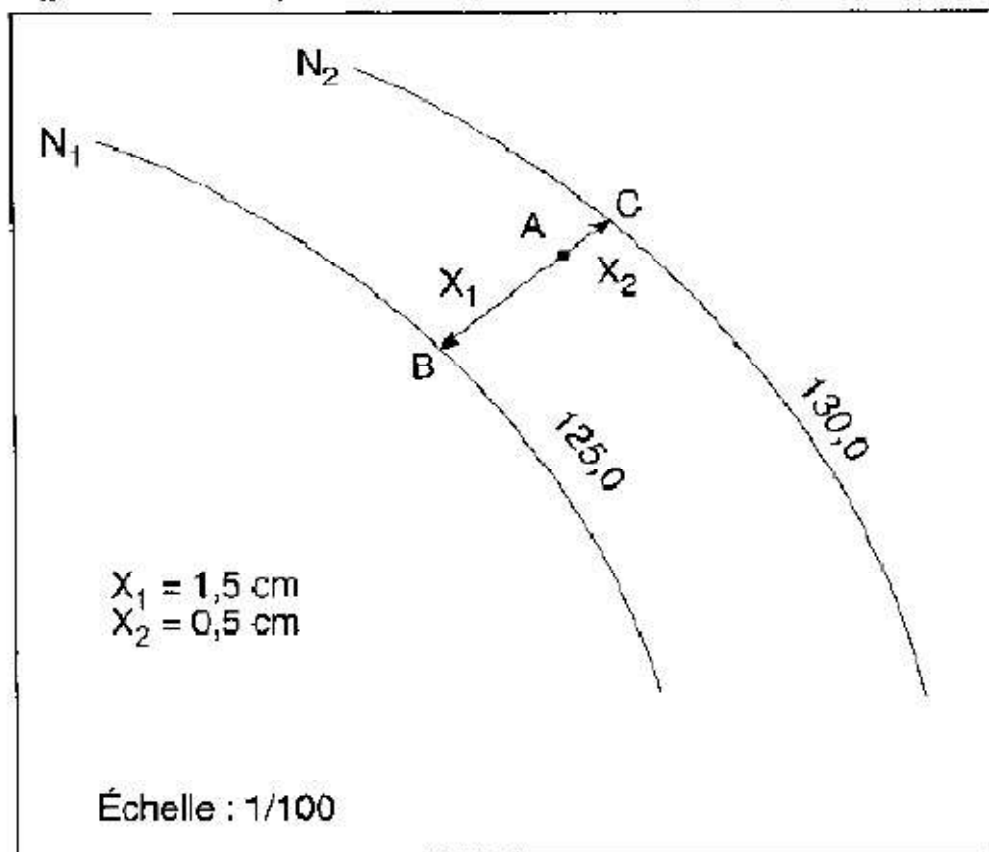
D'après la théorie des triangles semblables, on a :

$$\frac{\Delta H}{X} = \frac{\Delta h}{X_1}$$

$$\text{d'où } \Delta h = \frac{\Delta H}{X} \times X_1$$

Exemple :

Figure 3.11 Exemple de calcul (méthode analytique)



Données ;

- Altitude de la première courbe (N_1) : 125,0 m
- Altitude de la deuxième courbe (N_2) : 130,0 m
- Distance entre un point de la courbe interpolée et la première courbe (X_1) : 1,5 cm
- Distance entre le même point de la courbe interpolée et la deuxième courbe (X_2) : 0,5 cm

D'où :

$$\Delta H = N_2 - N_1$$

$$\Delta H = 130 - 125$$

$$\Delta H = 5 \text{ m}$$

et

$$X = X_1 + X_2$$

$$X = 1,5 + 0,5$$

$$X = 2 \text{ cm}$$

Donc, on a :

$$\frac{\Delta H}{X} = \frac{\Delta h}{X_1}$$

$$\Delta h = \frac{\Delta H}{X} \times X_1$$

$$\Delta h = \frac{5}{2} \times 1,5$$

$$\Delta h = 3,75 \text{ m}$$

Enfin, l'altitude du point A est égale à :

$$A = N_1 + \Delta h$$

$$A = 125 + 3,75$$

$$A = 128,75 \text{ m}$$

7. méthode graphique

il existe une méthode graphique plus rapide dont la précision est généralement largement suffisante. L'opérateur dispose d'une feuille A4 sur laquelle il dessine des lignes horizontales régulièrement espacées (fig. 10.3-b.), numérotées par exemple de 0 à 100. Afin de placer la courbe de niveau 129,50 m entre les points 19 et 24 (fig. 10.3-a. et 10.3-b.), il dispose la feuille A4 de façon que la ligne 129,08 m passe sur le point 24, ce positionnement s'effectue à vue puisque la ligne 129,08 m n'existe pas, et de façon que la ligne 129,82 passe par le point 19 ; il reste à piquer l'intersection de la droite 19-24 et de la ligne 50 de la feuille A4 pour obtenir un point de passage de la courbe 129,50 m.

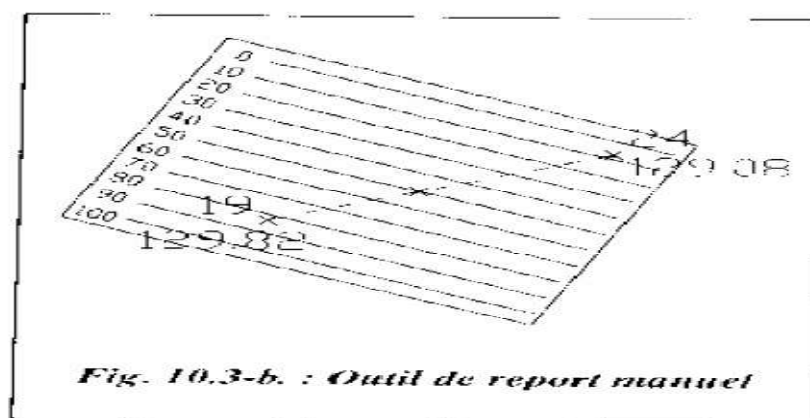


Fig. 10.3-b. : Outil de report manuel

8. IMPLANTATION

Le plan d'un ouvrage donne une grande satisfaction à l'architecte qui l'a réalisé, mais sa réalisation sur site lui apportera certainement plus. Avant de construire un ouvrage, il faut l'implanter, c'est-à-dire tracer la forme de l'ouvrage sur le terrain en consultant les plans fournis par l'architecte. En somme, l'implantation représente l'inverse du levé.

Dans ce chapitre, divisé en deux sections, vous apprendrez à implanter un point à l'aide de deux méthodes : par abscisses et ordonnées ainsi que par coordonnées polaires (rayonnement). Vous apprendrez également à implanter une courbe circulaire à l'aide des mêmes méthodes.

MÉTHODES D'IMPLANTATION

L'implantation consiste à matérialiser sur un terrain la position exacte d'un ouvrage d'art, d'une construction, de l'axe d'une route, etc. à partir de leur représentation sur le plan fourni.

On utilise surtout deux méthodes pour implanter un point :

- l'implantation par abscisses et ordonnées;
- l'implantation par coordonnées polaires.

Le choix de l'une ou l'autre des méthodes dépend de l'appareillage dont on dispose et de la configuration du terrain. Ainsi, on aura recours à la méthode par abscisses et ordonnées si l'on dispose d'une équerre optique et que le terrain est sensiblement plat. En outre, les points d'appui qui constituent la ligne d'opération devront être matérialisés sur le terrain.

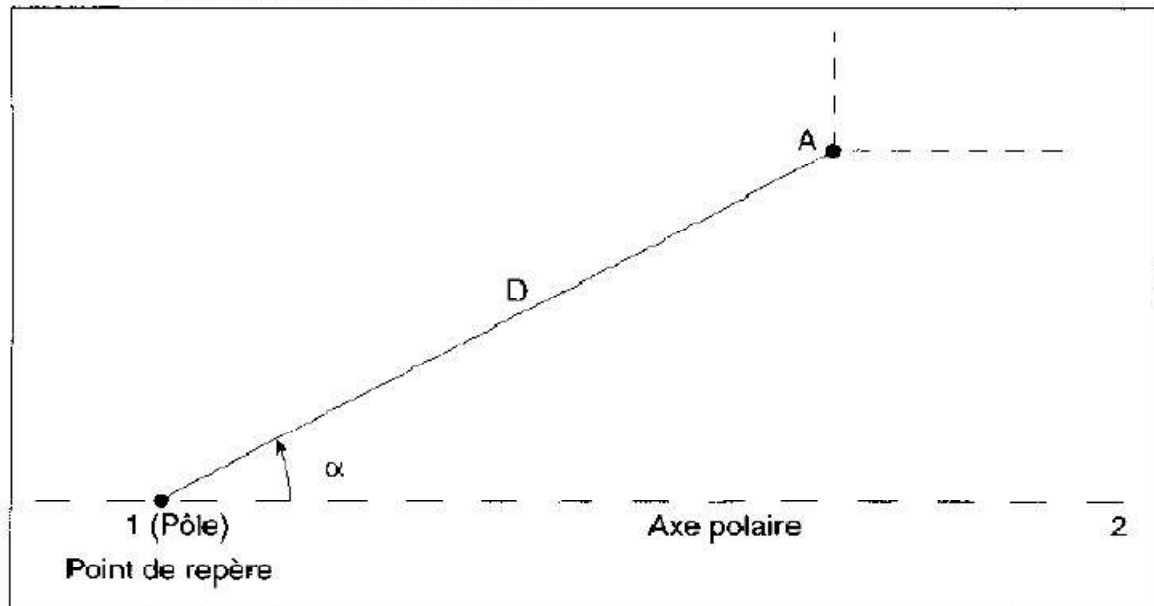
En revanche, si l'on utilise un théodolite ou un tachéomètre et que le terrain est accidenté, on utilisera la méthode par coordonnées polaires. Dans ce manuel, on se limitera à l'étude de la méthode d'implantation par rayonnement (coordonnées polaires).

L'implantation est une opération délicate et importante dont les erreurs peuvent engendrer de graves conséquences (alignements non respectés, chevauchement sur propriétés voisines, etc.). On doit donc réaliser cette tâche avec soin et précision.

Implantation par rayonnement

L'implantation par rayonnement prend le point 1 comme pôle et la ligne 1-2 comme axe polaire (figure 4.1).

Figure 4.1 Implantation par rayonnement



La position du point A peut alors être implantée à partir du point de repère 1 à l'aide :

- de la distance (D);
- de l'angle (α).

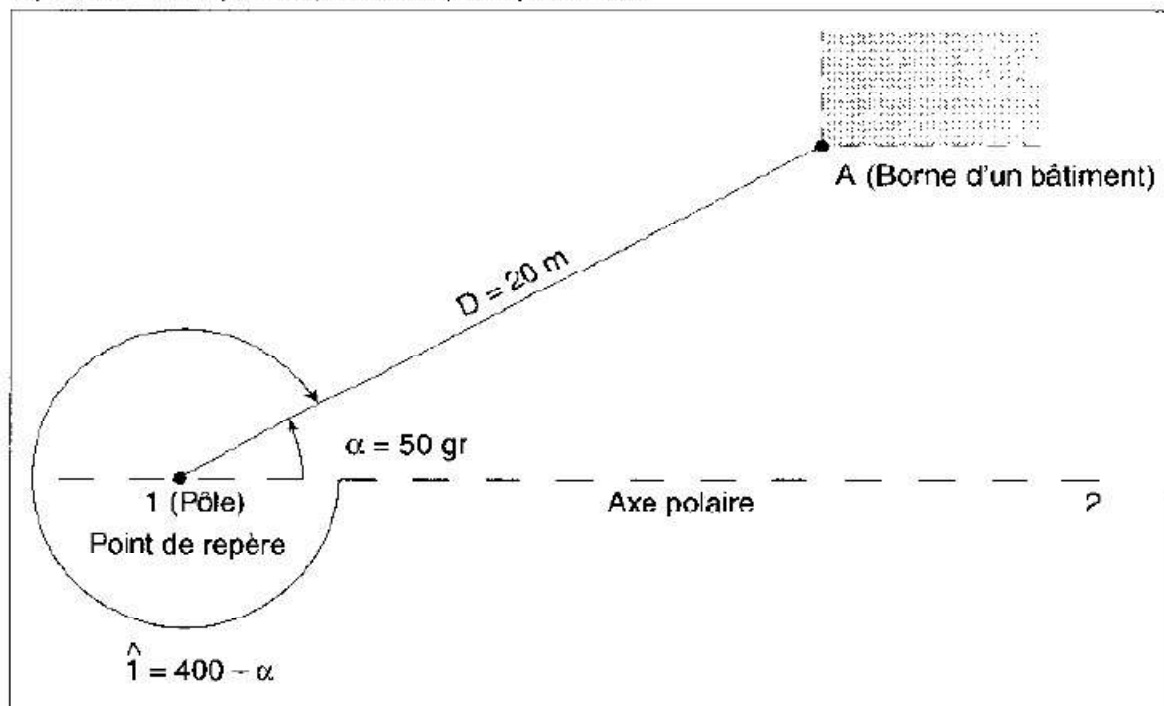
Ces deux valeurs (D et α) constituent les coordonnées polaires du point A sur le terrain.

Exemple :

On veut implanter un bâtiment (figure 4.2). On dispose d'un tachéomètre pour les mesures angulaires et d'un ruban d'acier pour mesurer les distances. L'une des bornes du bâtiment (A) est définie par les coordonnées polaires suivantes, mesurées à partir d'un point de repère 1 (pôle) :

- distance (D) = 20 m
- angle (α) = 50 gr
- angle topographique à implanter = $400 - x$

Figure 4.2 Exemple d'implantation par rayonnement



En pratique, on détermine les coordonnées polaires (D et α) comme suit :

1. Faire la mise en station de l'appareil topographique (tachéomètre) au point 1.
2. Bloquer le cercle horizontal sur la valeur $L_0 = 0,0000$ gr.
3. Viser le point 2 à l'aide de la lunette de l'appareil,
4. Libérer le cercle horizontal et faire tourner l'appareil jusqu'à ce que la valeur de l'angle 400 gr - α s'affiche.
5. Matérialiser la direction à l'aide d'un jalon.
6. Reporter la distance (D) à l'aide d'un ruban d'acier et matérialiser définitivement le point à l'aide d'un piquet.

Implantation altimétrique

L'implantation altimétrique consiste à matérialiser sur le terrain des points dont l'altitude est connue sur un plan d'urbanisme ou sur le profil d'un axe (d'une route, d'un chemin de fer, d'un réseau d'égout, etc.).

Voici comment procéder à l'implantation altimétrique d'un point (B) ayant par exemple une altitude $H_B = 1121,00$ m (figure 3.4).

1. Mettre l'appareil (tachéomètre) en station sur un point de repère dont l'altitude est connue (par exemple $H_R = 1120,00$ m).
2. Mesurer la hauteur de l'appareil (par exemple $h_a = 1,60$ m) après avoir effectué le réglage

nécessaire du tachéomètre.

3. Déterminer l'altitude du plan de nivellement :

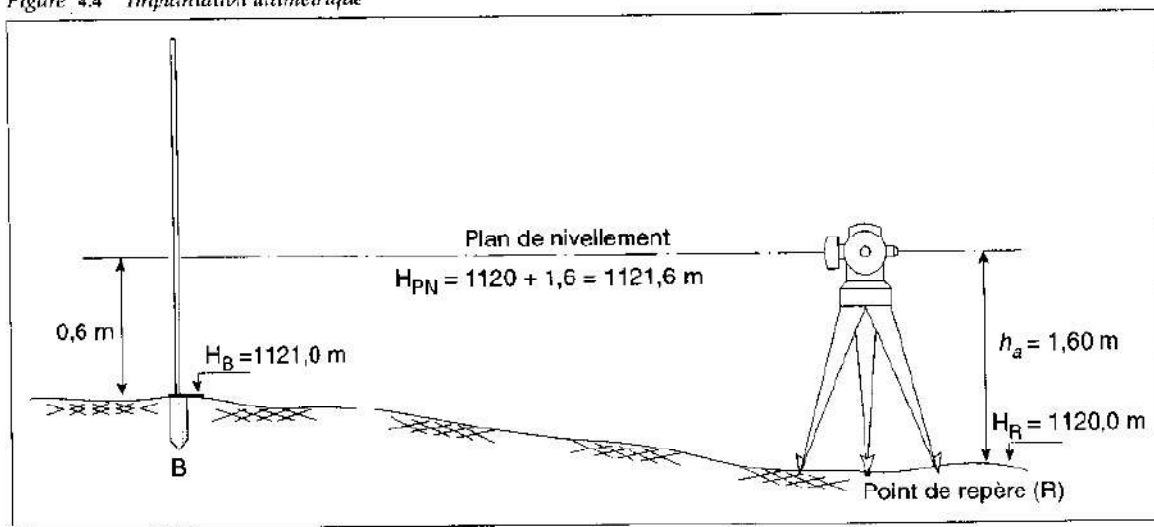
HPN = Altitude du point de repère (IIr) + hauteur de l'appareil (ha). HPN = 1120 + 1,6 HPN = 1121,60 m

4. Calculer la lecture avant qui doit s'afficher sur la mire afin que son pied suive le profil désiré. Lecture avant = HPN - IIB

Lecture avant = 1121,60 - 1121 Lecture avant = 0,6 m

- Tracer une marque sur un piquet en bois indiquant l'altitude du point désiré (HB).

Figure 4.4 Implantation altimétrique



IMPLANTATION D'UN BATIMENT

Pour effectuer un implantation d'un bâtiment sur le terrain on doit regarder le plan de masse ou ce bâtiment est présenté avec les coordonnées X et Y dans les coins au diagonale de la construction. Puis on doit matérialiser ces coordonnées sur le terrain avec des piquets en bois ou en fer. On peut faire cette opération avec le théodolite quand on sorte d'une borne en béton existante du système de coordonnées du chantier. On doit faire les mesures pour les distances OBLIGATOIRE AVEC LA ROULETTE car l'exactitude des mesures des distances optiques n'est pas suffisante. Quand les coins sont déjà matérialisés avec les piquets on doit prendre le plan de la fouille du bâtiment pour voir les talus. Les talus dépendent du sol et du sous-sol, s'il y a dans la construction du bâtiment. Ça nous montre à quelle distance on doit transmettre les piquets pour les garder pendant le déblai et comment on peut les restaurer plus tard. Sur cette position des piquets on fait une construction en bois qui entoure la fouille et sur laquelle avec des clous sont fixés les axes et les rangs du bâtiment. Cette construction porte le nom la chaise.

Quand on sait le déplacement on peut poser le théodolite sur les clous de la chaise et de restaurer chaque axe ou rang pendant le travail.

Quand il n'y a pas un plan de masse on doit faire les mêmes opérations en sortant des distances fixées des autres bâtiments, existants sur le terrain.

TECHNIQUES D'IMPLANTATION

L'implantation est l'opération qui consiste à reporter sur le terrain, suivant les indications d'un plan, la position de bâtiments, d'axes ou de points isolés dans un but de construction ou de repérage. La plupart des tracés d'implantation sont constitués de droites, de courbes et de points isolés.

Les instruments utilisés doivent permettre de positionner des alignements ou des points : théodolites, équerres optiques, rubans, niveaux, etc. L'instrument choisi dépend de la précision cherchée, elle-même fonction du type d'ouvrage à implanter : précision millimétrique pour des fondations spéciales, centimétrique pour des ouvrages courants, décimétriques pour des terrassements, etc. Les principes suivants doivent être respectés :

- aller de l'ensemble vers le détail ce qui implique de s'appuyer sur un canevas existant ou à créer ;
- prévoir des mesures surabondantes pour un contrôle sur le terrain

1. MPLANTATIONS D'ALIGNEMENTS

1.1. Tracer une perpendiculaire à un alignement existant

1.1.1. Au ruban

a) Triangle isocèle

On cherche à tracer la perpendiculaire à l'alignement AB passant par C (fig. 1). Pour cela, on utilise les propriétés du triangle isocèle ou du triangle rectangle.

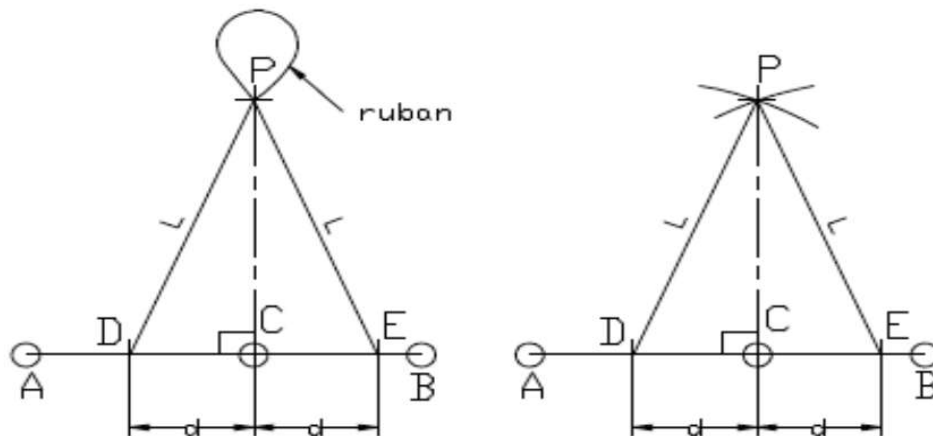


Fig.1

Soit deux points D et E situés à une égale distance de part et d'autre de C ; tout point P situé sur la perpendiculaire est équidistant de D et de E ; on construit un triangle isocèle DPE.

Pratiquement, si l'on dispose d'un ruban de 30 m, un aide maintient l'origine du ruban en D, un autre aide maintient l'extrémité du ruban en E et l'opérateur joint les graduations 13 m et 17 m, ou 14 m et 16 m, etc.

(fig. 6.1. à gauche).

Si l'on ne dispose que d'un seul aide, on peut marquer au sol un arc de cercle de centre D et de rayon R m et prendre l'intersection avec un arc de cercle de même rayon centré en E (fig. 6.1. à droite).

Le contrôle est effectué en vérifiant que $BP^2 = BC^2 + CP^2$.

a) Triangle rectangle

Si l'on positionne un point D sur AB à 3 m de C, un point P de la perpendiculaire sera distant de 4 m de C et de 5 m de D. Cette méthode est aussi appelée « méthode du 3-4-5 ». Elle s'applique aussi pour des longueurs quelconques (d'autres suites de chiffres possibles $10^2 = 8^2 + 6^2$, $15^2 = 12^2 + 9^2$, etc. multiples de 3, 4 et 5).

Pratiquement, si l'on dispose d'un ruban de 30 m, un aide maintient l'origine du ruban en D, un autre aide maintient l'extrémité du ruban en C et l'opérateur maintient ensemble les graduations 5 m et 26 m du ruban (fig.2. à gauche). Si l'on ne dispose que d'un seul aide, on peut marquer au sol un arc de cercle de centre D et de 5 m de rayon et prendre l'intersection avec un arc de cercle de 4 m de rayon centré en C (fig.2. à droite).

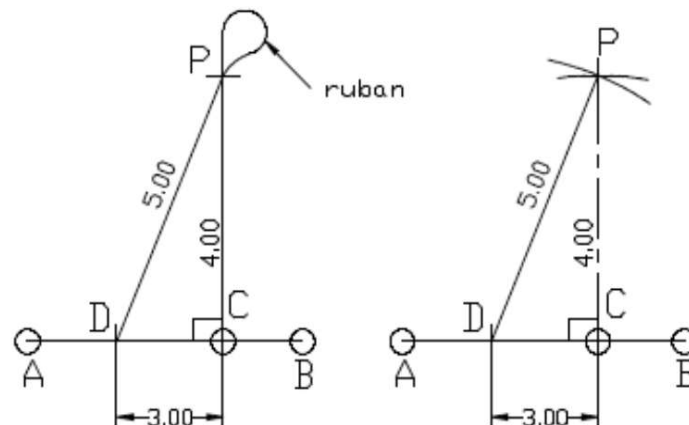


Fig.2

1.1.2. Avec une équerre optique

a) Mener une perpendiculaire depuis un point C de l'alignement AB,

On place un jalon en A et en B (fig.3.). L'opérateur se place à la verticale du point C avec l'équerre optique et aligne visuellement les jalons de A et B dans l'équerre. Ensuite, il guide

le déplacement d'un troisième jalon tenu par un aide jusqu'à ce que l'image de ce jalon soit alignée avec les deux premiers. L'aide pose alors son jalon et obtient un point P de la perpendiculaire.

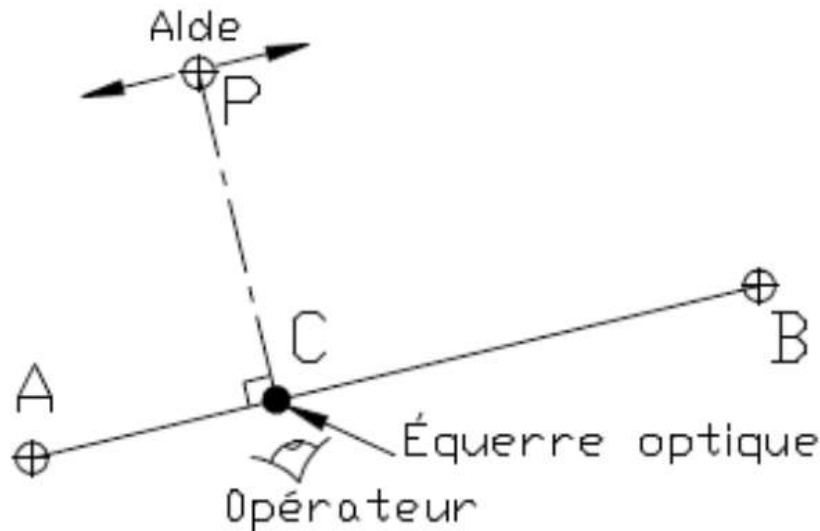


Fig.3

b) Abaisser une perpendiculaire depuis un point C extérieur à AB

On dispose trois jalons sur A, B et C (fig. 6.4.). L'opérateur se positionne au moyen de l'équerre sur l'alignement AB en alignant les images des deux jalons de A et B puis se déplace le long de AB jusqu'à aligner le troisième jalon avec les deux premiers. Lorsque l'alignement est réalisé, il pose la canne à plomber et marque le point P, pied de la perpendiculaire à AB passant par C.

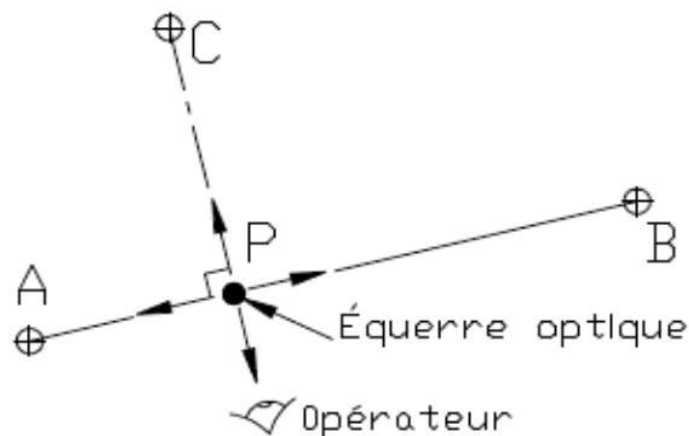


Fig.4

L'équerre optique peut s'utiliser en terrain accidenté et donne des résultats d'autant plus précis que les points sont plus éloignés.

1.1.3. Avec un théodolite ou un niveau équipé d'un cercle horizontal

Si le point donné C est sur l'alignement AB (fig. 4), il suffit de stationner C, de viser A (ou B) et de pivoter l'appareil de 100 grad (ou 300 grad).

Si le point C est extérieur à l'alignement AB (fig. 5) :

- construire une perpendiculaire d'essai en stationnant un point M de l'alignement AB, choisi à vue proche de la perpendiculaire cherchée. L'opérateur mesure la distance d séparant la perpendiculaire d'essai et le point C et construit le point P sur AB en se décalant de la même distance d . Il obtient une précision acceptable en répétant l'opération deux ou trois fois.
- stationner en B (ou en A) et de mesurer l'angle $\alpha = CBA$. Il faut ensuite stationner sur C et implanter la perpendiculaire à AB en ouvrant d'un angle de $100 - \alpha$ depuis B. Il reste à construire l'intersection entre l'alignement AB et la perpendiculaire issue de C.

On contrôlera que $AC^2 = AP^2 + PC^2$.

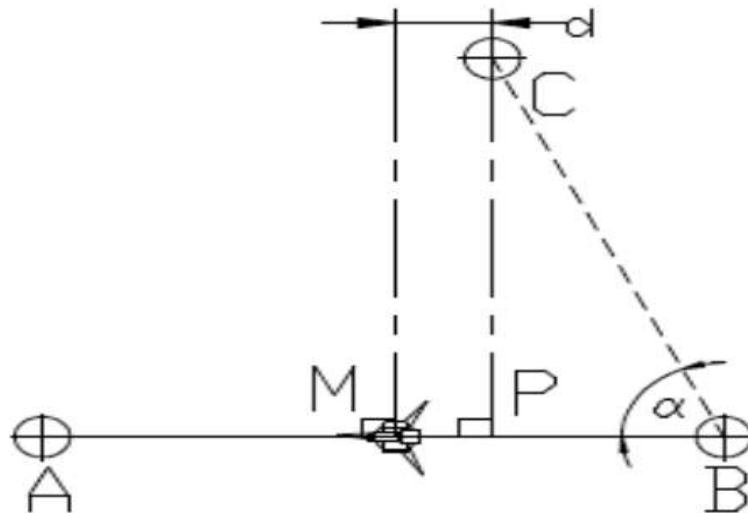


Fig .5

- placer un point E au milieu de AB (fig. 6.6.) puis stationner en C et mesurer les angles α_1 et α_2 . On en déduit l'angle α à ouvrir sur le théodolite pour obtenir la direction perpendiculaire à AB en résolvant l'équation suivante :

L'inconvénient de cette méthode est que la résolution de cette équation ne peut s'effectuer que par approximations successives.

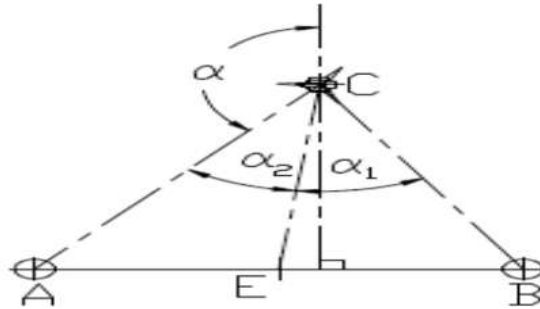


Fig .6

1.2. Tracer une parallèle à un alignement existant

Étant donné un alignement AB, on cherche à construire une parallèle à AB passant par un point C ou à une distance d donnée de AB.

1.2.1. Tracé de deux perpendiculaires

L'opérateur construit au moyen d'une des méthodes traitées au paragraphe 1.1 le point P, pied de la perpendiculaire à AB passant par C, puis la perpendiculaire à CP passant par C : cette dernière est parallèle à AB (fig. 6.7. à gauche). Si l'on peut mesurer la longueur CP, on peut aussi reporter cette longueur sur une perpendiculaire à AB passant par B (ou A) : on obtient le point C', et la droite CC' est parallèle à AB (fig. 6.7. à droite).

On contrôlera que $PC' = CB$.

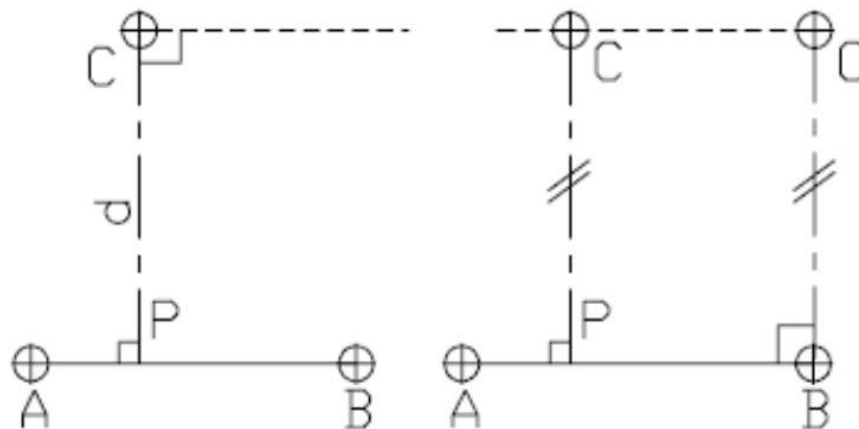


Fig .7

1.2.2. Parallélogramme

Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu. On peut utiliser ce principe et construire le point D au milieu de l'alignement CA (fig. 8). On construit ensuite le point E en

prolongeant DB (DB = DE). La droite CE est parallèle à AB puisque ABCE est un parallélogramme. Ceci peut aussi être fait à partir de points quelconques sur l'alignement AB.

Le contrôle est effectué en vérifiant que la perpendiculaire à EC passant par A est de longueur d (Une construction équivalente peut être faite en se basant sur les propriétés des triangles semblables).

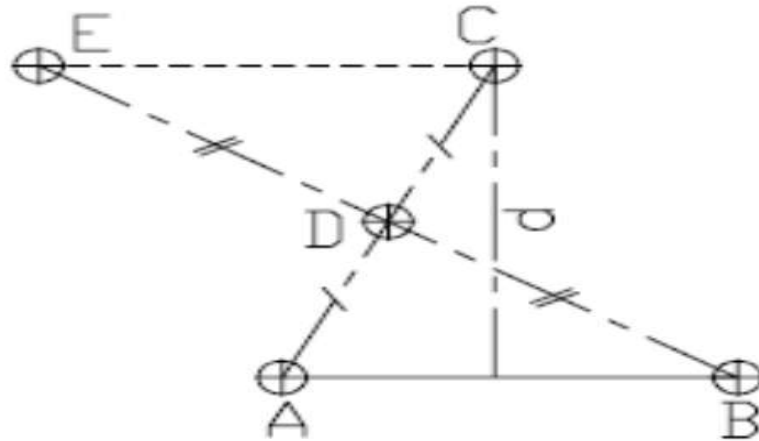


Fig .8

1.2.3. Angles alternes-internes

Si l'on dispose d'un théodolite, on peut stationner le point A et mesurer l'angle $\alpha = \text{CAB}$. On stationne ensuite en C et on ouvre de l'angle α à partir de la ligne CA (fig. 9.) pour obtenir la direction CC' parallèle à AB.

Cette méthode, qui s'applique sur tout type de terrain, est certainement la plus précise. Pour implanter le point C situé à la distance d de AB, l'opérateur peut procéder par rayonnement : il se fixe une valeur arbitraire de l'angle α et en déduit que :

$$\boxed{AC = \frac{d}{\sin \alpha}}$$

Par exemple : $AC = d / 2$, pour $\alpha = 33,333$ grad.

$AC = d / \sqrt{3}$, pour $\alpha = 50$ grad.

On contrôlera que la perpendiculaire à CC' passant par B est de longueur d .

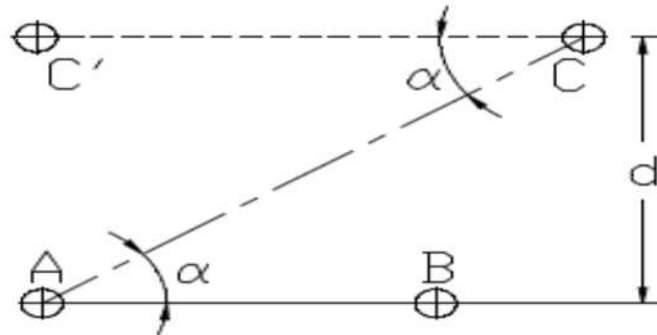


Fig .9

1.3. Alignement sécant à un alignement existant

On cherche à implanter l'alignement CD faisant un angle α avec l'alignement AB (fig.6.10.) et situé à une distance h de A.

1 - Si l'on dispose d'un théodolite et que le point S est accessible, on prolonge AB jusqu'à S en reportant

$SA = h / \sin \alpha$, puis on stationne S et on ouvre de l'angle $(400 - \alpha)$ depuis la direction SA vers SA' (avec un éventuel double retournement). Après avoir construit A', on contrôlera que $AA' = h$.

2 - Si le point S est inaccessible, hors chantier par exemple, on peut stationner le point A et ouvrir de l'angle $(300 - \alpha)$ depuis le point B puis implanter le point A' à la distance h de A. Ensuite, on stationne en A' et on ouvre d'un angle de 100 gon depuis A pour obtenir C puis de 300 gon pour obtenir D.

On contrôlera que $BA' = \sqrt{(d + h \cdot \sin \alpha)^2 + (h \cdot \cos \alpha)^2}$

3 - Si l'on ne dispose que d'un ruban, on peut procéder comme suit : construire la perpendiculaire à AB issue de A et implanter E à la distance $AE = h / \cos \alpha$ de A ; mesurer la distance $AB = d$ et implanter F sur la perpendiculaire à AB issue de B à la distance $BF = AE + d \cdot \tan \alpha$. On obtient l'alignement EF cherché.

On contrôlera que $EB = \sqrt{d^2 + (h / \cos \alpha)^2}$ et $AF = \sqrt{d^2 + (h / \cos \alpha + d \cdot \tan \alpha)^2}$

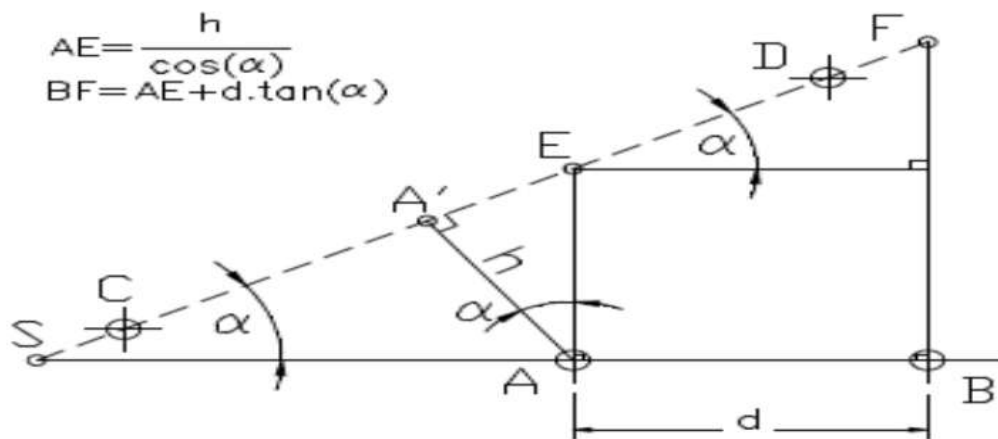


Fig .10

1.4. Prolongement d'un alignement

1.4.1. Prolonger sans obstacles

Si l'on dispose d'un niveau avec un cercle horizontal gradué, on peut stationner un des deux points de l'alignement à prolonger, puis fixer le zéro du cercle sur l'autre point, et faire pivoter le niveau de 200 grad.

Si l'on dispose d'un théodolite et que l'on recherche une grande précision, on peut (fig.11) stationner un des deux points de l'alignement à prolonger (B), pointer l'autre (A) et basculer la lunette autour de l'axe des tourillons. Ceci donne un point P1. On effectue ensuite un double retournement : cela donne un point P2. Si P1 et P2 ne sont pas confondus, le point cherché P est au milieu du segment P1-P2 ; ce procédé est aussi utilisé pour régler un théodolite. Si le théodolite utilisé est parfaitement réglé, P1 et P2 sont confondus aux imprécisions de mesure et de mise en station près.

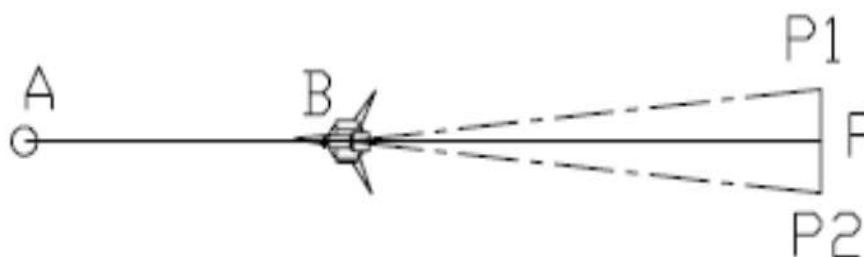


Fig .11

1.4.2. Prolonger au-delà d'un obstacle

L'alignement AB doit être prolongé au-delà d'un obstacle.

- Si l'on ne dispose pas d'un théodolite, on peut construire un alignement A'B' parallèle à AB à une distance d suffisante

pour contourner l'obstacle. On revient sur le prolongement de l'alignement AB en construisant l'alignement parallèle à A'B' à la distance d (fig. 12).

-Si l'on dispose d'un théodolite en station sur A, on implante un point E permettant de contourner l'obstacle, on mesure l'angle $\alpha = \angle BAE$ et la distance $d = AE$. Ensuite, en station E, on ouvre de l'angle $(200 - 2\alpha)$ depuis A pour obtenir la direction EC sur laquelle on reporte la distance d : cela donne le point C. Enfin en station en C, on ouvre de l'angle α depuis E et on obtient la direction CD (fig. 13). Le triangle AEC est isocèle

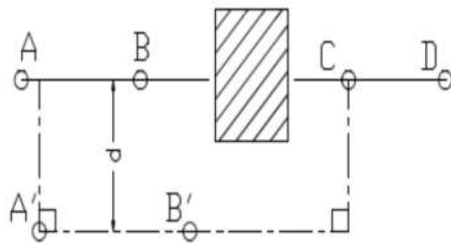


Fig .12

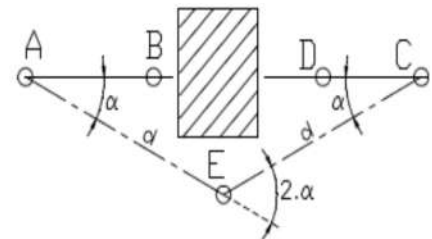


Fig .13

2. Implantation de points en planimétrie

Pour tout chantier, il est indispensable de disposer de points de référence en planimétrie.

Ces points permettent l'implantation des travaux et le contrôle de leur avancement. Ils doivent être matérialisés par des bornes ou des repères durables situés à proximité immédiate du chantier, mais hors de l'emprise des travaux. Deux points au minimum sont nécessaires, par exemple A et B, station A et orientation sur B, de coordonnées connues :

*soit en repère général (Lambert) : on les détermine alors par les procédés classiques de densification de canevas ou plus généralement par des cheminements appuyés sur des points proches connus en système général (voir tome 2, chap. 2, § 1). Étant donné le grand nombre de points présents sur notre territoire, c'est la méthode la plus employée ;

*soit en repère local : on peut alors se fixer une base de deux points qui sert de référence, un point A origine et un point B à une distance donnée de A. L'orientation peut s'effectuer à la boussole pour obtenir une valeur approximative du gisement de

la direction AB.

2.1 Par abscisses et ordonnées

Cette méthode est utilisable si l'on ne dispose que d'un ruban en terrain régulier et à peu près horizontal ou d'une équerre optique en terrain accidenté.

À partir d'un alignement de référence AB, on implante un point P à partir de ses coordonnées rectangulaires dans le repère (A, x, y), l'axe des x étant la ligne AB ; on reporte la cote x_P sur AB (point H) puis on trace la perpendiculaire à AB passant par H et on y reporte la cote y_P , (fig. 14).

On contrôle que $AP^2 = x_P^2 + y_P^2$.

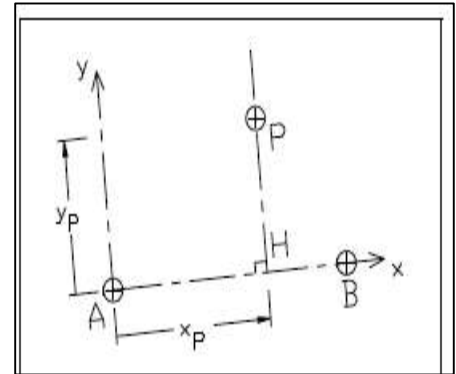


Fig. 14 : Abscisses et ordonnées

2.2 Par rayonnement

Ce procédé est adapté aux théodolites, mécaniques ou électroniques avec ou sans IMEL.

On connaît les coordonnées polaires topographiques d'un point P dans le repère (A, x, y), y étant un alignement AB donné.

Les coordonnées polaires topographiques sont, dans l'ordre, la distance horizontale $D_h = AP$ et l'angle $\alpha = \angle BAP$ positif en sens horaire (fig. 15).

Attention : si l'on dispose des coordonnées polaires mathématiques (D_h , q), il faut implanter l'angle $(100 - q)$ depuis l'axe y.

Si l'on ne dispose pas d'un théodolite, on implante l'angle α par des mesures linéaires (§ 1.3) et on reporte la distance D_h sur l'alignement AP. Veillez à tenir compte de la dénivelée en terrain incliné : on reporte la distance suivant la pente

$$D_p = \sqrt{(D_h^2 + \Delta H^2)}$$

Si l'on dispose d'un théodolite et d'un ruban en terrain régulier et à peu près horizontal, l'opérateur stationne le théodolite en A et positionne le zéro du cercle horizontal sur AB.

Il ouvre ensuite de l'angle α depuis B et positionne P à la distance horizontale D_h de A.

Le contrôle est effectué en calculant BP et en vérifiant cette cote sur le terrain. BP est calculée par résolution du triangle ABP dans lequel on connaît AB, AP et α .

On réalise l'implantation directe du point P si l'on peut tendre le ruban entre A et P :

l'opérateur maintient l'origine du ruban sur le point de station par l'intermédiaire d'un clou ou bien il le maintient au pied et aligne un aide dans la direction a. L'aide place le point à la distance D_h de la station. Si le point P est hors d'atteinte du ruban, on peut implanter deux points de l'alignement autour de P et s'appuyer sur ces points pour tendre le ruban et positionner P.

Si l'on dispose d'un IMEL, l'opérateur en station en A guide un aide tenant le miroir : il l'aligne d'abord dans la direction AP puis effectue une première lecture de la distance station-miroir. Il en déduit la valeur à corriger pour se positionner sur le point P, déterminé ainsi en quelques approximations.

Il est aussi possible de réaliser cette implantation seul au moyen d'une station robotisée : l'opérateur stationne l'appareil en A puis se déplace vers le point P. Il envoie par radio à la station robotisée les coordonnées, rectangulaires ou polaires, du point à implanter et l'appareil pointe automatiquement en direction de ce point. L'opérateur déplace alors un récepteur jusqu'à ce que la station robotisée indique qu'il se situe sur le point P.

Remarque

Il arrive fréquemment que l'on connaisse les coordonnées des points à implanter et des points de référence A et B en système général (Lambert). Dans ce cas, si l'on ne dispose que d'un théodolite mécanique, sans fonctions de calculs de coordonnées, il est pratique de calculer les coordonnées polaires des points à implanter : distance horizontale et gisement, et de les reporter directement sur le terrain. Pour cela, il suffit de calculer au préalable le gisement G_{AB} et, lors de la mise en station de l'appareil en A, d'afficher G_{AB} sur B (fig. 9.25.). Pour implanter un point P, on affiche G_{AP} sur le théodolite et on matérialise P à la distance horizontale D_h . Si les distances dépassent 200 m, il faut faire les calculs de réduction des distances.

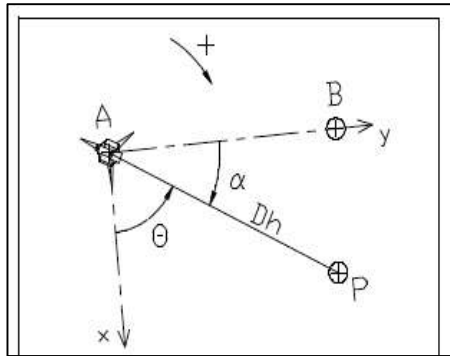


Fig.15 Rayonnement

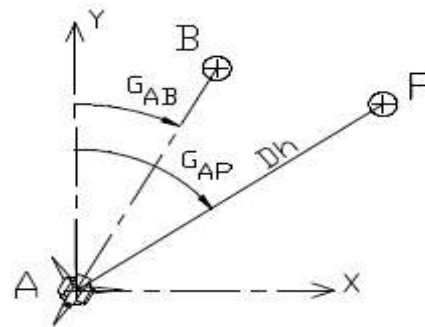


Fig.16 Implanter avec gisement et distance

3. Raccordements circulaires simples

Un raccordement circulaire simple est un arc de cercle TT' tangent à deux alignements droits ST et ST' (fig. 17). Le point S est le sommet du raccordement ; il est l'intersection des deux alignements droits. Les alignements étant connus, le point S ainsi que l'angle g sont connus. T et T' sont les points de tangence. Deux cas de figure peuvent se présenter :

1 soit le rayon R de raccordement est connu : il est choisi lors du projet et dépend de la catégorie de la route .

soit on impose un point de passage P pour ce raccordement, le franchissement d'un obstacle, rivière ou chemin de fer par exemple ;

Le rayon R est alors calculé de sorte que le raccordement passe par P .

Dans le cas le plus courant, R est connu. Les alignements ST et ST' étant aussi connus, on construit le point S d'intersection et l'on reporte les distances horizontales calculées ST et ST' . ; on procède ensuite au piquetage de plusieurs points de l'arc.

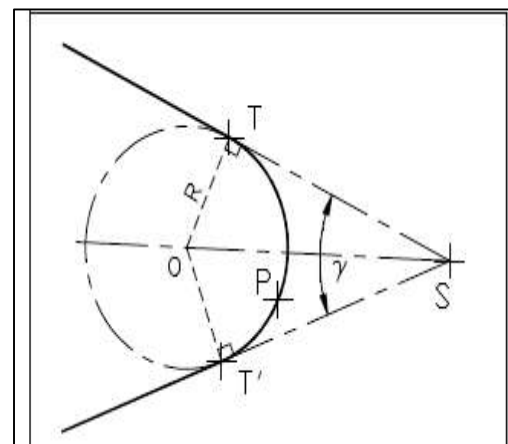


fig.17 Raccordement circulaire

$$ST = ST' = R \cdot \cotan(\gamma/2)$$

$$SO = \frac{R}{\sin(\gamma/2)}$$

Si le centre O du cercle est accessible, on peut, le stationner et piqueter l'arc de cercle.

Si l'on ne peut pas construire le point S,

non accessible, en raison de la présence d'un obstacle par exemple, on peut procéder ainsi (fig. 18) : positionner les points A et B sur les alignements ST et ST' de façon que le segment AB soit mesurable. Mesurer les angles α et β ainsi que la distance AB. Il reste à résoudre le triangle ASB et à en déduire les distances **SA et SB**, ainsi que l'angle γ entre les deux alignements :

$$\gamma = 200 - \alpha - \beta.$$

On implante enfin T et T' à partir de A et B et des distances suivantes :

$$AT = ST - SA$$

$$BT' = ST' - SB$$

$$\text{Avec : } D_{ST} = D_{ST'} = \frac{R}{\tan(\gamma/2)} = R \cdot \tan\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)$$

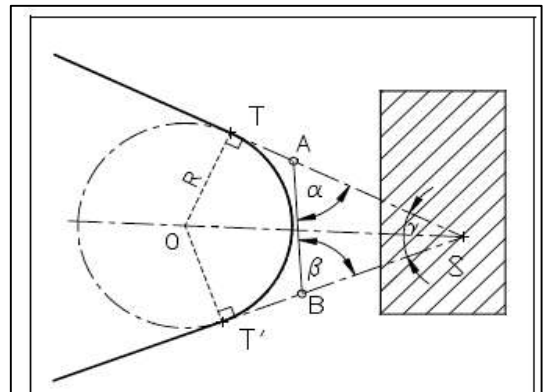


fig. 18 Sommet S inaccessible

Application

Soit un raccordement simple de rayon $R = 208,66$ m entre deux alignements droits ST et ST' (fig. 18). Le sommet S est inaccessible. Un opérateur stationne un théodolite en deux points A et B des alignements et effectue les mesures du tableau ci-dessus.

Calculez les distances d'implantation des points de tangence T et T'.

Station	Pt. visé	$H_{z_{CG}}$ (gon)	$H_{z_{\omega}}$ (gon)	Dh (m)
A	B	15,332	215,333	271,06
	T	147,049	347,049	
B	T'	87,145	287,146	
	A	205,616	5,616	271,08

Angle en A : $BAT = [(147,049 - 15,332) + (347,049 - 215,333)] / 2 = 131,717$ gon ;

d'où l'angle $\alpha = 200 - 131,717 = 68,283$ gon.

Angle en B : $T'BA = [(205,616 - 87,145) + (5,616 - 287,146) + 400] / 2$

$= 118,471$ gon ; d'où l'angle $\beta = 200 - 118,471 = 81,529$ gon.

Résolution du triangle ABS : $g = 200 - \alpha - \beta = 50,188$ gon ; $AB = 271,07$ m ;

$SA = 366,24$ m ; $SB = 335,76$ m. $ST = ST' = 208,66 \cdot \cot(50,188 / 2) = 501,65$ m ;

donc $DAT = 135,38$ m et $DBT = 165,86$ m.

4. Raccordements circulaires composés

Le raccordement est constitué de deux arcs de cercles consécutifs, tangents entre eux et dont les centres de courbure sont situés du même côté (fig. 19).

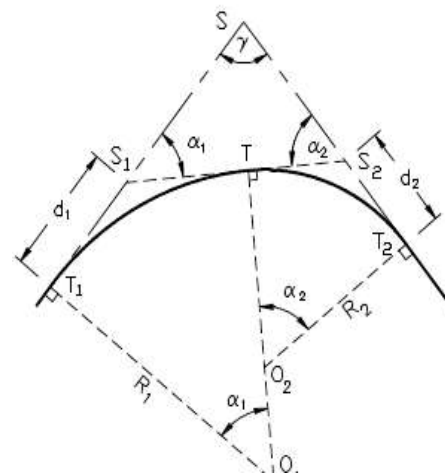


fig.19 Raccordement circulaire double

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \gamma = 200$$

$$d_1 = R_1 \cdot \tan(\alpha_1 / 2)$$

$$d_2 = R_2 \cdot \tan(\alpha_2 / 2)$$

$$\frac{SS_1}{\sin \alpha_2} = \frac{S_1 S_2}{\sin \gamma} = \frac{SS_2}{\sin \alpha_1}$$

$$S_1 S_2 = d_1 + d_2$$

$$ST_1 = SS_1 + d_1$$

$$ST_2 = SS_2 + d_2$$

$$T_1 T_2^2 = ST_1^2 + ST_2^2 - 2 \cdot ST_1 \cdot ST_2 \cdot \cos \gamma$$

$$L_{\text{Arc TT1}} = R_1 \cdot \alpha_1 \cdot \pi / 200 \quad \text{si } \alpha_1 \text{ est en gon.}$$

$$L_{\text{Arc TT2}} = R_2 \cdot \alpha_2 \cdot \pi / 200 \quad \text{si } \alpha_2 \text{ est en gon.}$$

Plusieurs types de calculs sont menés suivant les données dont l'opérateur dispose. Les deux cas les plus courants sont envisagés ci-après (fig. 19).

***R1 et R2 , ST1 , (ou ST2) et g sont connus**

On utilise une construction intermédiaire (fig. 9.47.), à savoir le prolongement du cercle de centre O_1 et de rayon R_1 et la construction de $S'T'$ parallèle à ST_2 . On peut écrire :

$$\begin{aligned} O_1 T' &= R_1 = O_1 H + HH' + H'T' & O_1 H &= (R_1 - R_2) \cdot \cos \alpha_2 \\ HH' &= R_2 & H'T' &= SS' \cdot \sin \gamma \\ SS' &= R_1 \cdot \cot(\gamma/2) - ST_1 \end{aligned}$$

Donc : $R_1 = (R_1 - R_2) \cdot \cos \alpha_2 + R_2 + [R_1 \cdot \cot(\gamma/2) - ST_1] \cdot \sin \gamma$

Par ailleurs : $1 - \cot(\gamma/2) \cdot \sin \gamma = -\cos \gamma$

On en déduit que : $\cos \alpha_2 = \frac{ST_1 \cdot \sin \gamma - R_1 \cdot \cos \gamma - R_2}{R_1 - R_2}$

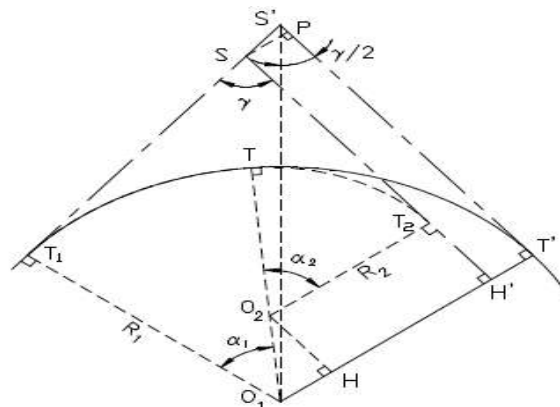


fig.19 Calcul du raccordement circulaire double

Et, par analogie :

$$\cos \alpha_1 = \frac{ST_2 \cdot \sin \gamma - R_2 \cdot \cos \gamma - R_1}{R_2 - R_1}$$

On vérifie que $\alpha_1 + \alpha_2 + \gamma = 200$ gon.

La distance d'implantation est :

$$ST_2 = S'T' - S'P - T_2H' = R_1 \cdot \cot(\gamma/2) - [R_1 \cdot \cot(\gamma/2) - ST_1] \cdot \cos \gamma - (R_1 - R_2) \cdot \sin \alpha_2.$$

finalement : On peut enfin contrôler que :

$$\begin{cases} ST_2 = R_1 \cdot \sin \gamma + ST_1 \cdot \cos \gamma - (R_1 - R_2) \cdot \sin \alpha_2 \\ ST_1 = R_2 \cdot \sin \gamma + ST_2 \cdot \cos \gamma - (R_2 - R_1) \cdot \sin \alpha_1 \end{cases}$$

Ces formules ne sont valables que dans le cas de figure étudié. Elles devront être redémontrées à l'aide du même principe pour des configurations différentes.

***R1 (ou R2), ST1 , ST2 et g sont connus:**

En reprenant les équations démontrées au paragraphe 5.2.1 ci-avant, on écrit:

$$\left. \begin{aligned} R_1 - R_2 &= \frac{[R_1 \cdot \cot(\gamma/2) - ST_1] \sin \gamma}{1 - \cos \alpha_2} \\ R_1 - R_2 &= \frac{R_1 \cdot \sin \gamma + ST_1 \cdot \cos \gamma - ST_2}{\sin \alpha_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1 - \cos \alpha_2}{\sin \alpha_2} = \frac{R_1(1 + \cos \gamma) - ST_1 \cdot \sin \gamma}{R_1 \cdot \sin \gamma + ST_1 \cdot \cos \gamma - ST_2}$$

$$\alpha_2 \text{ étant calculé, on peut en déduire } R_2: \quad R_2 = R_1 + \frac{ST_2 - R_1 \cdot \sin \gamma - ST_1 \cdot \cos \gamma}{\sin \alpha_2}$$

Par analogie, on obtient les équations de calcul de α_1 et R_1 avec $\frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$:

$$\tan(\alpha_1/2) = \frac{R_2(1 + \cos \gamma) - ST_2 \cdot \sin \gamma}{R_2 \cdot \sin \gamma + ST_2 \cdot \cos \gamma - ST_1} \quad \text{et} \quad R_1 = R_2 + \frac{ST_1 - R_2 \cdot \sin \gamma - ST_2 \cdot \cos \gamma}{\sin \alpha_1}$$

6. Raccordement circulaire triple

Le principe des calculs reste le même : comme dans le cas précédent, on procède par décomposition de la figure générale. Les données sont les suivantes :

soit les trois rayons R_1 , R_2 et R_3 , deux des angles α_1 , α_2 ou α_3 et une tangente ST_1 , ST_2 ou ST_3 ;

soit les trois rayons R_1 , R_2 et R_3 , un des angles α_1 , α_2 ou α_3 et deux tangentes ST_1 , ST_2 ou ST_3 ;

soit deux des trois rayons R_1 , R_2 ou R_3 , deux des angles α_1 , α_2 ou α_3 et deux tangentes ST_1 , ST_2 ou ST_3

Exercice

Les données sont les suivantes

$$g = 82,6480 \text{ gon}$$

$$I_1 (58,612 \text{ m} ; 543,234 \text{ m})$$

$$I_2 (489,598 \text{ m} ; 512,769 \text{ m})$$

$$R_1 = 714,250 \text{ m}$$

$$\alpha_1 = 48,2590 \text{ gon}$$

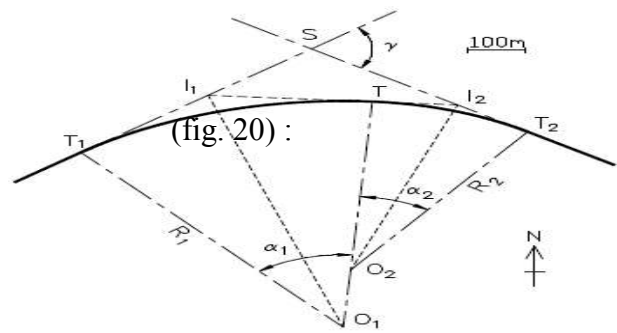


fig.20 exercice raccordement circulaire double

Calculez le rayon R_2 , l'angle α_2

ainsi que les distances d'implantation

$I_1 - T_1$ et $I_2 - T_2$.

Donnez les coordonnées des points dans le repère local dans lequel sont exprimés I_1 et I_2

Résolution:

Dans le triangle SI_1I_2 , $200 - \gamma + \alpha_1 + \alpha_2 = 200 \text{ gon}$, donc $\alpha_2 = \gamma - \alpha_1 = 34,3890 \text{ gon}$.

$$R_2 = I_2T_2 \cdot \cotan(\alpha_2/2) \quad I_2T_2 = I_1I_2 - I_1T \quad \text{et} \quad I_1T = R_1 \cdot \tan(\alpha_1/2)$$

$$R_2 = [I_1I_2 - R_1 \cdot \tan(\alpha_1/2)] \cdot \cotan(\alpha_2/2) = 533,086 \text{ m}$$

$$I_1T_1 = R_1 \cdot \tan(\alpha_1/2) = 284,474 \text{ m}$$

$$I_2T_2 = R_2 \cdot \tan(\alpha_2/2) = 147,588 \text{ m}$$

Les coordonnées des points sont obtenues à partir du gisement $G_{I_1I_2} = 104,4926 \text{ gon}$.

On calcule T à partir de I_1 (ou I_2) avec G_{I_1T} et $I_1T = 284,474 \text{ m}$ (ou $I_2T = 147,588 \text{ m}$).

On calcule T_1 à partir de I_1 avec $G_{I_1T_1} = G_{I_1T} - \alpha_1 + 200 = 256,2336 \text{ gon}$. On calcule

T_2 à partir de I_2 avec $G_{I_2T_2} = G_{I_1T_2} + \alpha_2 - 200 = 138,8816 \text{ gon}$. On calcule O_1 à partir de

T_1 avec $G_{T_1O_1} = G_{T_1I_1} + 100 = 156,2336 \text{ gon}$. On calcule O_2 à partir de T_2 avec $G_{T_2O_2} = G_{T_2I_2} - 100 = 238,8816 \text{ gon}$. Les résultats sont les suivants :

$$O_1 (292,015 \text{ m} ; -189,297 \text{ m}) ; O_2 (304,789 \text{ m} ; -8,583 \text{ m}) ; T (342,378 \text{ m} ; 523,176 \text{ m})$$

$$T_1 (-161,243 \text{ m} ; 362,709 \text{ m}) ; T_2 (610,505 \text{ m} ; 428,130 \text{ m}) ; S (236,925 \text{ m} ; 689,649 \text{ m})$$

7. Implantation d'un bâtiment

Bâtiments courants

Il s'agit des bâtiments de petites et moyennes dimensions (villas, petits immeubles, etc.) généralement fondés superficiellement, c'est-à-dire à de faibles profondeurs par rapport au dernier niveau excavé.

On matérialise cette emprise par les limites extérieures des terrassements, axes AA', BB', CC', etc. de la figure 21., les piquets étant placés en dehors de la zone à terrasser. Pratiquement, le piquetage est réalisé par les méthodes traitées aux paragraphes 1 et 2 en s'appuyant sur des repères connus ou sur les bâtiments voisins, ou encore sur les constructions du domaine public. Lors de l'exécution des terrassements, on contrôle la progression par nivellement régulier du fond de fouilles en s'appuyant sur un repère de nivellement

