CHAPITRE 1

CISAILLEMENT

1.1 Définition

Dans le chapitre précédent nous avons étudié les contraintes tangentielles engendrées par un effort tranchant en présence d'un moment fléchissant. Nous allons maintenant considérer les contraintes tangentielles dues à l'effort tranchant seul.

Un corps est sollicité au cisaillement lorsqu'il est soumis à deux forces opposées qui tendent à le séparer en deux tronçons glissant l'un par rapport à l'autre suivant le plan d'une section.

1.2 Applications

En pratique, un bon nombre d'éléments de structure travaille principalement sous cisaillement. Le cisaillement peut être utilisé dans le dimensionnement de pièces travaillant en cisaillement. Les exemples les plus simples sont les assemblages par boulons ou par rivets, ou encore les assemblages par soudure.

1.2.1 Assemblage par rivets

Les assemblages par rivets servent aux pièces d'épaisseur faible ou moyenne, comme les tôles et les profilés, en charpente et en chaudronnerie. Ils nécessitent un perçage préalable des pièces à assembler, ainsi que l'emploi de riveteuses, machines qui servent à écraser l'extrémité du rivet opposée à la tête, afin de réaliser l'assemblage.

Si le système assemblé se trouve sollicité en traction, l'effort de traction va être transmis au rivet qui va travailler en cisaillement pur.

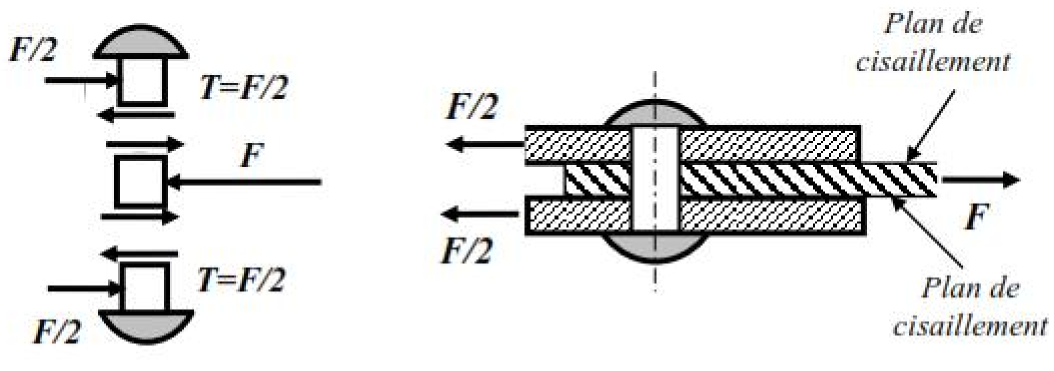


Figure 1.1 : Assemblage par rivets.

1.2.2 Assemblage par boulons

Les boulons sont composés d'une vis et d'un écrou (Figure 1.2). Ils sont utilisés lorsque l'on désire démonter ultérieurement les pièces ou que les autres types d'assemblages mécaniques ne correspondent pas aux performances souhaitées.

Dans le cas de l'assemblage par boulons ordinaires, on empêche le déplacement relatif des éléments de l'assemblage en amenant ces éléments au contact du corps de la vis. C'est alors la résistance au cisaillement de la vis qui assure la tenue de l'assemblage.

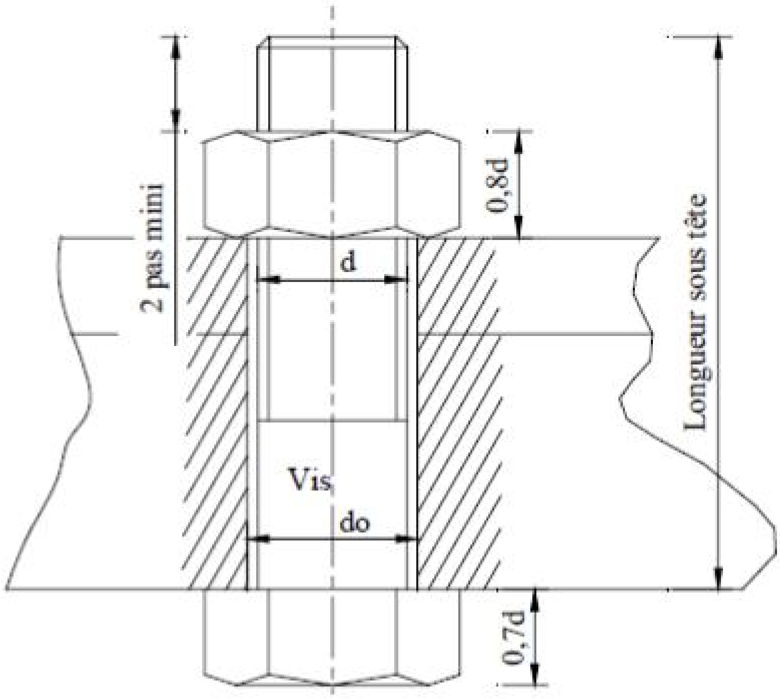


Figure 1.2 : Schématisation d'un boulon.

1.3 Contrainte de cisaillement

On considère une tôle de section **A** encastrée dans un massif rigide fixe (Figure 1.3). Le long de ce massif, on applique verticalement la lame d'une cisaille avec une force **V** perpendiculaire à l'axe longitudinal **xx**'. Le principe de l'action et de la réaction fait que le massif exerce une force de réaction égale et opposée à **T** (appelée **effort tranchant)**. La tôle est alors soumise au cisaillement. Si la cisaille est suffisamment tranchante, elle fait glisser les sections immédiatement voisines l'une sur l'autre au niveau de l'encastrement. En supposant que toutes les fibres de la tôle supportent la même contrainte.

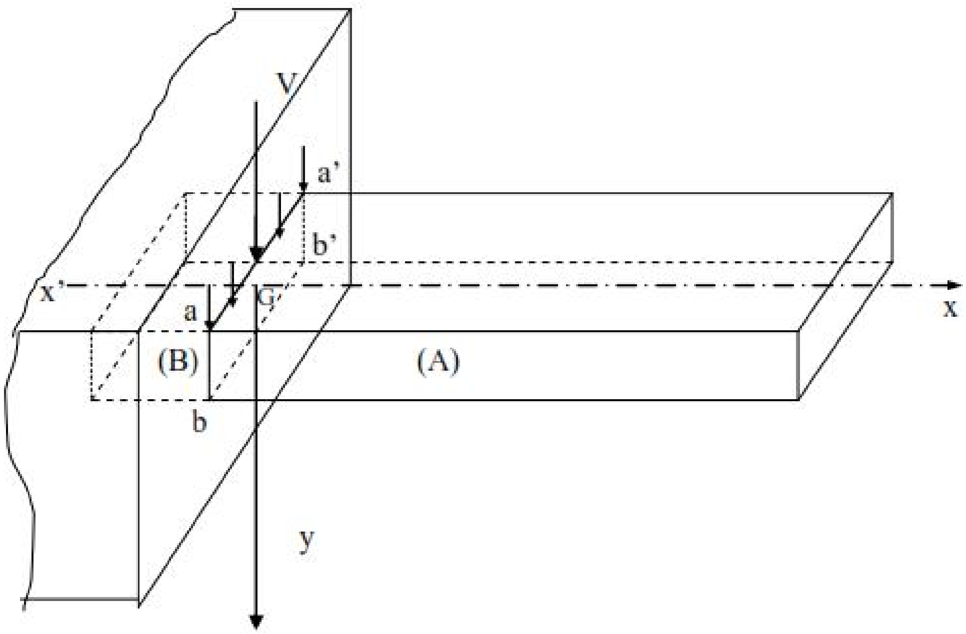


Figure 1.3 : Système soumis à un effort tranchant.

L'effort V agit dans le plan de la section droite d'encastrement aa'bb' et il est supposé uniformément réparti le long de l'arête aa'. En réalité, la section aa'bb' est très voisine de V mais à gauche de son plan d'application, du fait qu'il est impossible que V s'exerce rigoureusement dans le plan d'encastrement (Figure 1.4). (Δx très petit.)

Remarque : On admet que la répartition des forces intérieures est uniforme, ce qui entraîne la répartition uniforme des contraintes.

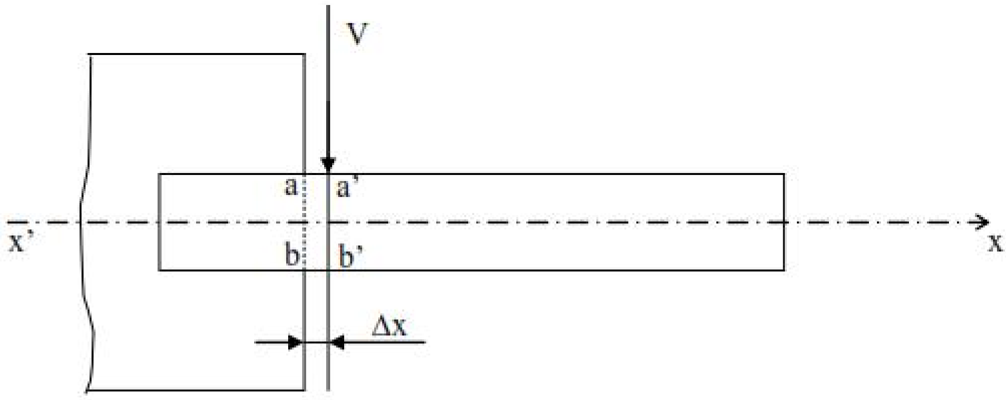


Figure 1.4 : Force de cisaillement en un point d'une section.

Mise en équilibre du tronçon (A) : la section droite S (aa'bb') sépare le prisme en deux tronçons A et B. Pour la mise en équilibre, négligeons Δx (cas idéal du cisaillment). Le tronçon A est soumis :

- ✓ à son poids, négligé devant V,
- ✓ à V, l'effort tranchant,
- ✓ à l'action du tronçon B (forces intérieures) qui se traduit par :

$$V' = \sum (\tau \,.\, dS) = \tau \,.\, S \qquad (1.1)$$

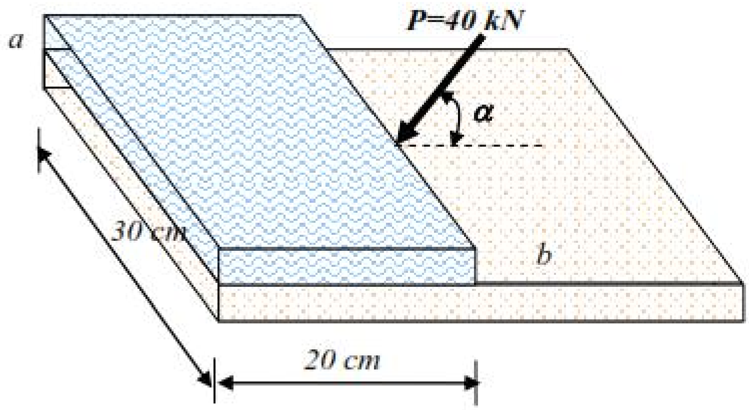
Par projection sur Gy, on obtient : $V' - \tau \,.\, dS = 0$

La valeur moyenne de la contrainte tangentielle de cisaillement est :

$$\tau = \frac{V}{S} \qquad (1.2)$$

- ➢ ***Exemple 11***

Calculer la contrainte moyenne sur le plan ab sur la figure ci-dessous.



Solution de l'exemple 1.1

La contrainte moyenne sur le plan ab est:

$$\tau = \frac{V}{S} = \frac{P\cos\alpha}{S}$$

D'où pour α, par exemple, égal à 45° on a :

$$\tau = \frac{40\sqrt{2}}{2\,(20\times30)} = 0{,}047\ \mathrm{kN/cm^2}$$

1.4 <u>Déformation élastique en cisaillement</u>

L'essai de cisaillement peut être effectué comme l'indique le montage de la Figure 1.5, l'effort V s'exerçant lentement.

Rappelons que les sections ab et a_1b_1 sont très voisines et distantes de Δx.

Après déformation, la section a_1b_1 vient en a_2b_2 et la dénivellation a_1a_2 mesure alors le glissement transversal (Figure 1.5 b).

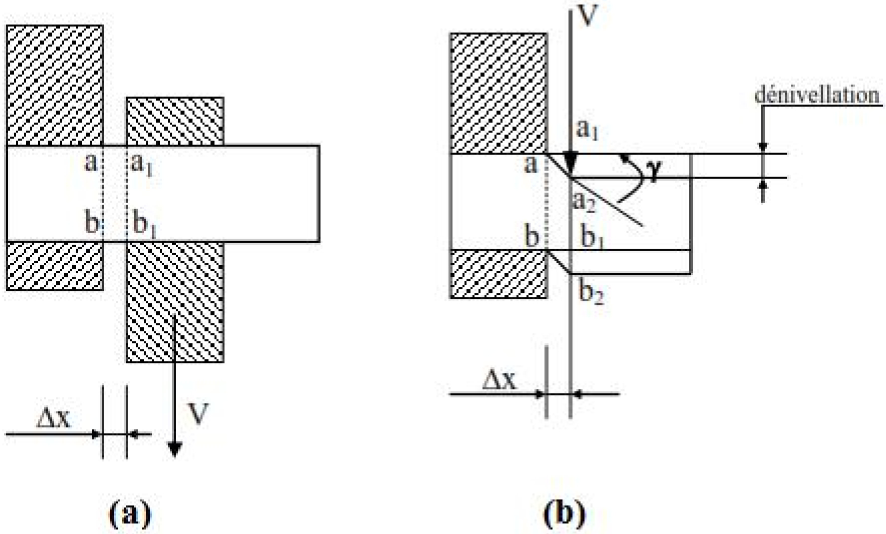


Figure 1.5 : Déformation élastique en cisaillement

(a)Avant sollicitation, (b) Pendant la sollicitation en cisaillement.

Si on admet que a a_2 reste rectiligne, on définit la déformation par le rapport :

$$tg\gamma = \frac{a_1\, a_2}{\Delta x} \qquad (1.3)$$

Avec γ, angle de glissement ;

Pour beaucoup de matériaux, la déformation de cisaillement est linéairement proportionnelle à la contrainte de cisaillement dans certaines limites (glissement faible). Cette dépendance linéaire est semblable au cas de la traction et de la compression directe. Dans les limites de la proportionnalité, on a

$$\tau = G\,\gamma \qquad (1.4)$$

Par ailleurs, puisque nous restons dans le domaine élastique, donc :

$\frac{V}{a_1\, a_2} = Cte$ (par analogie avec l'essai de traction σ = E . ε) et $tg\gamma \approx \gamma$

Soit : $$G = \frac{\frac{V}{S}}{\frac{a_1\, a_2}{\Delta x}} \qquad (1.5)$$

D'où $$\gamma = \frac{V}{G.S} \qquad (1.6)$$

Avec :

- ✓ γ : s'appelle "distorsion" ou "déformation de cisaillement".
- ✓ **G** : module d'élasticité transversale de cisaillement **(module de coulomb)**

Le coefficient de proportionnalité **G** est semblable au module de Young E, pour la traction et la compression. Pour la plupart des matériaux E est environ 2.5 fois plus grand que G. Pour les métaux $G \approx 0.4\ E$, par exemple :

Aciers : E = 200 000 N/mm^2 et G = 80 000 N/mm^2 ;

Fontes : E = 100 000 N/mm^2 et G = 40 000 N/mm^2.

- ➢ ***Exemple 1.2***

La contrainte de cisaillement dans un corps métallique est égale à 1050 kg/cm^2. Si le module de cisaillement vaut 8400 kN/cm^2, déterminer la déformation de cisaillement.

Solution de l'exemple 1.2

La déformation de cisaillement est:

$$\gamma = \frac{\tau}{G} = \frac{1050}{840000} = 0{,}00125\ rad = 0{,}225°$$

$$\gamma = 0{,}225°$$

1.5 Etat de cisaillement pur

Dans l'état de contrainte de cisaillement pur, les contraintes principales suivant les plans inclinés à 45° sont :

$$\sigma_1 = -\sigma_2 = \tau \qquad (1.7)$$

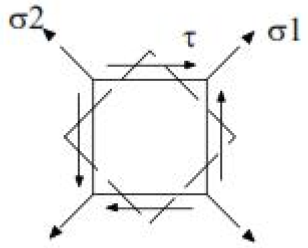


Figure 1.6 : Etat de contrainte de cisaillement pur.

1.6 Condition de résistance au cisaillement

Le calcul de cisaillement pur consiste à déterminer la contrainte tangentielle τ_{max} dans l'élément le plus sollicité et comparer cette valeur avec la contrainte admissible. La contrainte de résistance au cisaillement s'écrit sous la forme :

$$\tau_{max} \leq [\tau] \qquad (1.8)$$

La contrainte de cisaillement admissible est déterminée en fonction de la contrainte normale admissible qui est une caractéristique du matériau.

D'après la première théorie de résistance :

$$\sigma_1 = \tau \leq [\tau] \Rightarrow [\tau] = [\sigma] \qquad (1.9)$$

D'après la deuxième théorie :

$$\sigma_1 - \nu\,\sigma_2 \leq [\sigma]$$

$$\tau + \nu\,\tau \leq [\sigma]$$

$$\tau \leq \frac{[\sigma]}{1+\nu} \Rightarrow [\tau] \leq \frac{[\sigma]}{1+\nu} \qquad (1.10)$$

Pour les métaux : $\nu = 0{,}25$ à $0{,}42 \Rightarrow [\tau] = (0{,}7 \text{ à } 0{,}8)[\sigma]$

D'après la troisième théorie :

$$\sigma_1 - \sigma_2 \leq [\sigma]$$

$$\tau + \tau \leq [\tau]$$

$$\tau \leq \frac{[\sigma]}{2} \Rightarrow [\tau] \leq \frac{[\sigma]}{2} \qquad (1.11)$$

D'après la quatrième théorie

$$\sqrt{\sigma_1{}^2 + \sigma_2{}^2 - \sigma_1\,\sigma_2} \leq [\sigma]$$

$$\tau \leq \frac{[\sigma]}{\sqrt{3}} \Rightarrow [\tau] = \frac{[\sigma]}{\sqrt{3}} \approx 0{,}6\,[\sigma] \qquad (1.12)$$

Remarque : notons que lors du calcul des éléments en matériaux ductiles (boulons, rivets, …..etc.) Cette dernière formule est la plus utilisée.