Chapitre 1
RAPPELS

A- Propriétés des fluides

1- Le fluide : C'est un milieu matériel continu déformable sans rigidité qui peut s'écouler. La notion de fluide s'oppose à la notion de solide, mais l'un et l'autre sont considérés comme formés d'un grand nombre de particules matérielles petites :
- solidement liées entre elles dans le cas des solides.
-Libres de se déplacer les unes par rapport aux autres dans le cas des fluides.
Parmi les fluides on fait la distinction entre liquides et gaz :
Un liquide : c'est un fluide qui occupe le meme volume quelque soit la forme, il est incompressible et il présente une surface libre.
Un gaz : Il tend à occuper tout le volume qui lui est offert, il est compressible(donc expansible) et il ne présente pas de surface libre.
2- Le milieu continu : c'est un milieu matériel pour lequel les propriétés physiques telles que la densité, la température… ont une valeur définie en chaque point. Ceci reste vrai tant que les dimensions de notre système sont très grandes devant les dimensions atomiques.
3- Force de volume – Force de surface : On classe les forces qui agissent sur un fluide en deux catégories selon leur portée :
- Les forces de volumes sont les forces de pesanteur, magnétiques, électriques etc… qui exercent des actions sur les particules intérieures à une surface s et qui sont proportionnelles à l'élément de volume considéré.
- Les forces de surface sont des forces normales de pression ou des forces tangentielles dues à la viscosité ou contraintes. Elles sont proportionnelles à l'élément de surface considéré. Les forces de surface s'appliquant sur un élément de volume cubique sont données par : ou T est le tenseur des contraintes.
4- Fluide parfait et fluide visqueux : L'expérience nous montre qu'un fluide réel adhère à la paroi sur laquelle il s'écoule. Cette adhérence est due à une propriété du fluide qu'on appelle viscosité dynamique μ. Tous les fluides sont visqueux. Cependant dans certains cas et afin de simplifier les équations, on suppose que le fluide n'a pas cette propriété qui est la viscosité. Ce fluide est donc parfait : Il glisse sur la paroi sur laquelle il s'écoule et n'y adhère
pas.
5- Fluide Newtonien : C'est un fluide pour lequel les contraintes (forces tangencielles par unité de surface) sont liées aux déformations (gradient de vitesse) par une relation linéaire.
6- Fluide compressible-Fluide incompressible : Un fluide est dit compressible quand sa masse volumique change à travers le champs d'écoulement et / ou à travers le temps (changement du principalement à la variation de pression). Il est incompressible dans le cas contraire.
7- Grandeurs physiques importantes :
♣ La pression : c'est la force par unité de surface dans la direction normale à cette surface.

$$P = \frac{F}{S} \qquad [p] = \frac{MLT^{-2}}{L^2} = ML^{-1}T^{-2}$$

Unité : N/m2 ou pascal (pa)
♣ La masse volumique : c'est la masse par unité de volume.

$$\rho = \frac{M}{V} \qquad [\rho] = ML^{-3}$$

Unité : Kg/m3

♣ Le coefficient de conductibilité thermique :
Quand un corps solide ou fluide est le siège d'un gradient de température, de l'énergie sous forme de chaleur diffuse des régions chaudes vers les régions froides. Par unité de section et de temps, cette énergie (flux de puissance) est proportionnelle au gradient de température.
λ: coefficient de conductibilité thermique

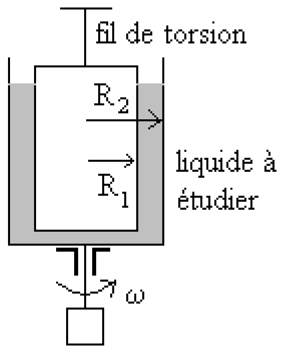
$$[\lambda] = MLT^{-3}(temperature)^{-1}$$

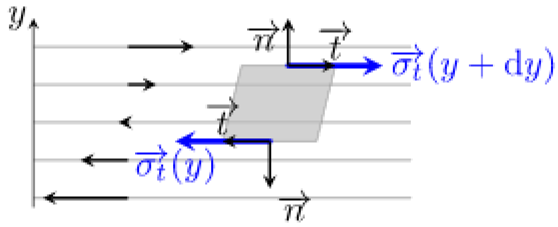
Unité : watt/m K

♣ La viscosité : c'est une propriété du fluide qui traduit sa résistance au mouvement.
Viscosité dynamique : $[\mu] = ML^{-1}T^{-1}$
unité : Kg/m.s
Viscosité cinématique : $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ $[\nu] = L^2T^{-1}$
, unité : m^2/s

8- Viscosité – Expérience de couette :

Expérience de Couette





Considérons un fluide enfermé entre deux cylindres, l'un (de rayon R_2) mobile, l'autre (de rayon R_1) fixé via un fil de torsion. On constate que lorsque la cavité cylindrique extérieure est mise en rotation à la vitesse angulaire ω, le cylindre intérieur tourne d'un angle α par rapport à sa position d'équilibre.

Analysons en détail le phénomène :

1) La torsion du fil conduit à l'existence d'un couple dont les forces de pression ne peuvent pas être responsables. On est donc obligé d'admettre l'existence d'efforts tangentiels.
2) On observe que les particules de fluide adhèrent aux parois. Il existe donc un gradient de vitesse au sein de l'écoulement.
3) Pour les fluides simples, l'angle α augmente proportionnellement à ω. Les efforts tangentiels augmentent donc proportionnellement au gradient de vitesse.

L'expérience montre que, lors de l'écoulement d'un fluide, la pression ne suffit pas à expliquer les phénomènes et qu'il convient d'introduire des forces tangentielles qui s'opposent au mouvement du fluide. Ces forces, de type frottement, dues aux interactions entre molécules du fluide, sont appelées forces de viscosité. La contrainte (force par unité de surface) $\vec{\sigma}$ qu'exerce une couche de fluide supérieure sur un élément de surface d'une couche de fluide inférieure, s'écrit :

$$\vec{\sigma} = \frac{\overrightarrow{dF}}{ds} = \sigma_n \vec{n} + \sigma_t \vec{t} \qquad avec\ \ \sigma_n = -p$$

Entre deux couches successives de fluide en écoulement unidimensionnel à la vitesse $\vec{v}$, il existe des contraintes tangentielles à l'écoulement qui accélèrent la couche la plus lente et ralentissent la couche la plus rapide. Par définition d'un fluide newtonien, les forces visqueuses sont proportionnelles à la différence de vitesse c'est-à-dire au gradient de vitesse.

$$\sigma_t = \mu \frac{\partial v}{\partial n}$$

Où $\frac{\partial v}{\partial n}$ désigne le gradient de vitesse dans la direction normale à la surface. De manière générale, la contrainte visqueuse varie comme la vitesse de cisaillement. La constante de proportionnalité μ est caractéristique du fluide et désigne la viscosité dynamique du fluide.

L'analyse dimensionnelle de la relation précédente donne :

$$[\mu] = \frac{[F]}{L^2}\frac{[v]}{L} = \frac{[F]}{L^2}T$$

Ainsi, la viscosité est homogène à une pression x temps. On l'exprime indifféremment en pascal. Seconde (Pa.s) ou en poiseuille (Pl).

Le viscosimètre est l'appareil de mesure de la viscosité. Différents types de viscosimètre existent suivant le type de fluide utilisé. Pour les liquides, on utilise essentiellement le viscosimètre de Couette ou le viscosimètre à tube capillaire.

Ordres de grandeur

Pour les liquides, la viscosité varie fortement avec la température (elle diminue lorsque la température augmente). Pour des liquides purs, elle suit une loi du type

$$\mu \propto e^{b/T}$$

Quant aux gaz, leur viscosité est plus difficile à mesurer car beaucoup plus faible que celle des liquides. Elle dépend peu de la pression et augmente légèrement avec la température (à peu près comme (T^{-1}).

Liquide (20 °C)	Viscosité dynamique (Pa.s)
Eau	$1.0\ 10^{-3}$
Huile d'olive	0.84
Glycérine pure	1.5
Mercure	$1.5\ 10^{-3}$

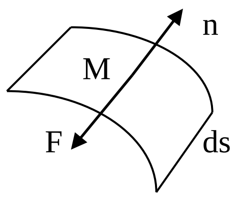
Gaz	Viscosité (Pa.s)
Vapeur d'eau (20 °C)	$9.\ 7\ 10^{-6}$
Air sec (20 °C)	$18.2\ 10^{-6}$
He (25 °C)	$19.9\ 10^{-6}$
N2 (25 °C)	$17.7\ 10^{-6}$

B- Statique des fluides

La statique des fluides est l'étude des conditions d'équilibre des fluides au repos. Nous ne distinguerons pas le cas des fluides réels (c'est-à-dire visqueux) et celui des fluides parfaits ; le phénomène de viscosité n'a d'influence que lorsque les particules sont en mouvement, ce qui n'est pas le cas en statique des fluides.

I-Pression en un point d'un fluide

Dans un fluide au repos, la pression désigne la force par unité de surface qui s'exerce perpendiculairement à un élément de surface ds.

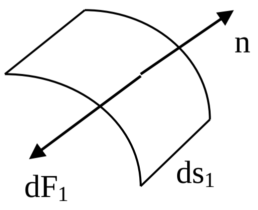


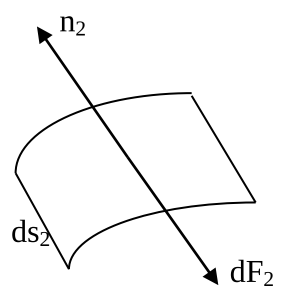
$$\overrightarrow{dF} = -p.\vec{n}.ds$$

dF : Force exercée sur l'élément de surface ds

p : pression qui règne au point M

La force de pression agit toujours vers l'intérieur du volume délimité par l'élément de surface
La pression est indépendante de la surface et de l'orientation de cette surface.





$\overrightarrow{dF_1} = -p_1\overrightarrow{n_1}ds_1$

$\overrightarrow{dF_2} = -p_2\overrightarrow{n_2}ds_2$

$\overrightarrow{dF_1} \neq \overrightarrow{dF_2}$

Mais $p_1 = p_2 = p(M)$

- **La pression s'exprime en :**

- Pascal (pa) : unité SI (N/m^2)
- Le bar (bar) et son sous multiple le millibar (mbar)
- Le millimètre de mercure ou Torr
- L'atmosphère (atm)

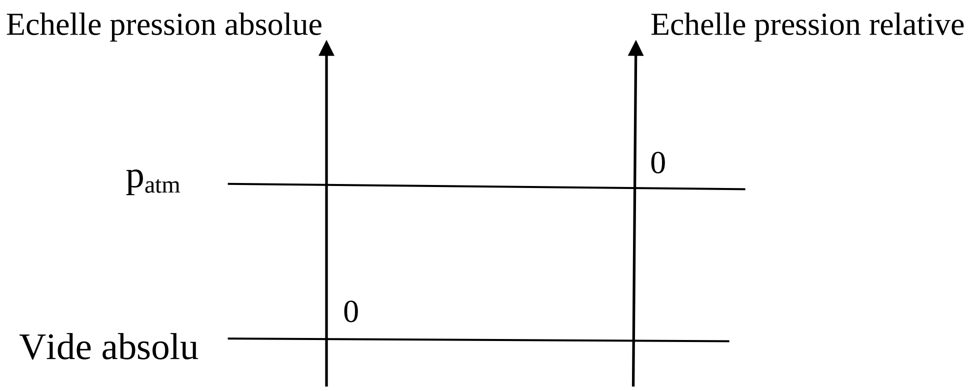
1 atm =1 .0135*10^5 pa =750 mm de mercure
1 bar = 10^5 pa

	Pascal (pa)	Bar	Atmosphere
Pascal	**1**	10^{-5}	**9.869** 10^{-6}
Bar	10^{5}	**1**	**0.987167**
Kgf/cm²	**98039**	**0.9803**	**0.968**
Atmosphere	**101325**	**1.0133**	**1**
Cm d'eau	**98.04**	**980** 10^{-6}	**968** 10^{-6}
mm de Hg	**133**	**1.333** 10^{-3}	**1.316** 10^{-3}
mbar	10^{2}	10^{-3}	**987** 10^{-6}

Pression absolue et pression relative

La pression absolue est la pression mesurée par rapport au vide absolu (c'est-à-dire l'absence totale de matière). Elle est toujours positive.

La pression relative se définit par rapport à la pression atmosphérique existant au moment de la mesure :



$$p_{absolue} = p_{relative} + p_{atmosphérique}$$

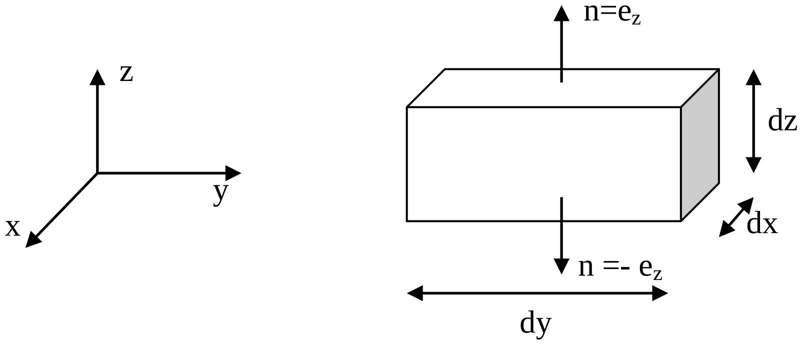
Mesure de la pression :

Les instruments de mesure de la pression sont multiples :

- Les baromètres
- Les manomètres à tube en U
- Les piézomètres

II- Equation générale de l'hydrostatique

On considère un élément de volume fluide parallélépipédique de volume dV=dx dy dz



Faire le bilan des forces qui s'appliquent sur cet élément de volume impose de distinguer :

- Les forces de volume : le poids
- Les forces de surface : les forces de pression

La force de volume : $\overrightarrow{dp} = dm\vec{g} = \rho dV\vec{g}$

La force de surface : $\overrightarrow{dF} = dF_x\overrightarrow{e_x} + dF_y\overrightarrow{e_y} + dF_z\overrightarrow{e_z}$

Puisqu'ici les forces de surface sont nécessairement normales. Le module de la composante suivant oz

$$dF_z = [p(z) - p(z + dz)]dxdy$$

Par un développement au premier ordre on a :

$$p(z + dz) = p(z) + \frac{\partial p}{\partial z}dz$$

D'où $dF_z = -\frac{\partial p}{\partial z}dx\, dy\, dz = -\frac{\partial p}{\partial z}dV$

Et par analogie sur les deux autres axes :

$$dF_x = -\frac{\partial p}{\partial x}dV$$

$$dF_y = -\frac{\partial p}{\partial y}dV$$

La force de surface se résume alors à :

$\overrightarrow{dF} = -\left[\frac{\partial p}{\partial x}\overrightarrow{\mathrm{e_x}} + \frac{\partial \mathrm{p}}{\partial \mathrm{y}}\overrightarrow{\mathrm{e_y}} + \frac{\partial \mathrm{p}}{\partial \mathrm{z}}\overrightarrow{\mathrm{e_z}}\right] dV$

$\overrightarrow{dF} = -\overrightarrow{grad}\, p$ dV

Au total on a : $\overrightarrow{dp} = \rho dV \vec{g} \qquad et \qquad \overrightarrow{dF} = -\overrightarrow{grad}\, p\, dV$

D'après le principe fondamental de la dynamique, l'ensemble des forces agissant sur la particule fluide équivaut au produit de sa masse par son accélération :

$\overrightarrow{dp} + \overrightarrow{dF} = \rho dV \vec{a}$

et en projetant

$\rho dV g - grad\, p\, dV = \rho dV a$

D'où $\quad \rho g - grad\, p = \rho a$

Fluide au repos $\quad \vec{a} = \vec{0}$ donc :

$\overrightarrow{grad}\, p = \rho \vec{g}$

Projection :

$\frac{\partial p}{\partial x} = 0 \qquad \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \qquad \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$

On déduit de ces trois équations que :

$p(x, y, z) = p(z)$

Donc on a l'équation $\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$: C'est l'équation différentielle à résoudre pour connaitre la pression en tout point d'un fluide au repos.

III- Application aux fluides incompressibles

Un fluide est dit incompressible si sa masse volumique est en tout point la même

$\rho = constante \qquad et \qquad g = constante$

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g$$

On intègre : $p(z) = \int \frac{dp}{dz} dz = -\int \rho g dz = -\rho g \int dz = -\rho g z + constante$

Soit $p(z) + \rho g z = constante$

C'est l'équation fondamentale de la statique

En $z=z_0$ $p=p_0$ donc $p_0 + \rho g z_0 = constante$

D'où $p(z) = p_0 + \rho g(z - z_0) = p_0 + \rho g h$

Si on prend la pression atmosphérique comme référence on aura :

$p = p_{atm} + \rho g h$

IV- Application aux fluides compressibles : cas des gaz parfaits

L'équation d'état d'un gaz parfait :

$pV = nRT$ $\quad\quad soit\ p = \frac{nRT}{V}$

Or $\rho = \frac{m}{V} = \frac{nM}{V}$ $\quad\quad d'où \quad \frac{n}{V} = \frac{\rho}{M}$

M : masse molaire du gaz d'où $p = \rho \frac{RT}{M}$ $\quad\quad \rho = \frac{M}{RT} p$

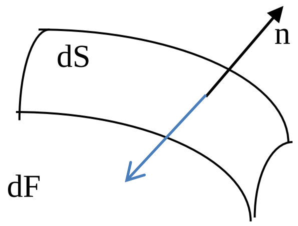
$$\frac{dp}{dz} = -\rho(p) g = -\frac{M}{RT} p g$$

Donc $\frac{dp}{p} = -\frac{M}{RT} g dz$

Par intégration : $p(z) = p_0 exp\left[-\frac{M}{RT} g(z - z_0\right]$, $p = p_0$ en $z = z_0$

VI- Forces hydrostatiques

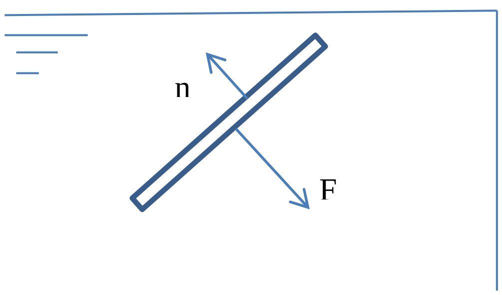
On s'intéresse à la détermination des forces s'exerçant sur des surfaces solides immergées :
On sait que $\overrightarrow{dF} = -p\vec{n}dS$



La force totale s'exerçant sur la surface S

$\vec{F} = \int -\boldsymbol{p}.\vec{\boldsymbol{n}}.\boldsymbol{dS}$

VI-1 Cas particulier d'une plaque plane immergée



$\overrightarrow{dF} = -p.\vec{n}.dS$ Où $p = p_0 + \rho g h$

Donc La résultante $\vec{F} = \int -p.\vec{n}.dS$

$\vec{F} = -\vec{n}\int (p_0 + \rho g h)\, dS$

$\vec{F} = -\vec{n}\left(p_0 S + \rho g \int h\, dS\right)$

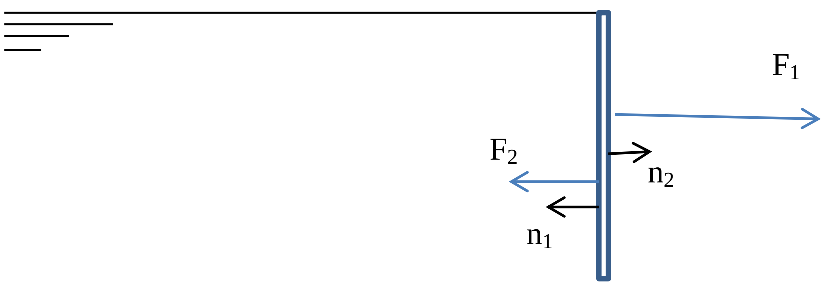
$avec \quad \int h dS = h_G S$

h_G: *profondeur du barycentre de la surface*

Par conséquent : $\vec{F} = -\vec{n}S(p_0 + \rho g h_G)$ $\quad \boldsymbol{h_G} = \frac{\boldsymbol{h_1}+\boldsymbol{h_2}}{\boldsymbol{2}}$

Remarque : Si on néglige l'épaisseur de la plaque, une force de direction opposée mais de même intensité s'applique sur la face opposée.
La résultante des forces de pression s'exerçant sur la plaque est donc nulle.

IV-2 cas d'une paroi plane



$\overrightarrow{F_1} = -\overrightarrow{n_1}S(p_0 + \rho g h_G)$

$\overrightarrow{F_2} = -\overrightarrow{n_2}Sp_0$

La pression atmosphérique s'applique de part et d'autre de la paroi.

$\vec{F} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}$

$\vec{F} = -\rho g h_G S\overrightarrow{n_1}$

Ou bien

$\vec{F} = \rho g h_G S\overrightarrow{n_2}$