

**Semestre : 05**

**Unité d'enseignement : Fondamentale**

**Matière : Mesure et Intégration**

**Crédits : 6**

**Coefficient : 4**

**Objectifs de l'enseignement** : Faire découvrir à l'étudiant une nouvelle théorie qui est la théorie de la mesure ainsi que son application aux probabilités, le plaçant dans un nouveau contexte d'espaces qui sont les espaces mesurés, par suite une large théorie sur l'intégration est définie, en particulier celle de Lebesgue lui permettant de se familiariser avec les grands résultats de l'intégration tels le théorème de la convergence dominée de Lebesgue et les théorèmes de Fubini.

**Connaissances préalables recommandées** : Algèbre 1 et 2, Topologie

**Contenu de la matière :**

**Chapitre 1: Tribus et mesures**

- Rappels sur la théorie des ensembles.
- Algèbres et tribus.
- Mesures positives, probabilité.
- Propriétés des mesures, mesures extérieures, mesures complètes
- La mesure de Lebesgue sur la tribu des boréliens

**Chapitre 2: Fonctions mesurables, variables aléatoires**

- Fonctions étagées.
- Fonctions mesurables et variables aléatoires.
- Caractérisation de la mesurabilité.
- Convergence p.p et convergence en mesure.

**Chapitre 3: Fonctions intégrables**

- Intégrale d'une fonction étagée positive.
- Intégrale d'une fonction mesurable positive.
- Intégrale d'une fonction mesurable.
- Comparaison de l'intégrale de Lebesgue avec l'intégral de Riemann
- Mesure et densité de probabilité
- Convergence monotone et lemme de Fatou
- L'espace  $L^1$  des fonctions intégrables
- Théorème de convergence dominée dans  $L^1$
- Continuité et dérivabilité sous le signe somme

**Chapitre 4: Produit d'espaces mesurés**

- Mesure produit, définition
- Théorème de Fubini et conséquences

**Mode d'évaluation: Examen (60%) , contrôle continu (40%)**

**Références:**

- T. Galay, Théorie de la mesure et de l'intégration, Université Joseph Fourier, Grenoble(2009), en pdf.
- M. Beguin, Introduction à la théorie de la mesure et de l'intégration pour les probabilités, Ellipse(2013).
- A Giroux. Initiation à la mesure et à l'intégration, ellipse(2015).
- N. Boccara, Intégration, ellipses, 1995.
- Hadj El Amri, Mesures et intégration.
- Roger Jean, Mesures et intégration.
- O. Arino, Mesures et intégration (exercices).