CHAPITRE I

GENERALITES

Pour les systèmes électriques, on peut distinguer les états transitoires et les états permanents. Les états permanents (ou établis) sont caractérisés par le fait que les courants, les tensions et les vitesses de rotation sont soit invariables, soit variables selon une seule loi pour une durée prolongée. Ces régimes sont aussi appelés états stationnaires.

Le passage entre deux états établis se fait à travers un état transitoire.

Le plus souvent les régimes transitoires sont plus courts, mais malgré ça ils présentent un processus très pénible pour le système. D'autre part la connaissance du régime transitoire est nécessaire pour établir le système de commande des appareils et le réglage de la protection.

Lors de l'étude des régimes transitoires, il faut trouver les solutions des équations différentielles régissant le système. Dans ce but on utilise deux méthodes :
(i) La méthode classique
(ii) La méthode du calcul opérationnel
Il est très important de déterminer les conditions initiales des équations lors de la résolution. Ces conditions sont déterminées à partir de considérations énergétiques.

Chaque état du circuit correspond à la présence d'une certaine réserve d'énergie dans les éléments qui peuvent l'emmagasiner (capacités, inductances, pièces tournantes). Cette énergie ne peut pas varier brusquement au cours d'un intervalle infiniment petit car alors la puissance serait infinie ($P = dE/dt \dashrightarrow \infty$). C'est pourquoi l'état d'un circuit comportant de tels éléments sera au début du régime ($t = 0^+$) le même qu'avant ($t = 0^-$). Ces conditions sont appelés les lois de commutation.

Première loi de commutation

Le courant i dans une inductance ne peut pas varier par bonds car la f.e.m. e serait infinie, c.a.d.

$$e = L\, di/dt \rightarrow \infty \text{ si } di \neq 0 \text{ pour } dt=0 \text{ et ainsi } p = e.i \rightarrow \infty$$

Deuxième loi de commutation

La tension u aux bornes d'une capacité ne peut pas varier par bonds car le courant i serait infini, c.a.d.

$$i = C\, du/dt \rightarrow \infty \text{ si } du \neq 0 \text{ pour } dt=0 \text{ et ainsi } p = u.i \rightarrow \infty$$

Troisième loi de commutation

La vitesse angulaire de rotation ω d'une pièce de moment d'inertie J ne peut pas varier par bonds car le couple d'accélération C serait infini, c.a.d.

$C = J\, d\omega/dt \rightarrow \infty$ si $d\omega \neq 0$ pour $dt=0$ et ainsi $p = C.\,\omega \rightarrow \infty$

Méthodes analytiques de l'étude des RT

a) Méthode classique :

La solution générale d'une équation différentielle est la somme de la solution de l'équation homogène (sans second membre, ssm) et de l'équation particulière. Ceci est dû à la linéarité des équations. Les constantes d'intégration sont déduites à partir des conditions initiales (t = 0) qui sont généralement connues via les lois de commutation.

Exemple

Soit l'équation différentielle

$$y'' + Ay' + By = f(t)$$

Trouver y(t) avec y(0) et y'(0) connus.

La solution de l'équation homogène

$$y'' + Ay' + By = 0$$

est

$$yssm = C1\, y1 + C2\, y2$$

Avec

$$y_{1,2} = e^{r1,2\, t}$$

Pour trouver r_1 et r_2 on résout l'équation caractéristique $r^2 + A\,r + B = 0$

Si r_1 et r_2 sont réels et distincts, $yssm = C_1 \exp(r_1 t) + C_2 \exp(r_2 t)$

Si r_1 et r_2 sont complexes et conjugués ($\alpha \pm \beta$), $yssm = e^{\alpha t}(C_1 \cos(\beta t) + C_2 \sin(\beta t))$

Si $r_1 = r_2 = r$, $yssm = e^{r t}(C_1 + C_2 t)$

La solution particulière dépend de la forme de la fonction f(t) et est de la même forme.

b) Méthode du calcul opérationnel :

Cette méthode consiste à transformer les équations intégro-différentielles (contenant des intégrales et des différentielles, comme dans les systèmes électriques et mécaniques) en équations algébriques plus faciles à résoudre. Elle n'est applicable que pour les systèmes LTI (linéaires invariants dans le temps).

Pour ce faire on définit la transformée de Laplace d'une fonction du temps

$$F(p) = \int_{0^-}^{\infty} f(t)\, e^{-pt}\, dt = L\,(\,f(t)\,)$$

Avec

$p = \alpha + j\,\omega$, p possède la dimension d'une fréquence.

On peut montrer que

$L\,(\,f'(t)\,) = p\,F(p) - f(0)$

$L\,(\,f''(t)\,) = p^2\,F(p) - p\,f(0) - f'(0)$

$L\,(\,\int f(t)\,dt\,) = F(p)\,/\,p$

Comme exemple, notre équation précédente

$$y'' + Ay' + By = f(t)$$

devient,

avec $Y(p) = L(y(t))$ et $F(p) = L(f(t))$

$$p^2\,Y(p) - p\,y(0) - y'(0) + A\,(p\,Y(p) - y(0)\,) + B\,Y(p) = F(p)$$

Connaissant y(0), y'(0) et la fonction F(p), on calcule algébriquement Y(p). En inversant Y(p) en utilisant les tableaux disponibles, on déduit y(t).